

## Neuntes Übungsblatt (Grundlagen Wahrscheinlichkeitstheorie)

1. Ein einfaches Beispiel für ein Zufallsexperiment ist das Werfen eines (fairen) Würfels (sechs Seiten, Zahlen von 1 bis 6) und das gleichzeitige Werfen einer (fairen) Münze (mit Kopf oder Zahl).

Beschreiben Sie den Ereignisraum, die Menge  $S$ , welche die Elementarereignisse dieses Zufallsexperiments enthält.

$A$  bezeichne das Ereignis „Augenzahl eines Wurfes größer 3 und die Münze zeigt Kopf“ und  $B$  das Ereignis „Augenzahl kleiner gleich 3 und Münze zeigt Zahl“.

- Schreiben Sie die Ereignisse  $A$  und  $B$  ausführlich in Mengenschreibweise (d.h. Elementarereignisse, die zum Ereignis gehören, auflisten).

- Was bedeuten inhaltlich die Ereignisse  $A \cup B$  und  $A \cap B$ ?

- Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit  $P(A \cup B)$  und  $P(A \cap B)$ , mit Hilfe des Laplace'schen Wahrscheinlichkeitsmaßes  $\frac{g}{m}$ , wobei  $g$  die Anzahl der für das jeweilige Ereignis günstigen Elementarereignisse enthält und  $m$  die Zahl der möglichen Elementarereignisse. Welche Annahme müssen Sie hierzu treffen?

- Berechnen Sie  $P(A \cup B)$  nochmals unter Verwendung des Additionssatzes.

2. Ein Marketing-Beispiel: Sie interessieren sich im Rahmen einer Produkteinführung dafür, Wahrscheinlichkeitsaussagen zu treffen, unter anderem für

Ereignis  $A$ : Eine zufällig ausgewählte Person hat unseren Werbespot für das Produkt im Fernsehen gesehen.

Ereignis  $B$ : Die zufällig ausgewählte Person hat das Produkt gekauft, oder beabsichtigt es zu kaufen.

Die interessierenden Ereignisse werden in der folgenden Ereignismenge zusammengefaßt  
 $E = \{A, B, A \cap B, A \cup B, \bar{A}, \bar{B}, \dots\}$

Wählen Sie (subjektive) Wahrscheinlichkeiten  $P(\cdot)$ , für die in  $E$  explizit aufgeführten Ereignisse, so daß die Kolmogorov'schen Axiome erfüllt sind.

Entspricht die folgende Zuordnung von Wahrscheinlichkeiten

$P(A) = 0,8$   $P(\bar{A}) = 0,2$   $P(B) = 0,3$   $P(\bar{B}) = 0,7$   $P(A \cap B) = 0,2$   $P(A \cup B) = 0,85$  den Kolmogorov'schen Axiomen? Wenn nicht, wo liegt das Problem?

3. Zeigen Sie, daß gilt:

$$P(A \cup B \cup C) = P(A) + P(B) + P(C) - P(A \cap B) - P(A \cap C) - P(B \cap C) + P(A \cap B \cap C)$$

Lösungshinweise:

a) Definieren Sie zunächst  $P(A') = P(A \cup B)$  und wenden Sie den Additionssatz auf das Ereignis  $A' \cup C$  an.

b) Ein Distributivgesetz aus der Mengentheorie besagt:  $(A \cup B) \cap C = (A \cap C) \cup (B \cap C)$ .