

**Lösung zur Klausur Statistik II im Sommersemester 2004**  
**Zweitertermin**

**Prof. Dr. Joachim Grammig**

**Aufgabe A:**

**[A1]**

approximativ:  $P(60 \leq t \leq 120) = f_T(60) \cdot \Delta t = 0,005e^{-0,005 \cdot 60} \cdot 60 = 0,222$

exakt:  $P(60 \leq t \leq 120) = F_T(120) - F_T(60) = 1 - e^{-0,005 \cdot 120} - (1 - e^{-0,005 \cdot 60}) = 0,192$

**[A2]**

$$\text{1. Moment: } E(t) = \left[ \frac{\partial MEF(t)}{\partial t} \right]_{t=0} = \left[ \frac{1}{\lambda} \left(1 - \frac{t}{\lambda}\right)^{-2} \right]_{t=0} = \frac{1}{\lambda}$$

$$\text{2. Moment } E(t^2) = \left[ \frac{\partial^2 MEF(t)}{\partial^2 t} \right]_{t=0} = \left[ \frac{2}{\lambda^2} \left(1 - \frac{t}{\lambda}\right)^{-3} \right]_{t=0} = \frac{2}{\lambda}$$

$$\Rightarrow \text{Erwartungswert: } E(t) = \frac{1}{\lambda} = 200$$

$$\Rightarrow \text{Varianz: } Var(t) = E(t^2) - [E(t)]^2 = \frac{1}{\lambda} = 200$$

**[A3]**

$$E(K(T)) = 0,01 \cdot E(t) + 0,1 = 0,01 \cdot 200 + 0,1 = 2,1$$

**[A4]**

$$E(K(T)) = \int_{-\infty}^{\infty} K(t) \cdot f(t) dt$$

**[A5]**

Datenerhebung: z.B. Zeitnahme um Dauer der Anrufe zu ermitteln...  
Schätzverfahren: z.B. Maximum Likelihood (Beschreibung)...

**[A6]**

$$z_x = \frac{50 - 65}{15} = -1; \quad z_y = \frac{115 - 100}{30} = 0,5; \quad F(z_x) = 0,16; \quad F(z_y) = 0,69;$$

$$P(X > 50, Y > 115) = 1 - F(z_x) \cdot (1 - F(z_y)) = 0,84 \cdot 0,31 = 0,26$$

**Aufgabe B:****[B1]**

$$\begin{aligned} E(X) &= 0,2 \cdot -150 + 0,1 \cdot -50 + 0,4 \cdot 0 + 0,2 \cdot 100 + 0,1 \cdot 300 = 15 \\ \text{Var}(X) &= 0,2^2 \cdot (-150 - 15)^2 + 0,1^2 \cdot (-50 - 15)^2 + 0,4^2 \cdot (0 - 15)^2 + 0,2^2 \cdot (100 - 15)^2 \\ &\quad + 0,1^2 \cdot (300 - 15)^2 = 15525 \end{aligned}$$

**[B2]**

$$E(Z) = 0,3; \quad \text{Var}(Z) = 0,21$$

**[B3]**

$$\text{Cov}(X, Z) = -39,5; \quad \rho_{XZ} = \frac{\text{Cov}(X, Z)}{\sqrt{\text{Var}(X)} \cdot \sqrt{\text{Var}(Z)}} = -0,69$$

**Aufgabe C:****[C1]**

$$\begin{aligned} E(\underline{X}) &= 70 \\ \text{Var}(\underline{X}) &= 4865 \end{aligned}$$

**[C2]**

$$-1,6449 = \frac{x - 70}{\sqrt{4865}} \Rightarrow x = -44,73$$

**Aufgabe D:****[D1]**

Die Nullhypothese kann auf dem 1% Signifikanzniveau verworfen werden.

**[D2]**

Die Nullhypothese kann bis zu einem Signifikanzniveau von 12% nicht verworfen werden.

**[D3]**

Die Nullhypothese kann auf jedem konventionellen Signifikanzniveau verworfen werden.

**[D4]**

Die Nullhypothese kann auf jedem konventionellen Signifikanzniveau nicht verworfen werden.

[D5]

Fehler 1. Art: Fehler, die Nullhypothese abzulehnen, obwohl sie wahr ist:  
Wahrscheinlichkeit  $\alpha$

Fehler 2. Art: Fehler, eine falsche Nullhypothese beizubehalten: Wahrscheinlichkeit  $\beta$

Macht des Tests: Wahrscheinlichkeit dafür, keinen Fehler 2. Art zu begehen,  
also  $1 - \beta$

Trade off: Es gilt, je kleiner da Signifikanzniveau  $\alpha$  gewählt wird, desto grösser ist die Wahrscheinlichkeit, einen Fehler 2. Art zu begehen.