Übungsblatt 3, Statistik II: Quantile von stetigen Zufallsvariablen, Modus und ein erster Erwartungswert

(Kurzlösungen)

1. Die Wertveränderung X einer Vermögensanlage zwischen 2 Zeitpunkten t und t+1 wird als normalverteilt $X \sim N(20{,}100)$ angenommen. Berechnen Sie den Median, die Quartile sowie die das größte und das kleinste Dezil der Verteilung. Berechnen Sie außerdem den VaR auf Konfidenzniveau 0,0001 (d.h. das 0,0001-Quantil) und interpretieren Sie den berechneten Wert. Hinweis: Die EXCEL Funktion =NORMINV(p,0,1) liefert Ihnen den Wert des p-Quantils der Standardnormalverteilung.

Lösung: Median: $x_{0,5}$ = 20; Quartile: $x_{0,25}$ = 13,255 und $x_{0,75}$ = 26,745; Dezile: $x_{0,1}$ = 7,184 und $x_{0,9}$ = 32,816; VaR = $x_{0,0001}$ = -17,191

2. Die Wertveränderung des Anlageportfolios von Bank A wird angenommen als eine normalverteilte Zufallsvariable mit $X_A \sim N(200{,}40000)$. Für das Anlageportfolio von Bank B gilt analog $X_B \sim N(10{,}400)$. Berechnen Sie den VaR auf 1% Konfidenzniveau (0,01 Quantil) und argumentieren Sie auf Basis der berechneten VaR, welches Anlageportfolio das riskantere ist.

Lösung: VaR_A = -265,269; VaR_B = -36,527

3. Die Dauer T (gemessen in Minuten) zwischen zwei Check-In-Vorgängen am Schalter der Tübingen-Airways wird als exponentialverteilte Zufallsvariable mit Parameter 0,05 modelliert, d.h. $T \sim Ex(0{,}05)$
   Berechnen Sie den Median, das 0,05-Quantil und das 0,95-Quantil der Verteilung und interpretieren Sie die berechneten Werte.

Lösung: Median: $x_{0,5}$ = 13,863; Quantile: $x_{0,05}$ = 1,026 und $x_{0,95}$ = 59,915

4. Berechnen Sie den Modus einer normalverteilten Zufallsvariablen $X \sim N(\mu, \sigma^2)$

Lösung: D = μ

5. Berechnen Sie Erwartungswert E(X) und Varianz $= E\left((X - E(X))^2\right)$ einer Bernoulli-verteilten Zufallsvariable X~Be(p).

Lösung: E(X) = np; Var(X) = np(1-p)