Klausur Statistik WS 03/04

- Beginnen Sie jede Aufgabe auf einem neuen Blatt.
- Schreiben Sie zu jeder Lösung den Verweis in eckigen Klammern [X1], so daß die Zuordnung möglich ist. Fehlt die Zuordnung, können keine Punkte vergeben werden.
- Machen Sie zu jeder Lösung den Lösungsweg deutlich, ansonsten können keine Punkte vergeben werden.

Aufgabe 1: Univariate Datensätze

Aus historischen Daten haben Sie die in Abbildung 1 gezeigte empirische Verteilungsfunktion der Gewinne ihrer Firma erhalten.

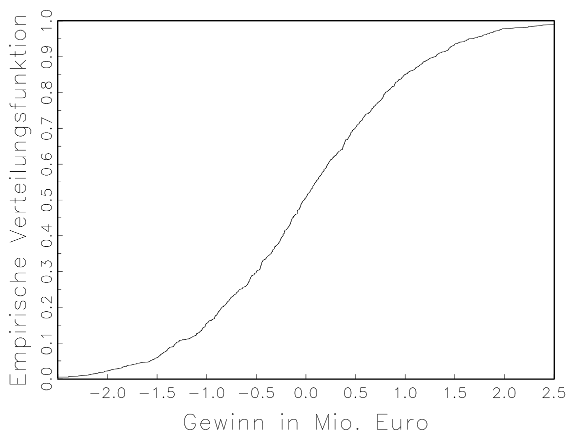

Abbildung 1: Empirische Verteilungsfunktion

Ermitteln Sie aus Abbildung 1 (approximativ, ungefähre Angabe genügt)

[**H1**] das 0,1-Quantil der empirischen Verteilung (3 P)

[**H2**] das 0,9-Quantil der empirischen Verteilung (3 P)

[**H3**] Geben Sie eine verbale Beschreibung des gefundenen Wertes des 0,1-Quantils (nur ein Satz!) (3 P)

[**H4**] Die historischen Renditen einer Finanzanlage wurden in 3 Größenklassen eingeteilt und es wurden die folgenden absoluten Häufigkeiten ermittelt.

Klassenuntergrenze	Klassenobergrenze	absolute Häufigkeit
-0,2	-0,05	10
-0,05	0,05	85
0,05	0,2	5

Zeichnen Sie ein Histogramm für diese Häufigkeitsverteilung. Geben Sie in Ihrer Zeichnung dabei die Höhe der Histogramm-Flächen an. Neben der Grafik muß in Ihrer Lösung auch der Rechenweg ersichtlich sein. (10 P)

[**H5**] Das arithmetische Mittel der logarithmierten jährlichen Brutto-Wachstumsrate einer Finanzanlage, gerechnet über $n = 10$ Jahre, beträgt -2,995. Berechnen Sie die durchschnittliche jährliche Netto-Wachstumsrate der Finanzanlage. Ihr Rechenweg muß ersichtlich werden! (5 P)

[**H6**] Der Umsatz eines Unternehmens hat sich in drei aufeinanderfolgenden Perioden wie folgt entwickelt:

Periode	Umsatz (in Mrd Euro)
1	80
2	100
3	20

Berechnen Sie die durchschnittliche Wachstumsrate des Umsatzes. Machen Sie Ihren Rechenweg deutlich, sonst werden keine Punkte vergeben! (5 P)

[**H7**] Sie erhalten Daten zum Umsatz (in lokaler Währung) zweier gleich großer Niederlassungen eines internationalen Unternehmens. Das arithmetische Mittel des Umsatzes (Mio. Euro) in Niederlassung A beträgt $\bar{x}_A = 100$. Das arithmetische Mittel des Umsatzes (Mio. Yen) in Niederlassung B beträgt $\bar{x}_B = 10000$. Die empirische Varianz des Umsatzes in Niederlassung A beträgt $s_A^2 = 10000$ und in Niederlassung B $s_B^2 = 4000000$. Beurteilen Sie mit einer geeigneten Maßzahl, in welcher Niederlassung die Streuung des Umsatzes größer ist. (5 P)

[**H8**] Ein Unternehmen verfolgt die Personalpolitik, allen Vorstandsmitgliedern das gleiche Gehalt zu zahlen, nämlich 1 Mio Euro pro Jahr. Dies soll geändert werden, nämlich mit der folgenden Gehaltsstruktur:

Gehalt in Mio Euro	Anzahl Vorstandsmitglieder
0,5	6
1	3
3	1

Zeichnen Sie die Lorenzkurven der alten und der neuen Gehaltsstruktur. Die Berechnung muß ersichtlich sein. (10 P)

[**H9**] Die Qualität der Kredit-Ratings zweier Agenturen soll mit Hilfe der Lorenzkurven-Methodik (Cumulative Accuracy Profiles, CAP) verglichen werden. Anhand von CAP-Kurven, die wir auf Basis von historischen Daten zum Rating und Kreditausfällen berechnet haben, ermitteln wir für die erste Agentur einen Gini-Koeffizienten von 0,8 und für die zweite Agentur einen Gini-Koeffizienten von 0,6.
Welche Agentur bietet das trennschärfere Kredit-Rating? Skizzieren Sie zwei CAP-Kurven für die beiden Rating-Agenturen, die diesen Gini-Koeffizienten entsprechen. (5 P)

Aufgabe 2: Lineare Einfachregression/Trendschätzung

Ihre Aufgabe ist es, den Umsatz für ein Produkt mit einer Trendfunktion zu schätzen. Sie erhalten dazu Daten über den Umsatz in vergangenen Perioden. y_t bezeichnet den Umsatz in Periode t, wobei $t = 1, 2, .., 100$. Geschätzt werden soll ein Trendmodell der Form $y_t = e^{(b_0 + b_1 t + u_t)}$ wobei u_t eine unerklärte Restkomponente bezeichnet.
[**R1**] Transformieren Sie das Modell derart, daß eine Schätzung der Parameter b_0 und b_1 mit der Kleinstquadrate-Methode möglich wird. (3 P)
[**R2**] Schreiben Sie für das transformierte Modell die Kleinstquadrate-Zielfunktion sowie die Bedingungen erster Ordnung für eine Minimum der Zielfunktion. Formulieren sie die Bedingungen erster Ordnung so um, daß deutlich wird, daß es sich dabei um Restriktionen des arithmetischen Mittels der Prognosefehler und der empirischen Kovarianz von Prognosefehler und erklärender Variable handelt. (8 P)
[**R3**] Berechnen Sie die Kleinstquadrate-Schätzer für die unbekannten Modellparameter b_0 und b_1. Aus den Daten wurde die empirische Kovarianz von logarithmiertem Umsatz und Zeitindex t berechnet mit $s_{\ln(y)t} = 16,7$. Außerdem wurde berechnet: $\sum_{t=1}^{100} t^2 = 338350$, $\sum_{t=1}^{100} t = 5050$ und $\sum_{t=1}^{100} \ln(y_t) = 201.(8P)$
[**R4**] Berechnen Sie die Umsatzprognose für $t = 101$ unter Verwendung der geschätzten Parameter. (3 P)
[**R5**] Das Bestimmtheitsmaß der Regression mit $\ln(y)$ als abhängiger und t als erklärender Variable beträgt 0.95. Interpretieren Sie dieses Resultat. (3 P)

Aufgabe 3: Klassische Wahrscheinlichkeit

In Ihrer Kundendatenbank befinden sich 1000 Kunden. 200 von diesen Kunden sind Großkunden und 800 sonstige. Von den 1000 Kunden sind 50 ausländische Kunden und 950 inländische Kunden. Ein Kunde wird zufällig ausgewählt (Zufallsziehung). Jeder der Kunden hat die gleiche Wahrscheinlichkeit, gezogen zu werden.
[**W1**] Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit für das Ereignis, einen ausländischen Kunden zu ziehen (Ereignis A) und wie groß die Wahrscheinlichkeit dafür, einen

Großkunden zu ziehen (Ereignis B)? Rechenweg ersichtlich machen! (3 P)

[**W2**] Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit dafür, einen ausländischen Großkunden zu ziehen, d.h. $P(A \cap B)$, unter der Annahme, daß A und B unabhängige Ereignisse sind. Rechenweg ersichtlich machen! (3 P)

[**W3**] Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit dafür, einen ausländischen Kunden zu wählen, gegeben, daß der gewählte Kunde ein Großkunde ist, d.h. $P(A|B)$, unter der Annahme, daß A und B unabhängige Ereignisse sind. (3 P)

[**W4**] Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit dafür, daß der ausgewählte Kunde Großkunde oder ausländischer Kunde (oder beides) ist, wiederum angenommen daß A und B unabhängige Ereignisse sind? (3 P)

[**W5**] Tatsächlich sind von den 1000 Kunden 20 ausländische Großkunden (d.h. die Ereignisse A und B sind nicht unabhängig). Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit dafür, einen Großkunden oder einen ausländischen Kunden zu ziehen ($P(A \cup B)$)? (3 P)

[**W6**] Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit dafür, einen ausländischen Großkunden zu ziehen, $P(A \cap B)$, wenn die Ereignisse A und B sich ausschließen? Rechenweg ersichtlich machen! (3 P)

[**W7**] Angenommen, die Wahrscheinlichkeit einen ausländischen Kunden zu ziehen, gegeben, daß der ausgewählte Kunde ein Großkunde ist, sei $P(A|B) = 0,05$. Außerdem sei $P(A|\bar{B}) = 0,01$. Die Wahrscheinlichkeit dafür, einen Großkunden zu ziehen, sei $P(B) = 0,2$. Berechnen Sie aus diesen Informationen $P(A)$, d.h. die Wahrscheinlichkeit, einen ausländischen Kunden zu ziehen.
(3 P)

Aufgabe 4: Bayesianisches Modell

Ein neues Produkt soll eingeführt werden. Auf der Basis von Vorstudien ordnet die Marketingleiterin (eine Bayesianerin) dem Ereignis A: "Produkt wird ein Markterfolg" die (subjektive) Wahrscheinlichkeit $P(A) = 0,5$ zu (Markterfolg sei definiert als ein zu erreichender Marktanteil). Jetzt soll das Produkt in einem Testmarkt getestet werden. Aus anderen Studien weiß die Marketingleiterin, daß später am Gesamtmarkt erfolgreiche Produkte mit einer Wahrscheinlichkeit von 0,8 auch in einem Testmarkt erfolgreich waren. Bezeichnen wir mit E das Ereignis "Produkt im Testmarkt erfolgreich" gilt daher: $P(E|A) = 0,8$. Auch weiß die Marketingleiterin, daß $P(E|\bar{A}) = 0,4$.

[**B1**] Das Produkt wird ein Erfolg im Testmarkt. Wie verändert dies die a-priori Wahrscheinlichkeit $P(A) = 0,5$, d.h. wie hoch ist die a-posteriori Wahrscheinlichkeit $P(A|E)$ für einen Markterfolg? Rechenweg deutlich machen! (10 P)

[**B2**] Nach dem Erfolg im ersten Testmarkt wird das Produkt auf einem weiteren Testmarkt getestet. Wiederum wird es ein Erfolg auf dem Testmarkt. Berechnen Sie die neue a-posteriori Wahrscheinlichkeit dafür, daß das Produkt ein Markterfolg wird. (5 P)