

Versuchen Sie, die folgenden Aufgaben möglichst ohne Hilfsmittel in 45 Minuten zu lösen. Sie sollten dabei mindestens 25 von insgesamt 50 Punkten erreichen.

Aufgabe 1 (2 + 8 Punkte)

Wir betrachten die Formel $p \rightarrow q \vee (p \wedge \neg r)$.

- Geben Sie die vollständig geklammerte Ausgangsformel an.
- Bestimmen Sie unter Verwendung einer Wahrheitstafel, ob die Formel allgemeingültig, erfüllbar, unerfüllbar oder kontingent ist.

Aufgabe 2 (6 Punkte)

Zeigen Sie: $\neg(A \wedge B) \models \neg A \vee \neg B$.

Aufgabe 3 (8 Punkte)

Geben Sie eine disjunktive Normalform für die Formel $((p \rightarrow (q \wedge \neg p)) \vee p) \leftrightarrow q$ an.

Aufgabe 4 (5 + 5 Punkte)

- Drücken Sie $(p \wedge q) \rightarrow (p \vee q)$ unter alleiniger Verwendung von \neg und \wedge aus.
- Drücken Sie $p \vee \neg(p \wedge q)$ unter alleiniger Verwendung von \neg und \rightarrow aus.

Aufgabe 5 (4 + 6 Punkte)

Zeigen Sie durch Angabe einer Ableitung im Kalkül NK:

- $\vdash \neg A \rightarrow \neg\neg\neg A$
- $A \rightarrow (B \rightarrow C) \vdash (A \wedge B) \rightarrow C$

Aufgabe 6 (2 + 4 Punkte)

- Was bedeutet Korrektheit des Kalküls NK?
- Nun ersetzen wir im Kalkül NK die Regeln für die Konjunktion durch die beiden Regeln

$$\frac{A}{A \wedge B} (\wedge E)' \quad \text{und} \quad \frac{A \wedge B}{B} (\wedge B)'$$

Zeigen Sie, dass der resultierende Kalkül nicht korrekt ist.