

Der folgend Aufsatz wurde veröffentlicht im Sammelband
Wolfgang Spohn (HsG): Logik in der Philosophie
Heidelberg, Synchron Verl. 2005

Gott hat uns die Sehkraft erschaffen und verliehen, damit wir die Bewegungen der Weltvernunft am Himmel gewahr werden und sie zur Regelung der Bewegungen unserer eigenen Vernunft benutzen. Beide sind miteinander verwandt, soweit überhaupt gestörte mit ungestörten Bewegungen verwandt sein können. Diese (ungestörten Bewegungen) sollten wir uns einprägen und sollten uns von den naturgewollten korrekten Denkprozessen soviel zu eigen machen, daß wir durch Nachahmung der nie aus ihrer Bahn geratenden Bewegungen der Gottheit die aus der Bahn geratenen Bewegungen in unserem Inneren (soweit als möglich) auf den richtigen Weg zurückführen.

(Timaios p. 47b in der Übersetzung von Heinrich Scholz)

Logik in der Philosophie Ein historischer Abriß

Vorbemerkungen

Wir können in der hier gebotenen Kürze nur eine sehr selektive und mit breitem Pinselstrich gezeichnete Darstellung bieten. Um trotzdem ein deutlicher gegliedertes Gesamtbild zu vermitteln, betrachten wir die Entwicklung aus immer wieder neuer Perspektive in mehreren Durchläufen.

Logik in der Philosophie war von Anfang an mit Sprachanalyse und Spracherweiterung verbunden, d.h. mit einer Erweiterung der Ausdrucksmöglichkeiten der vorgefundenen Sprache. Wenn Analyse stets möglich und mit Erweiterung verbunden ist, so bedeutet das, daß umfassende statische Sprachkonzepte, wie sie etwa von Raimundus Lullus angedeutet, von Leibniz konzipiert, von Russell, dem frühen Wittgenstein und Carnap vorgeschlagen wurden, nicht ausreichen können. Doch davon später.

Wir wollen im folgenden einen Abriß der Entwicklung der Logik geben, der ihre enge Verbindung mit der Philosophie deutlich macht, aber auch die Wechselwirkungen mit anderen Wissenschaften, insbesondere Theologie, Linguistik und Mathematik nicht ganz aus den Augen verlieren soll. Immer wieder sind ja von der Philosophie Impulse ausgegangen, die zu grundsätzlich wichtigen Fragestellungen in anderen Wissenschaften geführt haben, ja zur Abspaltung und Neubildung ganzer Disziplinen, Wissenschaften und Wissenschaftsbereiche wie etwa der Naturwissenschaften, der Psychologie, Sozialwissenschaften etc.

Wir beginnen zunächst naiv, weitgehend unsere heutige Terminologie benutzend, mit einer skizzenhaften Darstellung der Taten der wichtigsten Akteure auf dem Felde der Logik, deren Verhältnis zu Rhetorik, Dialektik, Philosophie, Theologie, Mathematik, Physik erst noch

bestimmt werden mußte. Es sei nicht verschwiegen, daß es sich zum Teil um tragische Helden handelte, die ihre Lieblingsprojekte scheitern sehen mußten (Frege, der junge Carnap), zum Teil um "Kanalarbeiter", deren wichtige, ihrer Zeit vorausseilende Erkenntnisse erst dann publik wurden, als sie schon überholt waren (Leibniz, Frege), aber auch um Marktschreier und Nebelwerfer (Raimundus Lullus, Hegel). Daß stoische und scholastische Logik, aber auch Teile der aristotelischen Logik, lange warten mußten, bis sie in der Neuzeit verständnisvolle Leser fanden, daß sie erst wieder verstanden wurden, als ihre Resultate schon auf anderen Wegen wiedergefunden worden waren, ist auch bekannt. "Reibungsverluste" und "Gleichzeitigkeit des nicht Gleichzeitigen" also ein Nebeneinander von, sagen wir, Steinzeit und Industriezeitalter ist auch heute noch auf vielen Ebenen zu beobachten - trotz aller Wunder der Kommunikation. Verständnis folgt eben nicht dem Ohmschen Gesetz. Müssen wir noch betonen, daß es auch ganz normal zugehen kann, daß Größe schon zu Lebzeiten anerkannt wird? Denken wir an Aristoteles, Petrus Hispanus, Wilhelm von Ockham, Leibniz (dessen Philosophie von seinen logischen Ideen inspiriert war), Russell (Principia Mathematica), Wittgenstein (dessen Frühwerk, der Tractatus, eine Apotheose der Aussagenlogik ist), Carnap (der seinen "Logischen Aufbau der Welt" selbst zum Fall gebracht hatte), Gödel, Quine und Kripke - um nur einige zu nennen.

Nach diesem mehr personenorientierten historischen Durchlauf bringen wir einen ideengeschichtlichen. Hier zeigt es sich, daß wichtige Gedanken oft mehrmals und immer entschiedener anklopfen müssen, bis sie in das allgemeine Bewußtsein eingelassen werden, und daß sie auch wieder verloren gehen können. Manche Ideen allerdings traten an verschiedenen Stellen fast gleichzeitig auf, so daß man sich der Redeweise "die Zeit war reif für ..." und der Vorstellung einer "natürlichen", einer objektiven Ordnung der Entwicklung kaum entziehen kann.

Es gibt mehrere Bereiche, in denen Logik und Philosophie besonders eng verzahnt sind. Der eine ist die Sprachanalyse, der andere wird umschrieben durch die Begriffe Ontologie, Identität, Notwendigkeit der dritte kann schlagwortartig beschrieben werden durch Wittgensteins bekanntes Dictum: Die Grenzen meiner Sprache sind die Grenzen meiner Welt. Diese drei Problemkreise wollen wir uns gesondert unter die Lupe nehmen.

Eine Darstellung, welche die Einbettung der Logik in die historische Entwicklung der Nachbardisziplinen und die wechselnde Terminologie darstellt, reichen wir in einem vorletzten Kapitel nach.

Schließlich sprechen wir über einige Gebiete der Philosophie und Theologie, die sich deutlich, wenn nicht im Namen, so doch durch Inhalt und Methode von der Logik absetzen. Auch sie verdienen Erwähnung, denn sie sind, wenn auch in distanzierender Weise, von der Logik mitbestimmt.

Personen und Schulen

Aristoteles

Beim Beginn bleibt uns keine Wahl. Um Aristoteles, den im Wortsinn seiner Schriften ersten analytischen Philosophen, der überdies fest auf dem Boden der Alltagserfahrung und der politisch-gesellschaftliche Realitäten seiner Zeit steht, kommen wir nicht herum. Er formulierte den Begriff der axiomatisch aufgebauten Wissenschaft und begründete ihn (14.05). Er entwickelte eine Form der Logik, die Syllogistik, die, in den Schranken ihrer Ausdrucksfähigkeit, vollständig ist, deren Beschränkung auf einstellige Prädikate aber ihre Anwendbarkeit auf Mathematik und Naturwissenschaften fast unmöglich machte und auch, wie ich zu zeigen versuchen werde, die Entwicklung der Philosophie für lange Zeit

behindert hat. Man kann eben von einem Bahnbrecher, von jemandem der in unbekanntem, unwegsamem Gelände einen ersten Pfad legt, nicht erwarten, daß er zugleich einen optimalen Weg zu allen Schätzen des Gebietes findet. Gleichwohl hat er durch seine Unterscheidung von verschiedenen Verwendungsweisen der Kopula "ist" mit Hilfe seiner Kategorien die Syllogistik sprachanalytisch untermauert, eine Entscheidung über deren Existenzpräsuppositionen getroffen, die durch die Gegebenheiten der Umgangssprache nahegelegt ist, aber von heute gesehen, zu unnötigen Komplikationen führt. Er hat in seinem Seeschlachtbeispiel ein Wespennest von Problemen angestoßen, das Determinismusproblem, Zweiwertigkeit der Logik, Modal- und Zeitlogik, das wir auch heute noch nicht vollständig ausgeräuchert haben.

Aristoteles hat aber auch in seiner Topik deutlich gemacht daß es im forensischen und politischen Bereich nicht immer die Logik ist, die überzeugt, und nie die Logik allein, vielmehr auch das Vertrauen das dem Redner entgegengebracht wird, oder das er sich zu erwerben, zu erschmeicheln weiß und die Übereinstimmung seiner Urteile mit den Vorurteilen des Publikums. Diese Bemerkungen mögen den Adepten der Logik und den, der im politischen Bereich differenziert argumentieren möchte, pessimistisch stimmen, besitzen aber, blicken wir um uns, bis heute Gültigkeit, oder, sollen wir verlängern: zeitlose Gültigkeit ?

Die megarisch-stoische Schule

In der megarisch stoischen Schule wurde das, was wir heute Aussagenlogik nennen auf erstaunlich hohem Niveau entwickelt. Insbesondere wurden konditionale Aussagen ausführlich behandelt. Die herausragende Logiker-Persönlichkeit der Stoa war Chrysipp. Von Diodoros Kronos haben ist ein modallogisches Argument überliefert, den sogenannten Meisterschluß, der darauf hinausläuft, daß man eine zeitlich erweiterte Modallogik voraussetzt, in der alles, was möglich ist, irgendwann verwirklicht wird.

Arabische Philosophie und Kombinatorik

Wir übergehen die Periode, in der Aristoteles fast nur kommentiert, kaum weiterentwickelt wurde, fast völlig, erwähnen nur Boethius, der in seinen Schriften zuverlässige Auskunft über Aristoteles, die logischen und rhetorischen Gedanken Ciceros und auch die stoische Logik liefert, und wechseln zu einem anderem Schauplatz, der Welt der arabisch schreibenden Gelehrten. Dort war um 900 die griechische Wissenschaft, Mathematik und Philosophie bestens bekannt und übersetzt und man ging daran, sie weiterzuentwickeln. In der Folge der Auseinandersetzung von Avicenna (Ibn Sina) mit der neuplatonistischen Lehre des Hervorgehens alles Seienden aus dem EINEN entstand bei al Tusi und al Halabi die neue mathematische Wissenschaft der Kombinatorik, die Rückwirkungen auf Ontologie und Linguistik ihrer Zeit hatte (Rashed 2000), aber sich auch im Abendland bei Raimundus Lullus, Hobbes und insbesondere Leibniz in Ideen einer *ars combinatoria* bzw. *characteristica universalis* fortsetzte. Leibnizens logische Schriften sind freilich zu ihrer Zeit unveröffentlicht und damit wirkungslos geblieben.

Logik-Ausbildung im Mittelalter

Für die *artes liberales* der römischen Antike, die Wissenschaften, die von freien Bürgern gepflegt wurden, bildete sich in der Spätantike ein fester Kanon von sieben Fächern heraus, der im Mittelalter in das *Trivium* (Dialektik, Grammatik, Rhetorik) und das *Quadrivium* (Arithmetik, Geometrie, Astronomie, Musik) unterteilt wurde (Boethius). Diese Fächer wurden an den Artistenfakultäten als Propädeutikum für das Studium der höheren Fakultäten (Theologie, Recht, Medizin) gelehrt. So wurde die Philosophie, und gelegentlich auch die

Logik, als *ancilla theologiae*, "Magd der Theologie", bezeichnet. Im *Trivium* verbarg sich hinter der Dialektik u.a. eine Unterweisung in Logik, hinter Grammatik und Rhetorik, u.a. Elemente dessen, was wir heute als Sprachanalyse bezeichnen würden.

Scholastik

Etwa gleichzeitig mit den geschilderten Entwicklungen im Morgenlande rückte im Abendland das Zeitalter der Scholastik heran, in welcher der Christliche Glaube als intellektuelles Problem gesehen und seine Begründung und Verteidigung als überragend wichtige Aufgaben aufgefaßt wurden. Das verlangte nach leistungsfähigen Werkzeugen. Der Wunsch nach dem rechten Verständnis der heiligen Schrift, der Kirchenväter, des Trinitätsgedankens und der Transsubstantiationslehre, stellte nicht geringe Anforderungen und so wurde es sehr nützlich, wenn man zur Interpretation der Texte nicht nur die platte wörtliche Lesart zur Verfügung hatte. Das hatte im ausgehenden Altertum schon Origines erkannt und praktiziert. In der Scholastik ging man von der von Boethius überlieferten Drei-Sprachen-Theorie aus (Sprache des Geistes, gesprochene, geschriebene Sprache), fragte sich in der "*Grammatica Speculativa*", ob nicht allen realen Sprachen in gewissem Sinne eine Grammatik zu Grunde liege, entwickelte die Lehre der zwei Intentionen (Logik als Theorie der 2. Intention (d.h. der syntaktischen Eigenschaften)), die Lehre der Suppositionen und versuchte sich in Gottesbeweisen, von denen der "ontologische" von Anselm v. Canterbury (nicht dessen einziger, aber) der bekannteste werden sollte. In der Unterscheidung zwischen materialer und formaler Supposition bei Shyreswood (27.06) kann man die Unterscheidung zwischen Objekt- und Metasprache angedeutet sehen, in der Unterteilung der materialen Supposition in die allgemeine und singuläre, die *typ/token*-Unterscheidung (27.11). Weitere Suppositionsarten wurden eingeführt. Überhaupt ist die scholastische Analyse der Sprache auch der Antinomien mit einer ausgefeilten und in stetem Umbau und Wachstum befindlichen Fachterminologie verbunden. Das ist nicht verwunderlich wenn man sich ins Gedächtnis ruft, daß nach heutiger Ansicht die Analyse einer (Objekt-)Sprache den Aufbau einer Metasprache mit Namen und Prädikaten für die in jener Sprache vorkommenden syntaktischen Objekte benötigt. Auch die Aussagenlogik und insbesondere die Konsequenzen-Logik machten deutliche Fortschritte über den Stand der Stoa hinaus, bis hin zu neuen axiomatischen Ansätzen. Als Ende der scholastischen Periode kann man etwa das Ende des 15. Jh. angeben.

Spinoza 1632-1677

Spinoza unterbrach die Drucklegung seines Hauptwerkes, "*Ethica more geometrico demonstrata*", als er sich mit Atheismusvorwürfen konfrontiert sah. So wurde es erst (kurz) nach seinem Tode veröffentlicht. Die Vorwürfe waren nicht gerechtfertigt. Ganz im Gegenteil. Den ersten (von vier) Teil(en) des Werkes bildet ein detailliert ausgeführter Gottesbeweis. Er beginnt, wie das Vorbild, Euklids Elemente, mit Definitionen und Axiomen aus denen dann sukzessive 36 Lehrsätze und einige Korollare abgeleitet werden.

Gleich die erste Definition allerdings könnte man als *petitio principii* auffassen: "*Unter Ursache seiner selbst verstehe ich das, dessen Wesenheit die Existenz in sich schließt, oder das, dessen Natur nur als existierend begriffen werden kann.*" Und so sind wir sehr schnell bei der Existenz dessen, das später als "Gott" identifiziert wird: "Lehrsatz 7. Zur Natur der Substanz gehört die Existenz. B e w e i s: Eine Substanz kann (nach dem Folgesatz zum vorigen Lehrsatz) nicht von etwas anderem hervorgebracht werden; sie ist daher die Ursache ihrer selbst, das heißt (nach Definition 1) ihre Wesenheit schließt notwendig die Existenz in sich, oder zu ihrer Natur gehört die Existenz. W.z.b.w." (Spinoza). – Verehrter Leser, lesen Sie bitte nicht weiter, sondern suchen Sie den Fehler in dem zitierten Beweis! Es ist gar nicht schwer. ---

Definition 1 nochmal gelesen ? *Was* wird da definiert ? “Ursache seiner selbst” ! D.h.: Wenn wir etwas haben, dessen “Wesenheit die Existenz in sich schließt”, können wir sagen, “es ist Ursache seiner selbst”. – Im “Beweis” wird aber genau die andere Richtung benötigt ! Die Richtung, die der Text hergibt, wird allerdings doch im Beweis von Satz 24 gebraucht. Ob es aber überhaupt statthaft ist, den Ausdruck “Ursache seiner selbst” der als ganzes definiert ist, aufzuschnüren und im üblichen umgangs sprachlichen Sinne weiterzuverwenden, darf bezweifelt werden. Vielleicht haben wir hier ein Beispiel für die bekannte Komplementarität von Erfolgsdruck und Selbstkritik. In der Literatur wird die Aufmerksamkeit u.a. auf Lehrsatz 9 gelenkt und dessen “Beweis” aus Definition 4. Hier wird unter der Hand ein zusätzliches Axiom eingeführt (Röd 2, S.96f, Henrich 1960).

Diese (symptomatischen) Beispiele zeigen, wie weit wir von der Präzision der euklidischen Vorlage entfernt sind. Eine stellenweise Verbesserung läßt sich wohl in jedem Fall leicht finden.

Insgesamt aber entstände bei Fortsetzung der stets lokalen Reparatur kaum ein kohärentes Ganzes, das überzeugen könnte.

Man könnte jedoch an eine *rationale Rekonstruktion* des *Systems* denken, die von den Intentionen Spinozas ausgeht. Das wäre wohl nur in sehr freier Weise möglich. Denn die rationalistische Grundidee, durch Begriffsanalyse Existenzaussagen über Gott und die Welt zu gewinnen, muß an einer Logik scheitern, die so beschaffen ist, daß ihre Gesetze “in allen möglichen Welten” gelten. Unexakt, aber hoffentlich klar ausgedrückt: Für jedes Prädikat gibt es “Welten” (genauer: kann man “Welten” angeben) in denen es leer ist. Infolgedessen kann eine Existenzaussage nicht in allen möglichen Welten gelten. Ausnahmen $Ex(Px \vee \neg Px)$ u.ä. Den Versuchen “zu zaubern”, aus dem alten Hut einer *neuen (dialektischen ?) Logik* den Hasen der Existenz zu ziehen, war bisher kein dauerhafter Erfolg beschieden.

Wie soll man darauf reagieren, daß Spinozas Unterfangen nur bedingt erfolgreich war ? Descartes, dessen axiomatische Ansätze Spinoza zunächst Inspirationen geliefert hatten, hielt die synthetische (axiomatische) Methode in der Metaphysik nicht für angemessen, eine Meinung, die heute von vielen geteilt wird, z..B. von Röd (1&2), z.T. aus Gründen, wie wir sie oben. angedeutet haben.

Man sollte aber nicht so weit gehen, überhaupt den Nutzen axiomatischer Bemühungen in der Philosophie in Frage zu stellen.

Wir verwalten in der Philosophie vermutlich mehr gescheiterte Projekte, als erfolgreiche. Deren Wert sollte man nicht unterschätzen. In ihrer Gesamtheit bieten sie ein Bild der intellektuellen Landschaft, das für die Nachkommenden umso wertvoller ist, je deutlicher die Gefahrenstellen markiert sind.

Leibniz 1646-1716

Leibniz *muß* an dieser Stelle erwähnt werden, denn seine philosophischen Überzeugungen und Ideen sind von seinem Denken in logischen Strukturen wesentlich geformt (Russell 1900) Als Logiker war er einerseits seiner Zeit weit voraus, tappte als einsam sich vortastender Pionier auch in einige Fallen, andererseits war er stark von Aristoteles beeinflusst, dessen Syllogistik er intensiv, auch mit Hilfe verschiedener Arten von Diagrammen, analysierte und weiterentwickelte (Bochenski S.304). Seine Fassung der Syllogistik zeigt in systematischer und symmetrischer Weise 4 Schluß-Figuren zu je 6 modi, im Gegensatz zu Aristoteles, der nur 3 Schlußfiguren mit insgesamt 14 modi und kennt. Überdies werden bei ihm singuläre Terme

genauso wie generelle Terme behandelt, was allerdings erst verständlich wird, wenn, wie er wiederholt betont, in jeder wahren affirmativen Aussage, sei sie nun singular oder generell, das Prädikat dem Subjekt innewohnt: *prædictum inest subjecto*. Russell (s.o) zeigt die metaphysischen Konsequenzen, die dieses Prinzip für L. hatte, etwa für seine Idee der Monaden.

Leibniz bewegte sich im Bereich des Formalen, der Kalküle, wie ein Fisch im Wasser. *“In signis spectanda est commoditas ad inveniendum, quae maxima est quoties rei naturam internam paucis expriment et velut pingunt; ita enim mirifice imminuitur cogitandi labor.”* Er erfand Kalküle für Tangenten und Flächenberechnung, für die Zusammensetzung von Begriffen und eine mechanische Rechenmaschine. Er experimentierte mit Notationen, so mit der Dual-Schreibweise für Zahlen - 0 und 1 erhielten verschiedene metaphysische Deutungen - mit Zahlen-Notationen für Begriffe (insbesondere der Geometrie) - Teilbarkeit sollte dann das Enthaltensein ausdrücken. In einem weiteren Anlauf entwickelte er einen *Calculus de Continentibus et Continentis* dessen Inhalte sowohl intensional wie auch extensional gedeutet werden konnten. Seine Symbole für Integration und Differentiation benutzen wir noch heute. Zugegeben, seine Rechenmaschine, hatte mechanische Probleme. Ihr wesentliches Konstruktionselement, die Staffelwalze, realisierte aber noch in viel späteren kommerziellen Produkten die Multiplikation. Der Inhaltskalkül war zwar relativ schwach, weil er von Adjunktion und Konjunktion nur eine kannte. Dennoch stellte aber den ersten vollständig, ohne Bezugnahme auf die Deutung beschriebenen und deshalb auch vielfach deutbaren Kalkül dar. Damit war der wichtige Schritt zum abstrakten Kalkül, einer deutungsunabhängigen abstrakten Mathematik vollzogen.

L.s Aspirationen gingen allerdings weit über das hinaus, was er selbst erreichen konnte; eigentlich können wir heute erst ermessen, wie weit. Inspiriert von Raimundus Lullus suchte er eine *Characteristica universalis*: *“Eine Charakteristik der Vernunft, kraft derer sich die Wahrheiten der Vernunft gewissermaßen durch einen Kalkül, wie in der Arithmetik und Algebra, so in jedem anderen Bereich, soweit er der Schlußfolgerung unterworfen ist, erreichbar werden.”*(38.10) Damit hängen auch seine Bemühungen um ein *Begriffs-Alphabet* zusammen, ein Vorhaben, das er durch ein Enzyklopädie vorbereiten wollte, für deren Realisierung er bei mehreren Fürsten Mittel einzuwerben suchte. Vergeblich !. Leibnizs kühnen und bahnbrechenden Entwicklungen in Modal- und deontischer Logik wurden erst im letzten Jahrzehnt bekannt (Lenzen 2001).

Diese Überfülle an genialen Ideen drang kaum nach außen, blieb ohne Wirkung. Nur einige seiner Zeitgenossen erhielten durch gelegentliche Bemerkungen in der Korrespondenz andeutungsweise davon Kenntnis. Die Neuauflage eines Jugendwerkes zur Kombinatorik verhinderte Leibniz weil er sie verbessern wollte.

Kant 1724-1804

Kant könnte man in Lebens- und Arbeitsweise und auch in seinem Verhältnis zur Logik als Antipoden zu Leibniz sehen. Sein Bild der Logik war statisch. Er war kein kreativer Logiker. Nichtsdestoweniger war seine Philosophie, die sehr einflußreich werden sollte, wesentlich von der Logik, wie er sie kannte, beeinflußt, sogar bis in die Disposition der *“Kritik der reinen Vernunft”* hinein. Bekannt ist seine Meinung: *“Daß die Logik diesen sicheren Gang (einer Wissenschaft) schon von ältesten Zeiten gegangen sei. läßt sich daraus ersehen, daß sie seit dem Aristoteles keinen Schritt rückwärts hat tun dürfen, wenn man ihr nicht etwa die Wegschaffung einiger entbehrlicher Subtilitäten oder deutlichere Bestimmung des Vorgetragenen als Verbesserungen anrechnen will, welches aber mehr zur Eleganz als zur Sicherheit der Wissenschaft gehört. Merkwürdig ist noch an ihr, daß sie auch keinen Schritt vorwärts hat tun können und also allem Ansehen nach geschlossen und vollendet zu sein scheint....die Grenze der Logik ist aber dadurch ganz genau bestimmt, daß sie eine Wissenschaft ist, welche nichts als die formalen Regeln alles Denkens ausführlich darlegt und*

strenge beweiset. ” (2.05) Kant hat wiederholt “Logik” gelesen, in einer Weise, die keineswegs so eng und streng ist, wie das gerade gegebene Zitat vermuten läßt. Vielmehr geht er, ähnlich wie seine Vorgänger in aller Breite auf die Diskussion von Begriff, Urteil, Schluß ein. Am bekanntesten, und von Kant selbst angeregt, ist die Mitschrift von (Jäsche 1800). Nicht auszudenken, wie anders sich die Logik entwickelt hätte, wäre Kant imstande gewesen, die viel weiter entwickelten Leibnizschen Ideen zu verbreiten.

Seine Metaphysik-Kritik nimmt das System von Christian Wolff zum Ausgangspunkt. Dessen Gottesbeweis kritisiert er von einem logischen Standpunkt aus. Seine eigenen Antinomien und Ableitungen (z.B. der Kategorien) wiederum sind für uns heutige nur schwer logisch zu rekonstruieren.

“Metaphysik ist für Kant das System der nicht mathematischen synthetischen Urteile *a priori* oder das System der außerlogischen Erkenntnisse aus reiner Vernunft.” “Das sind die Sätze, für deren Bewahrheitung Beobachtungen nicht notwendig, das Rüstzeug der Logik nicht hinreichend ist.” Wir halten uns hier an die Rekonstruktion von Heinrich (Scholz 1932,1944) Außerhalb der Philosophie findet Kant synthetisch-apriorische Wahrheiten in Mathematik und Newtons Mechanik, das allerdings nur, weil er von einem sehr engen, auf die Syllogistik fixierten Logik-Verständnis ausgeht. So gesehen basiert die Haupt-Errungenschaft Kants, zumindest teilweise, auf einem Mißverständnis des Logik-Begriffes.

Die Grundidee von Kants Erkenntnistheorie aber, die Bedingungen der Möglichkeit unserer Erkenntnis zu thematisieren und ihre konstitutionsbedingten Einschränkungen (Alois Dempf) zu erforschen, wirkt noch heute fort - auch in immer neuen Versuchen “*synthetisch-apriori*” wieder zu beleben (Z.B. auch bei C.F. v.Weizsäcker und in ganz anderer Weise bei David Lewis).

George Boole 1815-1864

Als George Boole seine Version der Aussagenlogik entwickelte, tat er dies in Unkenntnis seiner stoischen und scholastischen Vorgänger. Vielmehr lieferte die Algebra mit ihren Assoziativ- und Distributivgesetzen die leitende Analogie. So ist es auch für ihn nicht schwierig festzustellen, daß sein Kalkül auf sehr verschiedene Weise gedeutet werden kann, eine Tatsache, übrigens, die eine notwendige Bedingung für die Möglichkeit von logischen Rechenmaschinen darstellt. Jevons ist anscheinend der erste, der eine konstruiert: *the logical piano* (Jevons 1896). Fast zeitgleich und in ähnlicher Weise wie Boole, aber doch noch enger der aristotelischen Tradition verhaftet, behandelte De Morgan die Logik.

Frege

Der wirklichen Durchbruch zu einer modernen und formalen Logik, in der durchgehend “lückenlose” Ableitungen aus Axiomen möglich sind, kam allerdings erst mit Gottlob Frege, der es verdient mit Aristoteles in einem Atem genannt zu werden. Ihm verdanken wir vor allem die Entwicklung einer Prädikatenlogik (“*Begriffsschrift*”), welche im Gegensatz zur aristotelischen Syllogistik auch die Behandlung mehrstelliger Prädikate und Funktionen gestattete. Das bedeutete eine ungeheure Erweiterung der Ausdrucksmöglichkeiten, die natürlich auch durch einen entsprechenden Symbolismus ermöglicht werden mußte. Enthielt bei Aristoteles' Syllogistik jeder Satz (in heutiger Terminologie) einen Existenz- (Es gibt weiße Schwäne) oder Allquantor (Alle Schwäne sind weiß), so war es nun möglich Sätze mit beliebig vielen verschiedenen (gemischten) Quantoren zu bilden (Für jede Zahl gibt es eine größere und eine kleinere, aber keine die kleiner oder größer ist als alle Zahlen). Da es nun in den Sätzen mehrere Quantoren geben konnte, brauchte man Mittel festzulegen, worauf sie sich beziehe! n. Da Frege schon für die Aussagenlogik einen zweidimensionalen Kalkül gewählt hatte wäre es nahegelegen auch diese Beziehungen graphisch durch Ziehen von Verbindungslinien anzudeuten. Frege war aber an dieser Stelle (aus heutiger Sicht) gnädig mit

seinen Lesern. Er legte die Beziehung durch Übereinstimmung von Variablen fest, was allerdings die Gefahr von Variablenkollisionen mit sich brachte und überflüssige Fragen nach dem Status der gebundenen Variablen nahelegte. Seine zweidimensionale Formelschreibweise konnte übrigens deren aussagenlogische Struktur ohne Klammern darstellen und ist direkt als Schaltung interpretierbar (Hoering 1). Beim Versuch eine abstrakte Ontologie von Begriffen aufzubauen, in denen die ganzen Zahlen zugleich als abstrakte Gegenstände, wie auch als Begriffe (2.Stufe) gleichzahliger Begriffe (z.B. die 2 als Begriff der zweizahligen Begriff!) ihren Platz finden, stellte er ein formales System auf, von dem Russell durch seine Antinomie zeigte, daß es widerspruchsvoll ist, das aber auf lange Sicht doch große Wirkung hatte. Seine Arbeit zu "Sinn und Bedeutung" wurden der Grundstock der modernen Semantik, "Funktion und Begriff" untermauerte seine Bemühungen Mathematik und Logik zu vereinen.

Der Erfolg Freges als akademischer Lehrer in Jena war quantitativ gering, oft nur wenige Hörer, drei bis vier, qualitativ groß, Carnap gehörte dazu, Wittgenstein besuchte Frege. Als ich, glücklich jemanden vor mir zu haben, der Frege noch persönlich erlebt hatte, Carnap nach seinem Eindruck von Frege befragte, verwies er mich auf seinen Schilpp-Band.L

Russell 1872-1970

Wir lassen hier den publikumswirksamen späteren Russell - nach 1920 - außer acht. Für die Wechselwirkung von Philosophie und Logik wurde Bertrand Russell um die Jahrhundertwende zu einer zentrale Figur. Durch sein Hegel-Studium unter McTaggart wohldisponiert zum Umgang mit Zirkeln und Widersprüchen (Griffin 1991), entdeckte er 1901, als er an den *Principles of Mathematics* arbeitete, einen Widerspruch in Freges "Grundlagen der Arithmetik", einen Widerspruch, der sich aus dem eigentlich evident erscheinenden Prinzip ergibt, daß zu jeder Eigenschaft die Menge der Gegenstände mit dieser Eigenschaft existiert. Dieser Widerspruch wurde bald Russell's Paradox genannt. (Er gefährdet potentiell jede Mengenlehre und erzwingt damit deren exakte Formalisierung.) Die *Principia Mathematica* von Whitehead und Russell führten die Arbeit von Peano (1889) und Frege zusammen.. In dieser *tour de force* der Anwendung formaler Logik, (Bd.I,1910 - Bd.III, 1913, 2000pp), die wohl nur von wenigen lückenlos von Anfang bis Ende nachvollzogen wurde, finden wir *erstens* in der Typentheorie eine Methode zur Vermeidung der Paradoxie, *zweitens* die Entdeckung, daß ein Unendlichkeitsaxiom für die Entwicklung der Arithmetik/Mathematik notwendig ist und *drittens insgesamt* die Bestätigung der Annahme, daß man einen großen Teil der Mathematik formal aufbauen kann, sogar aus "der Logik" *definieren* und *deduzieren*, wenn man darunter die *verzweigte Typentheorie* versteht und sich die Freiheit nimmt, ein *Unendlichkeitsaxiom* und das *Reduzibilitätsaxiom* noch hinzuzufügen. Letzteres hebt die Auswirkungen Typenunterscheidung partiell wieder auf. Beide Axiome haben einen Schönheitsfehler: sie sind als *logische* Axiome nicht evident.

Der trotzdem erzielte augenscheinliche Erfolg bei der Systematisierung mathematischen Wissens legte es nahe, auch für die *Erfahrungswissenschaften* eine Reduktion auf wenige Grundbegriffe und eine axiomatische Darstellung zu suchen. Russells Meinung über die Eigenschaften einer Idealsprache die dies leisten sollte, änderte sich im Laufe der Zeit (Russell 1914,1921).

Erwähnung verdient noch Russells *Theorie der Kennzeichnung*. Sie gestattet die Elimination von (evtl. trägerlosen) Eigennamen durch Kontextdefinition. So wird "der gegenwärtige König von Frankreich ist kahl" analysiert als "es gibt genau einen gegenwärtigen König von Frankreich und er ist kahl". Dieser Satz wird gemäß der gegebenen Übersetzung falsch. Aber auch seine Negation "der gegenwärtige König von Frankreich ist nicht kahl" muß als falsch analysiert werden. Dieser Sachverhalt wurde später als zwingendes Argument für die Einführung eines dritten, neutralen Wahrheitswertes angesehen, ein Wahrheitswert, der eigentlich für die Philosophie eine zentrale Rolle spielen müßte, da er in vielen (dem meisten?) üblichen Formulierungen von philosophisch als interessant angesehenen Fragen zugeteilt

werden sollte, wenn man zugleich genau und ehrlich wäre.

Russell's folgenreichste Errungenschaft war wohl die Typentheorie in ihren verschiedenen Formen. Sie wurden zu Archetypen einer unübersehbaren Vielfalt von Theorien und Anwendungen.

Russells Einfluß auf kontemporäre und spätere Philosophen und Logiker war vielfältig. Wir nennen im folgenden nur Wittgenstein, Carnap und Gödel.

Russell trat in eine intensive Wechselwirkung mit Wittgenstein, der nach Cambridge gekommen war um bei ihm zu studieren, aber sehr bald aus der Schülerrolle heraustrat. In jener Zeit entwickelte sich die zeitweise Begeisterung der beiden Philosophen für einen logischen Atomismus, den Wittgenstein im *Tractatus* auf seine Weise ausbuchstabierte. (Carnap 1928) und ihm folgend später Goodman führten das Programm der logischen Rekonstruktion der Erfahrungswissenschaften weiter.

(Gödel 1931) konnte sich für seinen berühmten Unvollständigkeitssatz auf "die Principia Mathematica und verwandte Systeme" auf ein weithin bekanntes Standard-System der formalisierten Arithmetik stützen.

Wittgenstein 1889-1970

Wittgensteins immense Wirkung beruht auf einer einzigartigen Mischung von persönlichem Charisma und logischer Analyse, von tagheller Klarheit und schwer durchdringbarem Dunkel. Auch wir zu spät gekommenen erliegen leicht der Faszination dieses Lebensweges, der durch wiederholte entschlossene radikale Kehrtwendungen gekennzeichnet ist.

Der *Tractatus logico-philosophicus*, Wittgensteins einziges von ihm selbst veröffentlichtes Werk, das zunächst keinen Verleger fand, dann aber Dank Russells Einsatz zunächst in einer Leipziger Schriftenreihe als *Logisch-philosophische Abhandlung* mit einem instruktiven Vorwort aus dessen Feder erschien, geht von einer einleuchtenden Grundintuition aus: Genauso, wie man in der Physik durch fortlaufende Teilung der Materie irgendeinmal zu den kleinsten nicht mehr teilbaren Teilchen gelangt, die bei den Griechen zu Recht Atome hießen, bei uns heute Elementarteilchen, genauso müßte man durch Zurückverfolgen von Definitionen zu den logischen Grundbausteinen unserer Welt gelangen können, den Elementarsätzen, die selbst keine logische Komplexität mehr besitzen. Sie müßten voneinander logisch unabhängig sein, d.h. jede Wahrheitswertverteilung auf sie möglich sein, die jeweils einem Zustand der Welt entspräche. Die Naturgesetze wären dann Konsequenzen von Definitionen, genauso wie bei einer logizistischen Grundlegung der Arithmetik die Rechengesetze aus den logischen Definitionen der Zahlen folgen. Wittgenstein scheint von einer endlichen Welt auszugehen, sodaß ! die Pr \ddot{u} dikatenlogik letztlich überflüssig ist, und die Aussagenlogik ausreicht.

Das ist für den logischen Atomisten das allgemeine Bild der Welt.

Aber man würde es gerne spezialisieren können. Man wüßte ja gerne, wie Elementarsätze aussehen, man hätte gerne konkrete Beispiele. Im Gegensatz zu den Analysen von (Russell 1914) oder später (Carnap 1928) legt Wittgenstein sich nicht fest. Mißtrauisch stimmt einen da, daß man aus den Manuskriptentwürfen weiß, daß Wittgenstein mit einigen Festlegungen experimentiert hat. Er sagt aber schlußendlich nichts über die Elementarsätze, außer, daß sie durch Aneinanderreihung von Namen entstehen. - Hier endet die Intuition des Referierenden.

Wittgenstein kehrte nach einer mehrjährigen Tätigkeit als Volksschullehrer in Niederösterreich und einigen Zwischenstationen 1929 wieder nach Cambridge und zur Philosophie zurück - mit einer gewandelten Sprachkonzeption. Sein Interesse gilt nicht mehr dem einzelnen Satz, sondern den umfassenderen Einheiten, Satzsystemen, Kalkülen, deren Grammatiken und Regeln. Er betont die Autonomie der Grammatik. Die durch eine solche Grammatik definierte Sprache kann nicht gerechtfertigt werden. Sie ist von der Wirklichkeit

unabhängig. Das zeigt sich in tautologischen Gemeinplätzen wie “Meine Vorstellungen sind privat” oder “Jeder Stab hat eine Länge”, die zeigen was wir aus rein formalen Gründen gelten lassen müssen - unabhängig von der Beschaffenheit der Welt, die wir eben mit Sätzen dieser Art nicht erfassen können. Wittgensteins “grammatischen Sätze” sind eng verwandt mit Carnaps “analytischen Sätzen” worunter dieser Sätze versteht, die aufgrund ihrer Bedeutungsregeln wahr sind. Es handelt sich in beiden Fällen um Verallgemeinerungen der logischen Wahrheit.

Auf Wittgensteins Auffassungen zu Sprachspielen, zum Regelfolgen, zum Privatsprachenargument können wir hier nicht eingehen. Es handelt sich um im wesentlichen semantische Diskussionen, die versuchen der Bedeutung gewisser Rede- und Schlußweisen so auf den Grund zu gehen, daß klar wird, wie leer sie sind.

Der Philosoph verkündet keine Wahrheiten, er therapiert Verirrungen.

Logik dient, so rechtfertigte Pater Bochenski seine Tätigkeit, der Seelsorge an Philosophen.

Carnap 1891-1970

CARNAP war 1926-1931 Dozent der Philosophie in Wien und auf diese Weise gut bekannt mit dem *Wiener Kreis* um Moritz SCHLICK, NEURATH und HAHN. Er wurde auf der Bühne der Philosophie deutlich sichtbar, als er 1928, sozusagen mit einem Schlag, *Der Logische Aufbau der Welt* und *Scheinprobleme der Philosophie* veröffentlichte.

Im *Aufbau* versucht CARNAP die Grundforderung des logischen Empirismus exemplarisch zu erfüllen: die Rückführbarkeit aller empirischen Begriffe auf das empirisch Gegebenene. Er führt damit Russells Programm fort, das sich selbst wiederum am Erfolg des logizistischen Programm der *Principia* orientiert hatte. *Elementarerlebnisse* und die *Ähnlichkeits-erinnerung*, dienen ihm als Basis, die von Frege und Russell entwickelte Logik als Werkzeug. Wenig später gab Carnap das Eigenpsychische als Erfahrungsgrundlage auf, im Einklang mit dem Konsens im Wiener Kreis, daß beim Aufbau einer einheitlichen Wissenschaft die intersubjektiv verständliche Sprache der Physik als Grundlage (Systemsprache) zu benutzen sei. Insgesamt aber scheitert das Projekt schon an der nicht-Definierbarkeit von Dispositions-Prädikaten, wie Carnap selbst später feststellte.

Die *Scheinprobleme* der Philosophie entstehen nach Carnap durch Verletzung des *Sinnkriteriums*. In seiner ersten Fassung besteht es in der Angabe der Methode der Verifikation eines Satzes. Viele philosophischen Sätze fallen diesem Kriterium anheim; aber auch die naturwissenschaftlichen Allsätze und damit alle Naturgesetze. Sie können höchstens falsifiziert aber nie verifiziert werden. (Das ist dann der Ausgangspunkt von Poppers Logik der Forschung)

Carnaps Ausweg ist die Ersetzung von “Verifizierbarkeit” durch “Bestätigung”, bzw. “Prüfbarkeit”.

Auf Drängen von Feigl hin befaßt sich Carnap mit dem Problem der Induktion, und zwar in der Form einer “Induktiven Logik”(Carnap 1951). Hier werden “logische Wahrscheinlichkeiten” im Stile von “Zahl der günstigen Fälle geteilt durch Zahl der möglichen Fälle” durch das Abzählen von Zustandsbeschreibungen erklärt. Carnaps Ansatz hat Schwierigkeiten bei der Behandlung von Relationen und versagt bei der Betrachtung unendlicher Bereiche. Hier erhält man nur Wahrscheinlichkeiten von 0 oder 1. Später wird der Ansatz durch gewichtete Beimischung statistischer Wahrscheinlichkeiten flexibler gemacht.

Carnaps “Philosophie der Naturwissenschaften” (Carnap 1969) ist eine gut lesbare Einführung in dieses Gebiet. Für den Fachmann war die Behandlung des Ramseysatzes interessant.

Was einem an Carnap Lebenswerk den größten Respekt einflößt, ist sein Mut zur Selbstkritik, gepaart mit bedingungslose Ehrlichkeit bei, hat er erst einmal einen Fehler festgestellt.

Quine 1908-2000

Für Quines Entwicklung war sein Europaaufenthalt 1932/33 prägend: Teilnahme an den Treffen des Wiener Kreises (Neurath, Schlick, Hahn, Gödel Menger) und Kontakt mit Carnap in Prag, sowie mit den Logikern Lesniewski, Lukasiewicz, Tarski der *polnischen Schule*. in Warschau. Nach USA zurückgekehrt zunächst Beschäftigung mit Logik und Systemen der Mengenlehre, die eine abgeschwächte Typisierung voraussetzen und eine All-Menge besitzen (Quine *A System of Logistic*, 1934, *New Foundations...* 1937, *Mathematical Logic* 1940, *Elementary Logic* 1941). Ab 1939 gewinnt er in direkter Auseinandersetzung mit dem nach Amerika emigrierten Carnap und damit einhergehend einer immanenten Kritik des logischen Empirismus seinen eigenen philosophischen Standpunkt. *Two Dogmas of Empiricism* (1951) leitet seine Zuwendung zu einem *Gradualismus* ein, indem er hier die scharfe Trennung zwischen analytisch und synthetisch angreift, und auch den Reduktionismus (*“the belief that each meaningful statement is equivalent to some logical construct upon terms which refer to immediate experience”*). In späteren Arbeiten argumentiert er für holistische Auffassungen beim Sprachverständnis, in den Wissenschaften und in der Philosophie, gleichzeitig für eine *“naturalization”* der Erkenntnistheorie. Die Mathematik sieht Quine als Strukturspender im Zentrum einer globalen Theorie der Natur befindlich und genau wie diese realitätsorientiert und revidierbar..

Obwohl Quines Grenznienverwischungsstrategie, sein Gradualismus, und auch die Auffassung einer *“naturalisierbaren”* Erkenntnistheorie auf deutlichen Widerstand stieß (z.B. bei Putnam), behielt Quine in den USA lange eine überragende Stellung. Sein bekanntester Schüler dürfte der zeitweise überaus aktive Hintikka sein. Das gab Dennett Anlass für die Scherzfrage: Nennen Sie einen Sammelband, den Hintikka *nicht* herausgegeben hat !

David Lewis *1941

David Lewis verkörpert in seinen Interessen und Arbeiten eine besonders enge Verbindung von Logik und Philosophie.

Dabei fängt er eigentlich ganz harmlos an.

In seiner Dissertation über Konvention zeigt er, wie evtl zufällig sich ergebende Konventionen sich selbst stabilisieren können. Dazu betrachtet er 2-Personen-Spiele in denen Abweichungen von der Konvention bestraft werden, durch den Partner oder durch die sich ergebende Situation. Einen wesentlichen Teil der Diskussion füllen auch Reflexions-Spiele aus: *“Ich denke, das Du denkst, wenn ich das tue ...”*

Hier ist die Logik allenfalls in den Reflexionsbetrachtungen präsent

Voll in die mögliche-Welten-Semantik steigt er in den *Counterfactuals* ein, also in dem Buch über irrealen Konditionalsätze. Sein Beispiel: Wenn Känguruhs keine Schwänze hätte, würden sie umfallen. An Stelle der von der Modallogik her wohlbekannteren Sichtbarkeits-Relation zwischen möglichen Welten tritt hier eine Ähnlichkeitsrelation. Mit Hilfe einer so gearteten Semantik baut L. mehrere Systeme für eine *irrealen Konditionalsätze* auf, aus denen man dann auch eine kausale Implikation gewinnen kann.

On the Plurality of Worlds vertritt in vorsichtiger Weise (*“I give some reasons”*, *“Good reason; I don't say it is conclusive.”*)), aber doch eigentlich unbekümmert die These der Existenz Möglicher Welten (*“Are there worlds that are other ways ? I say there are”*). Diese Annahme

habe sich als theoretisch so nützlich erwiesen, daß Lewis sich ihr nicht entziehen will. Lewis rekonstruiert mit ihrer Hilfe Mengenlehre Ereignisse, Propositionen oder Sachverhalte, Eigenschaften, Universalien, Bedeutungen und Inhalte usw. (Spohn 1987) gibt eine detaillierte kritische Diskussion des Werks. Den modalen Realismus von Lewis charakterisiert (Spohn 1991) so: [Lewis] "behauptet, daß der logische Raum aus vielen möglichen Welten besteht; daß es zu jeder Art und jeder Weise, wie die Welt beschaffen sein könnte, eine mögliche Welt gibt, die gerade so beschaffen ist; daß jeder mögliche Gegenstand in genau einer möglichen Welt existiert; daß nicht-wirkliche Welten in der gleichen Weise existieren und so konkret sind wie unsere Welt und die wirklichen Gegenstände in ihr, daß sie also insbesondere keine Erfindungen, keine sprachlichen Konstrukte oder dergleichen sind; und daß jeder Gegenstand in ihr lediglich vom Standpunkt eines in ihr befindlichen Subjekts als wirklich ausgezeichnet ist".

Wir müssen hier selektiv sein und übergehen die Details von *Parts and Classes*, ein Buch in dem Systeme untersucht werden, die Lesniewskis Mereologie ähnlich sind. Es wird untersucht wie weit man theoretisch mit derartigen Systemen kommen kann. Lewis zeigt daß durch Hinzunahme des Einermengenbildungsoperators die übliche Mengenlehre gewinnbar ist kann.

Wir finden an den Arbeiten von Lewis weniger die logischen Tricks, das Springen zwischen Möglichen Welten bei der Behandlung des Leib-Seele-Problems interessant (Lewis 1989), als vielmehr die Arbeit zur *causal decision theory* (auch in Lewis 1981), in der die Frage diskutiert wird, "wie auf der Grundlage der Wünsche und Überzeugungen einer Person ein präzises Kriterium für die Rationalität ihrer Handlungen zu formulieren ist."

Und viele mehr

An dieser Stelle wollen wir einige Philosophen wenigstens *nennen*, deren Arbeit man hier auch hätte würdigen sollen, weil sie in hohem Maße durch die Ideen und Ergebnisse der Logik inspiriert ist, Männer (warum sind eigentlich keine Frauen dabei ?) die sich dem verpflichtet fühlen, was Heinrich Scholz "Pünktlichkeit" nannte oder, sagen wir, solche, die in einer Diskussion die gängige Aufforderung: "Could you please try to define your terms" nicht als Zumutung empfinden würden.

Castaneda, Chisholm, Chomski, Dummett, Hempel, Kripke, Lorenzen, Mackie, Montague, Naess, Popper, Putnam, Reichenbach, Sneed, Stegmüller, Suppes
Logiker mit philosophischen Interessen gibt es wie Sand am Meer.

Hier sind sich Logik und Philosophie besonders nahe.

Übersicht

Es gibt mehrere Bereiche, in denen Logik und Philosophie besonders eng verzahnt sind. Der eine ist die *Sprachanalyse* hier mit den Unterabschnitten Paradoxien, Zirkularität und das hermeneutische Verfahren und sukzessive Approximation. Der andere wird umschrieben durch die Begriffe *Ontologie*, Identität, Notwendigkeit. Der dritte kann schlagwortartig beschrieben werden durch Wittgensteins bekanntes Dictum, Tractatus 5.6: "*Die Grenzen meiner Sprache bedeuten die Grenzen meiner Welt*". Wir nennen ihn "Sprachgrenzen und Weltsicht".

Diese drei Problemkreise wollen wir gesondert unter die Lupe nehmen.

Sprachanalyse

“Denn wenn man Menschen ohne feste Begriffe von ihren Irrtümern zu befreien versucht, so bedeutet es dasselbe, als ob man eine Landstreicher ohne festen Wohnsitz aus seiner Behausung ausweisen wollte“ sagt John Locke in seinem *Essay on Human Understanding*, Kapitel “Über den Mißbrauch von Wörtern”, einem lebhaft geschwätigen Plädoyer für Sprachdisziplin und -Analyse. Schade, daß man heute über dieses Thema nicht mehr so unterhaltsam schreiben kann !

Wie schon erwähnt, war Logik in der Philosophie von Anfang an mit Sprachanalyse verbunden. Aristoteles' Einteilung der verschiedenen Verwendungsweisen des “*ist*” gemäß seiner Kategorienlehre zielte auf Desambiguierung und Abwehr von Fehlschlüssen (11.12 – 15).

Origines, der als erster den Versuch unternahm, die theologischen Gedanken des Christentums zu systematisieren unterschied bei der Bibelauslegung den wörtlichen und einen “höheren”, allegorischen Sinn.

Das analytische Arsenal der Scholastik (3-Sprachen-Theorie, Intentionen, Suppositionen, Konsequenzenlehre) wurde von Bochenski detailliert dargestellt - von uns im Abschnitt “Scholastik” angedeutet.

Daß man Sprache nicht unanalysiert und unreflektiert hinnehmen sollte, zeigt sich deutlich am Phänomen der stillschweigenden Voraussetzungen, *Präsuppositionen*, und den *Paradoxien*, die wir deshalb als erste behandeln. Daß *Zirkularität*, die gemeinhin als Hauptursache für das Auftreten von Paradoxien gehalten wird, nicht in allen Fällen schädlich ist, zeigen wir als nächstes. Insbesondere der hermeneutische Zirkel und ähnliche iterative Verfahren der *sukzessiven Approximation* in den Naturwissenschaften sind nicht zirkulär, sondern eher als Projektionen von höchst nützliche Spiralen aufzufassen.

Präsuppositionen

Präsuppositionen sind spezielle Arten stillschweigender Annahmen, die mit Aussagen oder auch dem bloßen Gebrauch von Wörtern mitgeschleppt werden. Es ist eine wichtige Aufgabe der Sprachanalyse derartige Annahmen transparent – oder besser gesagt - sichtbar zu machen. Nehmen wir an, Sie werden gefragt “Wann haben Sie aufgehört Ihre Frau zu schlagen” (unverheiratete oder weibliche Leser werden gebeten das Beispiel geeignet zu transponieren)

dann wird Ihnen eine kurze Antwort schwer fallen. Denn gleichgültig, ob Sie mit “ja” oder “nein” antworten, setzen Sie sich in schlechtes Licht. Allenfalls die längere (empörte) Antwort: “Ich habe sie nie geschlagen !” weist die Annahme zurück, die in der Frage enthalten ist.

Derartige Annahmen, die sowohl aus der positiven, wie auch aus der negativen Formulierung eines Satzes folgen, nennt man Präsuppositionen.

Sowohl “Der gegenwärtige König von Frankreich ist kahl” wie auch “Der gegenwärtige König von Frankreich ist nicht kahl”, um einen seit Russell unzählige Male zitierten Beispielsatz zu nehmen, setzen voraus daß es eine Person gibt, auf welche diese Kennzeichnung zutrifft.

Sowohl “Hans weiß, daß Helga lügt”, wie auch “Hans weiß nicht, daß Helga lügt” setzen voraus, daß Helga nicht ehrlich ist – oder lassen darauf *schließen*.

Das erste Satzpaar enthält eine Existenzpräsupposition, das zweite ein faktive, denn es wird eine Tatsache, ein Faktum vorausgesetzt. Aus dem ersten Paar kann man eine Existenzbehauptung folgern, aus dem zweiten die Behauptung einer Tatsache.

Man lasse sich nicht dadurch verwirren, daß hier *Voraussetzung* und *Schlußfolgerung* in paralleler Weise verwendet werden können. Es handelt sich um *notwendige* Voraussetzungen und es gilt “A ist eine *notwendige* Voraussetzung von B“ genau dann wenn “Aus B folgt A”. (“A ist eine *hinreichende* Voraussetzung von B” genau dann wenn “Aus A folgt B”)

Eine weitere Kategorie von Präsuppositionen sind die *Kategorie-Präsuppositionen*. Ihre Verletzung produziert *Kategoriefehler*, die nur manchmal durch metaphorischen Gebrauch durchbrochen werden können, wie z.B in. “die Welt schläft”, wo wir doch das zeitweilige

Abschalten des Bewußtseins im allgemeinen nur Lebewesen zubilligen, und zwar solchen, denen wir eben auch Bewußtsein zuschreiben. Perfectly OK sind "Peter schläft", "6 ist eine Primzahl" nicht OK natürlich "6 schläft", "Peter ist eine Primzahl".

Im allgemeinen setzt die Verwendung eines Nomens oder Adjektivs in der Umgangssprache voraus, daß es mindestens ein Ding gibt, das darunterfällt, die Verwendung eines Verbs mindestens einen Gegenstandsnamen der als Subjekt geeignet ist. Es wäre unökonomisch, wenn sich die Umgangssprache viele Bezeichnungen für die leere Klasse leisten würde. Die Verwendung von "Wolpertinger" und "Gemseneier" als Leichtgläubigkeitstest für nicht-Bayern wollen wir hier vernachlässigen. Ebenso Aussagen in Belletristik oder Poesie. Die genannte Existenz voraussetzung macht auch Aristoteles für seine Syllogistik, die ja eine Logik für die Alltagssprache sein soll. Leere Begriffe würden einige seiner Schlüsse ungültig machen.

Anders verhält es sich für die heutigen Wissenschaftssprachen. Hier benützen wir auch Begriffe, über deren Realisierung oder Eindeutigkeit wir uns nicht sicher sind: Gibt es Neutrinos ? Gibt es eine kleinste Länge ? Gibt es eine beste Form der Demokratie ? Und *es ist unerläßlich, daß wir derartige Fragen stellen können.*

Wenn Thomas von Aquin das Schöne und das Gute jeweils mit dem Seienden und so die beiden miteinander zusammenfallen läßt, dann setzt er stillschweigend voraus, daß es von jedem nur eines gibt, eine Relativierung "gut für", "schön für" ausgeschlossen ist.

Derartige stillschweigende Voraussetzungen aufzudecken und gegebenenfalls in Frage zu stellen, ist eine wichtige Aufgaben der Philosophie.

Vom Begriff der Präsupposition aus kann man einen neuen Blick auf die Gottesbeweise von Aristoteles über Stoa und Scholastik bis zu Kant und dem deutschen Idealismus finden (Vgl auch unseren Abschnitt *Die geordnete Welt und der höchste Begriff*). Die jeweiligen Voraussetzungen der Beweise kann man als Präsuppositionen ansehen, stillschweigende Voraussetzungen, die man jeweils mit dem Gottesbegriff verband. Damit hat man die Beweise und ihre Voraussetzungen in befriedigender Weise eingeordnet, ohne zu behaupten, daß diese Voraussetzungen *de facto* erfüllt sind und ohne die Lizenz zur eigentlich erwünschten Conclusio weiterschreiten zu können.

Nikolaus von Kues gebraucht Präsuppositionen in anderer Weise. Er bringt es fertig eine bisher unhinterfragt für gültig gehaltene Voraussetzung aufgrund seiner theologischen Annahmen zu beseitigen und damit ihre Konsequenzen.

Für ihn ist die Welt die "Entfaltung" (*explicatio*) Gottes und damit unendlich wie dieser.

Damit *hat es keinen Sinn* vom Mittelpunkt der Welt zu reden. Somit kann die Erde auch nicht dieser Mittelpunkt des Universums sein, sondern ist ein Stern, wie andere auch, einer von unendlich vielen – eine Lehre, die bei Giordano Bruno und Kepler weiterwirkte.

Paradoxien und Sprachfehler

Paradoxien und Fehlschlüsse zeigen besonders deutlich die Notwendigkeit einer kritischen Auseinandersetzung mit der verwendeten Sprache, sei es nun die Umgangssprache, oder die verwendete formale. Wir erwähnen nur den Lügner und die *quaternio terminorum* (den Fehlschluß, der auftritt, wenn der Mittelbegriff des Schlusses nur scheinbar in beiden Prämissen der gleiche ist). Schon Aristoteles setzt sich mit ihnen auseinander (im letzten Buch der Topik). Auch die Stoiker und vor allem die Megariker haben sich sehr ausführlich mit den Trugschlüssen beschäftigt – mit welcher Intensität, zeigt der Grabinschrift von Philites von Kos (circa 340 – 285 v.C.): "Wanderer, ich bin Philites, das Argument, das Lügende hat mich getötet und das tiefe nächtliche Nachdenken." (23.08). In der Scholastik fehlt in keinem Logik-Lehrbuch die Diskussion der "*Insolubilia*". Gegen Ende dieser Entwicklungslinie diskutiert z.B. Paulus Venetus 15 Lösungen der Lügner-Antinomie, u.a. den Zirkularitätseinwurf in mehreren Formen. Er verwirft die Meinung daß der Lügnersatz nur scheinbar ein Satz sei, und daher weder wahr noch falsch sein könne - eine Meinung, die auch heute noch vertretbar ist, die aber auch schon Chrysippus, dem "zweiten Begründer der

stoischen Schule““ zugeschrieben werden kann (23.20, Bochenski, S.123). Die sog. Russellsche Antinomie trat in Freges durchformalisierter Logik auf, führte Russell zur Entwicklung der Typentheorie und in der Folge zur axiomatischen Mengenlehre. In letzter Konsequenz hat die Vielzahl der möglichen mengentheoretischen Systeme dazu geführt, daß man platonistischen Auffassungen in der Mathematik wieder ! skeptisch er begegnet. Ähnlich wird vielfach der Gödelsche Unvollständigkeitssatz bewertet, dessen Beweis die Lügner-Antinomie nachbildet. (Gödel selbst allerdings blieb zeitlebens überzeugter Platonist) .

Zirkularität - nicht alle Zirkel sind schädlich !

Aufgrund der Antinomien sah man zunächst Zirkularität überhaupt als schädlich an: *circuli vitiosi*, die zu vermeiden seien. Der Zirkularitätsvorwurf gegen die Antinomien wird zumindest seit der Scholastik diskutiert (35.41), auch Aristoteles hat Zirkeldefinitionen entschieden abgelehnt (14.05). Russell hat in seinen Typentheorien naheliegende allgemeine Verfahren zur Zirkel-Vermeidung vorgeschlagen, Lesniewski (48.08), (Tarski) ähnlich. Als Abschwächung der Grundidee der Typentheorie kann man das Fundierungsaxiom der Zermelo-Fränkel-Mengenlehre ansehen, das zirkulär oder auf andere Weise unendlich absteigende Folgen von Mengen verbietet. *Ein allgemeines Zirkelverbot ist aber weder notwendig noch möglich.* Es ließe sich gar nicht durchhalten, denn genaugenommen führt bereits die axiomatische Methode in der Regel auf Beziehungen zwischen den Grundbegriffen des Axiomensystems, die nicht auf (eine lineare Abfolge von) explizite(n) Definitionen zurückgeführt werden können. Es handelt also sich um eine Art Festlegung, bei der eine zirkuläre Bezugnahme nicht ganz vermieden werden kann.

Deshalb die (von Hilbert eingeführte und von Frege angegriffene) Bezeichnung *implizite* Definition. Genaugenommen gibt es schon in (fast) jedem linearen Gleichungssystem mehrfache zirkuläre Festlegungen, ebenso in Differentialgleichungen - etc. Trotzdem gelangt man (bei Einhaltung gewisser Nebenbedingungen) zu *eindeutigen* Lösungen. Ebenso beim Rekursionstheorem, das Kleene aus dem Beweis des Gödelschen Unvollständigkeitssatzes extrahiert hat, der wiederum die wesentlich zirkuläre Lügnerantinomie zum Vorbild hatte. Ebenso beim Anti-Fundierungs-Axiom der zirkulären Mengenlehre von Barwise und Moss. *Es ist durch aus möglich, daß zirkulär formulierte Bedingungen ihre Lösungen eindeutig bestimmen.*

Auf dem Gebiet der Philosophie insbesondere bei Analysen des Erkenntnisvorganges, welche das erkennende Subjekt mit einschließen sollen, wird man unausweichlich zu zirkelhaften Bestimmungen geführt. Ob diese, ähnlich wie es in der Mathematik erreichbar ist, eindeutige Lösungen haben, ist noch nicht zur allgemeinen Zufriedenheit geklärt. Ähnliches gilt für Theorien des Messens in der Physik.

Regula falsi, sukzessive Approximation und Hermeneutik

Zu den Grundideen des hermeneutischen Verfahrens bei der Interpretation von Texten gehört es, den "hermeneutischen Zirkel" dadurch aufzubrechen, daß man mit einer naheliegenden Anfangsinterpretation zu beginnt den Text zu lesen, um sich durch die auftretenden Unstimmigkeiten zu einer neuen Interpretation führen zu lassen - ein Verfahren, das gegebenenfalls mehrfach zu wiederholen ist.

Genau diese Idee liegt dem "regula falsi" - "Regel des falschen Ansatzes" genannten (vielleicht von Newton stammenden ?) Verfahren zur Auffindung der Nullstellen einer Funktion zu Grunde. Analog verfährt man bei der Lösung von Differentialgleichungen und beim Beweis einer Form des Rekursionssatzes. Die sukzessive Approximation gehört zu den Standardverfahren der Mathematik. Wichtig ist dabei die Feststellung der Bedingungen, unter denen das Verfahren konvergiert.

In ähnlicher Weise ist in der Entwicklung der Chemie das Verfahren der immer weitergehend reinen Darstellung von Stoffen mit Hilfe der Stoffe des zuvor erreichten Reinheitsgrades mit Erfolg verwendet worden.

Man kann also zirkuläre Bestimmungen dadurch aufbrechen, daß man mit willkürlichen Anfangsannahmen hineingeht, und das Resultat als erste/nächste Stufe einer iterativen Lösung verwendet.

Die Konvergenz des Verfahrens ist natürlich nicht allgemein garantiert.

Ontologie

Ontologie und Identität

Die Ontologie ist ein philosophisches Kerngebiet, dessen Annahmen auch in den Voraussetzungen unserer logischen Standard-Systeme Eingang gefunden haben. In der Prädikatenlogik gehen wir davon aus, daß ein fester Individuenbereich gegeben ist, der nicht leer ist. (An leeren Welten ist kaum einer interessiert. Es gibt aber auch ausgearbeitete Logiken, die diesen Fall mit abdecken, die sog. *free logics*) Daß der Individuenbereich als fest angenommen wird, ist eine Voraussetzung, die zwar durch die übliche ontologische Annahme zeitlich persistenter Gegenstände nahegelegt wird, aber durchaus nicht in Strenge und überall gilt, denken wir nur an die Klasse der gerade lebenden Menschen, die in dauernder Bewegung ist. - Der Fall der dynamisch veränderlichen Individuenbereiche läßt sich erst in der Prädikatenlogik mit Möglichkeitsoperator erfassen: durch die sog. Barcan-Formel. - Aber auch tote, und prima vista persistente, physikalische Gegenstände verändern sich laufend, verlieren hier einige Moleküle durch Reibung, gewinnen dort einige durch "Verschmutzung". Das leibnizsche Identitätskriterium, der Übereinstimmung in *allen* Eigenschaften, das sich übrigens bereits bei Aristoteles findet (16.14), greift in Fällen der (Gen-)Identität über die Zeit hinweg prinzipiell nicht. Man muß sich über die "wesentlichen" Eigenschaften einigen, und nur diese heranziehen - und das ist eine Aufgabe die Aristoteles noch für eindeutig lösbar hielt, wir heute aber nicht mehr. Wir haben gelernt, daß die Lösung von den Interessen der Beteiligten abhängt. Wenn ich auf Hans als bewährten zuverlässigen Freund baue und er erweist sich plötzlich als "Hallodri", dann kann ich mit einigem Recht sagen: "Das ist mein Hans nicht mehr", obwohl andere ihn nach den üblichen äußerlichen Kriterien immer noch für den gleichen halten werden. Wenn ich an einem Gegenstand als Farbmuster interessiert bin und er bleicht aus, ist es nicht mehr das gleiche Muster, obwohl es sich nach anderen Kriterien immer noch um den gleichen Gegenstand handelt. Man kann diese Art von Situation auch so beschreiben, daß man sagt, es kommt für die Identitätszuschreibung wesentlich darauf an, welche sortale Terme man auf die (nicht) zu unterscheidenden Gegenstände anwendet. Sortale Terme haben, so erklärt sie Quine, "*built in modes of individuation*". Da die Wahl der verwendeten sortalen Terme, wie wir sahen, konventionell ist, muß man auch die Eigenschaften, die man als die wesentlichen Eigenschaften eines Gegenstandes, einer Klasse von Gegenständen, ansieht, auf diese Wahl relativieren.

Wir sind hier in die blühende Landschaft der "Analytischen Ontologie" geraten, die zu deren Kultivatoren u.a. Wiggins und Runggaldier zählen.

Das Universalienproblem

Boethius behandelt in seinem Kommentar zu Porphyrs Einführung in die aristotelische Kategorienlehre ein ontologisches Problem, das insbesondere im Mittelalter in Zusammenhang mit theologischen Fragen virulent werden sollte, und das man auch heute noch mit der Entscheidung zwischen einer rein naturwissenschaftlichen oder einer platonistisch überhöhten Weltansicht und der Frage nach der Vernünftigkeit der Welt im ganzen in Verbindung bringen kann: das Universalienproblem. Die Frage ist: entsprechen den

Allgemeinbegriffen (Universalien), wie "schön", "Pferd" ideale Entitäten, oder nicht. Die Antwort des Platonisten ist bejahend und gründet sich auf die Logik, weil er Substantiva und Adjektiva, die als Prädikate von Urteilen verwendet werden, als Namen auffaßt - Namen die auch einen Träger voraussetzen! . Nach seiner Lehre sind die Ideen wirklicher als die konkreten Dinge und unabhängig von diesen: *universalia ante res*. Stoiker und Epikureer hingegen leugneten, die Existenz eines vom Denken unabhängigen Seins, vielmehr werde das Allgemeine erst im Denken erzeugt: Konzeptualismus, *universalia post res*. Die dritte Position, der Nominalismus, meint sich auf den Bereich der besonderen Dinge beschränken zu können: *universalia* sind nur "*flatus vocis*". Sie ist die ontologisch sparsamste. Ungeachtet der sich daraus ergebenden theologischen Schwierigkeiten setzte sich diese Richtung dank Wilhelm von Ockham als "*via moderna*" gegen die universalienrealistische Auffassung der Thomisten und Scotisten, die "*via antica*" durch. Die Universalienfrage ist auch heute nicht ausdiskutiert. (Stegmüller 1978) sieht im Grundlagenstreit der in der Mathematik der um die Jahrhundertwende stattfand, eine spezialisierte Neuauflage der mittelalterlichen Universalien Diskussion.

Notwendigkeit

Als Aristoteliker kann man sagen: Ihre wesentlichen Eigenschaften kommen den Dingen notwendigerweise zu. Die Logik der Notwendigkeit und Möglichkeit nennt man Modallogik. Die *modi* der Scholastik, die bei dieser Benennung Pate standen, waren noch wesentlich zahlreicher. Pseudo-Scot führt noch zusätzlich zu "möglich" und "notwendig" die folgenden, zum Teil subjektiven modalen Funktoren ein: *per se, verum, falsum, dubium, scitum, opinatum, apparens, notum, volitum, dilectum*. Aristoteles besaß eine ausgefeilte Modallogik, deren Bedeutung man allerdings bis vor kurzem unterschätzte (15.01). Von der Modallogik der megarisch-stoischen Schule kennen wir nur den "Meisterschluß" des Diodoros Kronos (s.o.), und diesen nur bruchstückhaft. In der Scholastik wurde die Lehre des Aristoteles in verschiedenen Richtungen weiterentwickelt. Den Ausgangspunkt bildete das Werk Alberts des Großen, der z.T. aus einer arabischen Quelle zu schöpfen scheint (33.02). Im 13. Jh. ist eine Unterscheidung von zwei Lesarten der Notwendigkeit Allgemeingut, die auch in etwas abgewandelter Form in der heutigen Diskussion eine Rolle spielt: *de dicto / de re*. Damals kam es auf die Plazierung des Modaloperators bei der Interpretation der Aussage "A ist möglicherweise B" an. Lesart *de re*: wenn x A ist, dann ist x möglicherweise B. Lesart *de dicto*: daß A B ist, ist möglich. (29.09 f). Heute fragt man sich mit Quine: Sind es Propositionen oder ihr sprachlicher Ausdruck, Aussagen, denen Notwendigkeit zugeschrieben wird. Im ersten Fall spricht man von *de re*- im zweiten von *de-dicto*-Notwendigkeit. Da wir die Sprache nicht verlassen können, scheint es gar nicht sicher, daß wir überhaupt *de-re*-Notwendigkeit aussagen können.

Wenn man eine Logik der Notwendigkeit und Möglichkeit aufstellen will, scheint die Äquivalenz von *nicht-möglich* und *notwendig-daß-nicht* kaum kontrovers. Danach aber wird es schwierig, weil in verschiedenen Zusammenhängen verschiedene Möglichkeitsbegriffe adäquat sind. Lewis und Langford (1932) haben zu Beginn des Jahrhunderts hier Pionierarbeit geleistet und eine ganze Reihe von modallogischen Systemen vorgeschlagen. Ihr System S5 entspricht wohl am besten der logischen Notwendigkeit, die sie beschreiben wollten. Lewis und Langford gingen in der Auswahl ihrer Axiome rein syntaktisch vor.

Eine Semantik, dann aber eine sehr überzeugende, wurde erst wesentlich später nachgeliefert, von Saul Kripke, angeregt von Ideen von Stig Kanger. Sie beruht intuitiv gesprochen darauf, daß man eine Menge "möglicher Welten" betrachtet, die teilweise durch eine (nicht von

vornherein symmetrische) Sichtbarkeitsrelation verbunden sind. Notwendig in Welt-1 heißt dann: wahr in allen von Welt-1 aus sichtbaren Welten. Diese Semantik hat den Vorteil, daß sie sich, je nach den Eigenschaften, die man für die Sichtbarkeitsrelation fordert (Symmetrie, Transitivität, etc.) auf verschiedene Modallogiksysteme, die jeweils in verschiedenen Kontexten anwendbar sind, spezialisieren lassen. Die Sätze, die im Sinne von S5 wahr sind, sind z.B. jene, die in allen Systemen von Welten mit wahr bewertet werden in denen die Sichtbarkeitsrelation universell! ist (jed e Welt sieht jede andere).

Zur Zeit wird die Modallogik und die Mögliche-Welten-Semantik lebhaft weiterentwickelt und insbesondere in Linguistik und Informatik vielseitig angewendet: Zeit-Logik, Dynamische Logiken, Zustands-Logik, nicht-monotone Logik etc.

Kripke-Semantiken kann man nicht nur als formales Hilfsmittel betrachten. Man kann sie auch ontologisch ernst nehmen. Das hat David Lewis in einem weithin beachteten Buch getan:

On the Plurality of Worlds (Spohn 2).

Sprachgrenzen und Weltsicht

Ens et verum convertuntur. Wenn Thomas von Aquin auf diese Weise das Seiende mit dem Wahren zusammenfallen läßt, wie übrigens auch mit dem Schönen, dem Guten und dem Einen, so beschreibt er ein felsenfest statisches Weltbild, in dem die Entwicklung keine Rolle spielt, macht sich keine Sorgen um die Sprache, in der die Wahrheit in Wahrheiten zerstückelt ausgedrückt werden kann, noch um die Logik, welche neue Wahrheiten aus alten erzeugt. Diese zuversichtliche Gesamtschau hilft uns wenig bei unseren alltäglichen und den wissenschaftlichen Problemen, bei denen wir unvollständige Informationen adäquat ausdrücken, selektieren und zusammensetzen müssen. Für diese Aufgabe brauchen wir eine Logik, die so ausdrucksstark und vollständig wie möglich sein sollte. Diese findet sich bei Aristoteles *nicht*. Das beschreiben wir im folgenden unter *Einstelligkeit als Beschränkung*. Man hat auch die Forderung der Widerspruchsfreiheit als Einschränkung gesehen und gemeint, sie für dogmatische Teile der Theologie außer Kraft setzen zu müssen, d.h. man wollte *die Grenzen der Sprache hinauschieben*. Man kann auch anders auf die Schwierigkeit über Gott zu reden reagieren und behaupten: *das Wichtigste ist nicht mitteilbar*. Das ist die Antwort der Mystik.

Dem Idealzustand, *mundus et lingua convertuntur*, daß Welt und Sprache aufeinanderpassen, kommen wir im Alltag nahe, indem wir über Hexen nicht mehr sprechen, hingegen über Galaxien, Händis und die Talsole der Rezession. Wir können aber auch versuchen, uns explizit und mit Vorsatz auf die wesentlichen Ingredienzien dieser Welt zu konzentrieren, indem wir vermuten (Eleaten, Atomisten), behaupten (Schopenhauer, Russell, Freud, Carnap), dekretieren (Wittgenstein), oder wissenschaftlich nahelegen (Kosmologie), daß wir die Welt in einer bestimmten Teilsprache unserer jetzigen, oder einer anderen, vielleicht ganz neuen beschreiben können: *Was in einer bestimmten Sprache nicht mitteilbar ist, existiert nicht*. Wenn wir uns so weit hinauswagen, sind wir eigentlich schon bei der Idee der *Universalsprache* oder, auf das Schließen erweitert, bei einer *Universallogik*. Beides kann es nicht geben – und zwar aus mehr als einem Grund, wie wir im letzten Abschnitt dieses Kapitels sehen werden. Nun zum ersten Abschnitt.

Einstelligkeit als Beschränkung

Die systematisch entwickelte Form der aristotelischen Logik, die Syllogistik konnte nur mit einstelligen Prädikaten umgehen. Relationen werden gelegentlich von Aristoteles behandelt, z.B. "besser als", "Sohn von" als Umkehrung von "Vater von"; Relationentheorie und

Quantorenlogik für mehrstellige Prädikate fehlen aber. Das hatte zur Folge, daß die zeitgenössische Mathematik, insbesondere die Geometrie mit ihren notwendig zweistelligen Relationen der Inzidenz (P liegt auf g) und den 3-stelligen Beziehungen des Schneidens (g1 und g2 schneiden sich in P) und Verbindens (g verbindet P1 und P2) sich der logischen Behandlung entzog. Schlimmer noch. Wenn die zentralen philosophischen Begriffe des Guten, Wahren und Schönen von vornherein nur einstellig behandelbar waren, gab es eine gewaltige Schranke gegenüber der Relativierung zu "gut für", "wahr für" etc. Daß eine derartige Beschränkung aufgrund der Ausrichtung der platonischen und aristotelischen Philosophie gar nicht wahrgenommen wurde, daß sie sozusagen auf einem "blinden Fleck" dieser Philosophie lag, machte sie nur um so wirksamer. Auch die Schwierigkeiten der Neoplatonisten mit der Emanation der Erscheinungen der Welt aus dem intern undifferenziert und einstellig gedachten SEIN ("x ist") können in dieser logischen Einschränkung gesehen werden. Bis in unsere Tage besteht der Großteil der philosophischen Terminologie aus Nomina, denen nicht anzusehen ist, ob die Adjektive oder Verben die bei deren Konkretisierung anfallen, ein- oder mehrstellig zu verwenden sind. Solange man Erkenntnis nur als undifferenziertes Vermögen, Intelligenz etc. als "black box" auffaßt, deren interne Maschinerie man nicht kennt, die man relational und funktionell nicht beschreiben versucht, bleibt der Weg für ein detailliertes Verständnis verschlossen. "x erkennt y als z" ist 3-stellig. Und das ist nur der Anfang.

Die Grenze der Sprache hinausschieben, to "eff" the ineffable.

Nikolaus v. Kues, war erfolgreicher Kirchenpolitiker und Mathematiker, und schließlich Bischof von Brixen. Er betonte den selbständigen, schöpferischen Charakter des Denkens - auch gegenüber der Tradition. "*Wenn etwas Gegenstand der Erkenntnis ist, sofern es mit Hilfe von Zahlen bestimmt wird, und wenn Zahlen Erzeugnisse des Subjekts sind, dann sind die Gegenstände der Erkenntnis vom Subjekt abhängig, allerdings nur der Form nach, denn die Inhalte müssen uns gegeben sein.*" (zitiert nach Röd S.140) Gemäß dieser Lehre wurde Nikolaus auch der erste deutsche Transzendentalphilosoph genannt. Gott versuchte er in mathematischen Analogien zu erfassen. Der Kreis als Grenzfall des Vielecks, der trotzdem von keinem endlichen Vieleck erreicht wird, die unendliche Linie, in der Gerade, Dreieck und Kreis zusammenfallen, sind für ihn Analoga für ihn die absolute Unendlichkeit Gottes, in dem das Größte und das Kleinste, das Häßlichste und das Schönste usw. zusammenfallen: *Coincidentia Oppositorum*. Die Sätze vom ausgeschlossenen Dritten und vom Widerspruch können auf Gott nicht angewendet werden. Für Nikolaus ist die Welt die "Entfaltung", *explicatio*, Gottes und damit auch unendlich. Damit hat es keinen Sinn vom Mittelpunkt der Welt zu reden. Somit kann die Erde auch nicht der Mittelpunkt des Universums sein.

Das Wichtigste ist nicht mitteilbar.

Die Lehre des Cusaners ist nicht eigentlich mystisch, sondern für den Leser, der sich in die mathematischen Ausdrucks- und Denkweise einleben kann, durchaus nachvollziehbar. Der wahre Mystizismus, der sich auf den unmittelbaren Kontakt mit Gott beruft, kann seine wichtigsten Ergebnisse, seine Erlebnisse nicht direkt mitteilen. Deshalb kann seine Behandlung hier, trotz der reichen Literatur, die er hervorgebracht hat, von Meister Eckart über Heinrich Seuse, zu Thomas von Kempen, kurz sein.

Was nicht mitteilbar ist (in einer bestimmten Sprache) ist nicht wichtig -
oder existiert gar nicht

Was nicht wichtig ist, braucht man (definitionsgemäß !) nicht zu berücksichtigen. *Muß* man es überhaupt als existent annehmen ? Das hängt davon ab, wie grundsätzlich man das "wichtig" gemeint hat. Jedenfalls ist es *möglich* den Satz "*Was in meiner Sprache nicht mitteilbar ist, ist*

nicht wichtig" zu verschärfen zu "Was in meiner Sprache nicht mitteilbar ist, existiert nicht".

Unter diese stärkere Version lassen sich die Reduzierbarkeitsbehauptungen unterordnen, die schon von Anbeginn immer wieder in der Geschichte der Philosophie und dann der Wissenschaften vorgebracht wurden: Alles entspringt dem Sein, der Bewegung, den vier Elementen, dem Willen und der Vorstellung (Schopenhauer), der Materie (Materialismus), dem Geist (Idealismus) etc. Was hier jeweils behauptet wird, ist die Erklärbarkeit der Erscheinungen (und Gesetze) der Welt aus: dem Sein, ..., den 4 Elementen, ... etc., d.h. die Existenz einer Theorie, die diese Erklärungslleistung erbringt und in der als Grundbegriffe jeweils nur das Sein, die 4 Elemente, etc. benötigt werden. Wenn nun Frege die Theorie der ganzen Zahlen nur auf der Basis der Logik aufbaut, will er damit die ontologischen Grundlagen des Zahlbegriffs freilegen. Er wendet sich gegen den zu seiner Zeit populären Psychologismus, indem er zeigt: man braucht keine psychologischen Begriffe, um die Eigenschaften und die Anwendbarkeit der Zahlen zu erklären.

Frege steht mit diesem Werk am Anfang einer Reihe von, jeweils mit neuem Ziel, reduktionistisch ausgerichteten Werken von Wittgenstein, Russell, Carnap, Goodman. Wir behandeln aus Raumgründen nur Wittgenstein und Carnap.

Wenn Wittgenstein im Tractatus die Welt aus Sachverhalten aufbaut, die, falls sie bestehen, Tatsachen heißen und wenn diese aussagenlogisch aus Elementarsätzen zusammengesetzt sind und diese wiederum aus Verkettungen von Namen bestehen, so ist in dieser spartanisch ausgestatteten Welt kein Platz für das Ich (es ist höchstens ein "Grenzbegriff", Tractatus 5.641), Gefühle, Moral, ja nicht einmal für echte Naturgesetze und Kausalität. Die anti-metaphysische Absicht ist überdeutlich.

Wittgenstein spezifiziert aber die vorausgesetzten Namen und die Natur der Verkettung nicht. Es bleibt Raum für eine Vielzahl von Interpretationen dieser aussagenlogischen Sprache mit prädikatenlogischen Atomen. Deshalb ist nicht sicher, ob die Absicht wirklich erreicht wird.

Die gleiche Ausrichtung hat Carnaps "Logischer Aufbau der Welt". Carnap ist nur mutiger als Wittgenstein, er benennt seinen Grundbegriff: *Ähnlichkeitserinnerung*. (Übrigens hat Wittgenstein in früheren Versionen seines Tractatus-Manuskripts auch mit konkret genannten Grundrelationen experimentiert) Auf der Basis der Ähnlichkeitserinnerung "definiert" Carnap die Grundbegriffe der Wissenschaften. Die Definitionen liefern aber, wie später Carnap selbst feststellte, andere, als die intendierten Prädikate. Schon die Definition von "x ist wasserlöslich" geht schief, wenn man von der naheliegenden Erklärung ausgeht: "wenn man x in Wasser gibt, dann löst es sich darin auf". Denn ein x, das nie ins Wasser gegeben wird, wäre nach dieser Definition auch löslich. Allgemein sind Dispositionsbegriffe (wie "löslich") aus den dazugehörigen manifesten Begriffen ("löst sich") nicht definierbar. Dieser Sachverhalt ist ein weiterer Grund für die Aussichtslosigkeit des Wartens auf eine Universalsprache. Er ist auch der Grund dafür, daß Carnap später die Unterscheidung zwischen Beobachtungs- und theoretischer Sprache eingeführt hat.

Das logische Problem der Dispositionsbegriffe erwies sich einerseits als zentral positioniert, z.B. für das Leib-Seeleproblem wichtig – bei der Beschreibung psychologischer aber auch vieler physikalischer Eigenschaften lassen sich Dispositionen kaum vermeiden – andererseits als erstaunlich zählebig. Es begleitet uns noch immer.

Es zeigt sich also: das was in einer gegebenen – zunächst für vollständig gehaltenen – Sprache nicht definierbar, nicht exakt mitteilbar ist, kann doch wichtig sein.

Die Schwierigkeit von Diskussionen über Reduktion ist eine dreifache. Erstens sind die Themen nicht selten weltanschaulich belastet, oder anders ausgedrückt, philosophisch interessant, zweitens gibt es in der wissenschaftstheoretischen Diskussion mehrere konkurrierende Reduktionsbegriffe. Und drittens ist ein endgültiges Urteil in vielen Fällen nicht möglich, weil die relevanten einzelwissenschaftlichen Resultate außer Reichweite sind –

oft sogar aus prinzipiellen Gründen. Man denke etwa an den “Gott der Lücken”, der immer dort untergebracht wird, wo der naturwissenschaftliche Forschungsstand noch Platz läßt – zuerst in den himmlischen Sphären, dann in der Leib-Seele-Wechselwirkung, oder im quantenphysikalischen Indeterminismus.

Was nicht existiert, sollte gar nicht mitteilbar oder benennbar sein -
die Grenzen der Welt bestimmen die Grenzen der sinnvollen Rede

Versuchte der Wittgenstein des Tractatus ausgehend von einer bestimmten Weltsicht eine spartanische Sprache zu finden, die es gar nicht gestattete für überflüssig gehaltenes *ontologisches Mobiliar* (Ryle) in die Welt zu stellen, so zwingt uns die Idee des Universums, in dem definitionsgemäß alles enthalten sein soll was je existierte und existieren wird, Fragen nach der Zeit vor seinem Beginn oder nach seinem Ende, oder nach Gegenständen jenseits seiner Grenzen für sinnlos zu halten. Das klingt bereits bei Kant in seinen Aporien des unendlichen an, und setzt sich in der aktuellen kosmologischen Literatur fort. Vielleicht sieht man diese Einschränkung der sinnvollen Rede in einer wenigen grandiosen, aber adäquaten Perspektive, wenn man sich daran erinnert, daß auch Fragen nach Farbe und Gewicht von Zahlen, oder der Psyche von Steinen für sinnlos gehalten werden. Man kann all diese Einschränkungen als Regeln zur Vermeidung von Kategoriefehlern einstufen. Gilbert Ryle hielt auch das Leib-Seele-Problem für ein Scheinproblem, das auf einem Kategoriefehler beruht (Ryle).

Die geordnete Welt und der höchste Begriff

Wie “das Universum” der Grenzbegriff ist, der alle materiellen Dinge und verschieden großen Teilbereiche umfassen soll, so kann man sich das Reich der Ideen geordnet vorstellen - durch Relationen wie “größer als”, “besser als” “schöner als” “mächtiger als” usw. und dann Grenzbegriffe in diesen verschiedenen Teilbereichen bilden, “das Schönste” etc. - Z.B. bezeichnet Plotin das Erste und Höchste als das Vollkommenste und Mächtigste von allem. Wolfgang Röd (Röd 2, S. 38ff) an den wir uns hier weitgehend halten, spricht in diesen Fällen von *relativen Superlativen*. *Absolut* nennt er solche, welche die Aussage enthalten (oder implizieren) daß über sie hinaus nicht größeres, schöneres etc. sein, bzw. gedacht werden kann: *quo esse aut cogitari maius nihil possit*.

Man kann nun durch die Geschichte verfolgen, wie sich aus den relativen Superlativen langsam die absoluten entwickelt haben, sodaß der ontologische Gottesbeweis von Anselm von Canterbury keineswegs isoliert dasteht, sondern eher als Höhepunkt einer langen Entwicklung erscheint – die bei ihm aber auch nicht abbricht.

Relative Superlative finden sich schon früh. So sprach Hesiod von Zeus als dem hervorragendsten der Götter und dem an Macht größten. Bei Xenophanes deutet sich der Übergang zum absoluten Superlativ an, wenn er das Göttliche durch die Fähigkeit charakterisiert, zu beherrschen, aber nicht beherrscht zu werden - mit dem Hintergrund, daß das Göttliche etwas ist, über das hinaus nichts mächtigeres gedacht werden kann. Eine weiteren Schritt in diese Richtung macht Parmenides, wenn nämlich das unentstanden, unveränderliche, unvergängliche einzige Seiende als *absolut unbedürftig* charakterisiert wird, sodaß ihm keine positive Bestimmung fehlen kann. Aristoteles hat einerseits einen (fehlerhaften) Beweis dafür, daß es eine allumfassende Gattung, ein *summum genus* nicht gibt (11.16). Andererseits hat er einen absoluten Superlativ im Sinn, wenn er den göttlichen Nous als vorzüglichste Wesenheit bestimmt, denn er “argumentiert, daß der Nous nicht die vorzüglichste Wesenheit wäre, wenn er etwas von sich verschiedenes dächte und wenn er sich veränderte, da er sich in diesem Fall zum Schlechteren veränderte. Ähnlich Cleanthes, der Gott nicht nur als das Vollkommenste und Beste, sondern auch als die Fülle aller positiven Bestimmungen (*aretai*) charakterisiert, um dann zu folgern, daß zu der Natur eines solchen Wesens nichts Negatives gehören könne. Bei verschiedenen Stoikern finden sich absolute Superlative, die Anselms Kennzeichnung vorwegnehmen. So sprach Chrysippus von

Gott als etwas, über dem nichts vorzüglicheres sein kann, und Seneca schrieb Gott eine Größe zu, "über die hinau! s sich ei ne größere nicht denken lasse". Nach Meinung Röds, die ich nicht nachvollziehen kann, macht Senecas Begründung, daß Gott alles sei, was ist, den zitierten Superlativ doch wieder zu einem relativen. "Die letzte Stufe auf dem Weg zu Anselms absolutem Superlativ "*quo nihil maius cogitari potest*" ist Augustins Bestimmung Gottes als etwas "*quo esse aut cogitari melius nihil possit*"". Anselm brauchte nur noch das "*melius*" durch das "*maius*" zu ersetzen ..."

Dann muß dem Wesen zu dem es weder ein größeres (vollkommeneres) gibt, noch gedacht werden kann, auch die Eigenschaft der Existenz zukommen. Anderenfalls könnte man ein größeres, (vollkommeneres), nämlich ein existierendes Wesen denken.

Die Auffassung von Existenz als Eigenschaft war in der Folge immer wieder ein Angriffspunkt der Kritiker. Unmittelbar nach Anselm versuchte Gaunilo das Argument zu entwerten, indem er mit einem analogen Gedankengang die Existenz einer vollkommensten Insel zu "zeigte". Thomas von Aquin wies in seiner Kritik darauf hin, daß Gott zwar *per se notum*, d.h. in analytischer Weise als existent bekannt sei, aber nur unabhängig von uns, "Gott existiert" ist analytisch bekannt, weil das Prädikat mit dem Subjekt identisch ist: *Deus enim est suum esse*. In Bezug auf uns ist aber diese Proposition nicht in analytischer Weise bekannt, weil wir nämlich keinen adäquaten Begriff von Gott haben (können).

Wir halten hier ein, erwähnen aber eine Parallelentwicklung. Die Idee der Seinsstufen findet sich nach den Eleaten auch bei Plato und zwar in der Weise, daß die Teilhabe am Sein Existenz verleiht. Und diese Teilhabe kann gestuft auftreten. Nur in dem Maße, in dem die Dinge am Sein teilhaben, sind sie wirklich. Bei Aristoteles findet sich dieser Gedanke wieder und wird in einen Beweis eingebracht: "Wo immer es etwas besseres gibt, da gibt es auch ein bestes. Da es in der Welt eine Rangordnung gibt, gibt es auch einen höchsten Rang, und das wäre dann die Gottheit" (Röd 2, S.41). Diese "Annahme eines Maximums" aufgrund einer gegebenen Ordnung, war zwar auch in der Folge noch beliebt, so bei den Stoikern, den Kirchenvätern usw. Sie ist aber nicht gerechtfertigt, wie wir aus der Theorie der Ordnungen wissen. So gibt es im Bereich der natürlichen Zahlen zwar zu jeder Zahl eine gr 463^{ere}, aber keine größte.

Universallogik, Universalsprache

Der Wunsch nach einer Universallogik, der sich Raimundus Lullus, vielleicht in Kenntnis der arabischen Kombinatorik schon sehr nahe währte, er wünschte sie wiederum zur Bekehrung der Mauren einzusetzen, war auch für Leibniz, der im Gegensatz zu jenem eigenständige logische Untersuchungen vornahm, nicht erfüllbar. Das Ziel formulierte er glasklar:

"Eine Charakteristik der Vernunft, kraft derer die Wahrheiten der Vernunft gewissermaßen durch eine Kalkül, wie in der Arithmetik und in der Algebra, so in jedem anderen Bereich, soweit er der Schlußfolgerung unterworfen ist, erreichbar würden. Danach wird, wenn eine Meinungsverschiedenheit entsteht, eine Auseinandersetzung zwischen zwei Philosophen nicht mehr notwendig sein, (so wenig) wie zwischen zwei rechnenden. Es wird vielmehr genügen, die Feder zur Hand zu nehmen und sich an die Rechentische (ad abacos) zu setzen und [wenn es so beliebt, unter Herbeirufung eines Freundes] zueinander zu sagen: Rechnen wir ! (calculemus !)."

Der Vollständigkeitssatz der Prädikatenlogik, seit (Gödel 1930), bekannt, der besagt, daß wir jede gültige Formel der Prädikatenlogik (erster Stufe) ableiten können, kommt diesem Wunsch noch am nächsten - erfüllt ihn aber doch nicht ganz - aus zwei Gründen. Erstens: Es kann kein Entscheidungsverfahren für die Prädikatenlogik geben (weil es für die nicht gültigen Formeln kein Ableitungsverfahren geben kann), der *abacus* oder der Computer wird in manchen Fällen immer weiterlaufen, immer weiter nach einer Antwort suchen, ohne sie uns geben zu können. Zweitens: wir können nicht alles, was wir sagen oder überprüfen wollen, in der Prädikatenlogik (erster Stufe) adäquat ausdrücken. Und wir wissen - auch wieder mit

Gödel - daß die Logik zweiter Stufe nicht axiomatisierbar ist. Wir können also heute sicher sein - überraschender Weise - daß Leibnizens Wunsch nicht erfüllbar ist, und zwar gleichgültig, ob wir in dem obigen Zitat die "*Wahrheiten der Vernunft*" als "die logischen Wahrheiten", oder als jene Wahrheiten *Wi* interpretieren, die sich aus einem Axiomensystem für die Philosophie, nennen wir es *ASP*, logisch ergeben würden. In letzterem Fall müßten wir *ASP* -> *Wi* "*wenn ASP, dann Wi*" dem *abacus* vorlegen.

Descartes erwog die Möglichkeit der Axiomatisierung (eines Teils) der Philosophie, Spinoza schritt zur Tat (s.o) und natürlich wurden und werden immer wieder in der Philosophie, insbesondere auch in der Ethik, Prinzipien aufgestellt, aus denen man Folgerungen ziehen wollte/will, auch wenn man es nicht streng axiomatisch meint oder durchführt.

Der Wunsch nach einer Universalsprache, den Wittgenstein wie auch Carnap in ihren frühen Werken dokumentierten, (s.o.), ist aus mehreren Gründen nicht erfüllbar.

In Wissenschaft und Alltag brauchen wir unbedingt die Möglichkeit die Sprache immer wieder durch neue Termini zu erweitern, auch wenn wir sie faktisch, oder prinzipiell (Dispositionsbegriffe) nicht auf bekannte Termini definitiv zurückführen können. Wie könnten wir sonst eine neue Theorie der Elementarteilchen formulieren, oder für die neue Brotsorte werben ?

Vom Standpunkt der Logik ist entscheidend, daß es zu jeder Sprache eine kanonische Erweiterung, genauer eine Klasse von Erweiterungen, gibt: die Metasprache(n). Das widerspricht natürlich direkt der Grundvoraussetzung von Wittgensteins *Tractatus*. Und so gehört es zum festen Anekdotenschatz der Analytiker, daß im Verlauf eines Seminars in gepflegter britischer Atmosphäre: große Bibliothek mit Kassettenfenstern durch die der Efeu blickt, dicke, bequeme Ledersessel und Kamin, Wittgenstein auf Popper mit dem Schürhaken losgegangen sein soll, als dieser die Möglichkeit einer Metasprache erwähnte.

Wichtige Grundideen der Logik in ihrer Entwicklung

Inhalt und Umfang

"Die Begriffe des Inhaltes und der Ausdehnung sind sehr alt: sie sind z.B. in der *Einleitung* des Porphyrius (24.02ff) vorausgesetzt; die scholastische Suppositionslehre besitzt in ihrer Theorie der einfachen (27.17ff) und personalen (27.24ff) Supposition ein Gegenstück dazu mit einer ausgearbeiteten Terminologie. Aber die Ausdrücke "Inhalt" (*compréhension*) und "Ausdehnung" (*étendue*) finden wir zum ersten Mal in der *Logique du Port Royal*. Die Begriffe selbst sind sehr klar, aber ohne feste Terminologie bei Leibniz vorhanden." (Bochenski S.302) Sie kommen auch als "Sinn" und "Bedeutung" bei Frege vor, der ihre Anwendung freilich nicht auf Prädikate beschränkt, "Intension" und "Extension" bei Carnap, *sense* und *reference* im Englischen, - als "Sinn" und "Sachbezug" oder "Referenz" kehren sie ins Deutsche zurück - keine Referenz für das Sprachgefühl der Übersetzer. Unter welchem Namen auch immer, keine Semantik kommt ohne dieses Begriffspaar aus. Aber Achtung, die aristotelische Syllogistik, die wir so gerne und leicht extensional verstehen und uns in Diagrammen veranschaulichen, war als *Inhaltslogik* gemeint und die Komplementarität von Inhalt und Ausdehnung - je größer der Inhalt, um so kleiner die Ausdehnung und umgekehrt - hat schon manchen in die Irre geführt. Hegel treibt damit sein Spielchen, als er seine "Logik" beginnt, die ja vom Sein und dessen allgemeinsten Bestimmungen handelt: "»Sein« ist der allgemeinste Begriff, d.h. der Begriff mit dem weitesten Umfang, der wegen der Reziprozität von Begriffsumfang und -inhalt zugleich der inhaltsärmste Begriff ist. Da er keine ausdifferenzierte Merkmale enthält, ist er der Begriff von nichts. Daher gilt nicht nur: Das Sein ist das Sein, sondern auch: das Sein ist das Nichts (das Nichtsein) Dies ist ein Widerspruch, und ein Widerspruch hebt sich auf. Im vorliegenden Fall erfolgt die Aufhebung durch den Übergang zum Begriff des Werdens, in dem »Sein« und »Nichtsein« aufgehoben sind" (Paraphrase von Rödl S.257). In neuerer Zeit trat das Begriffspaar in Rudolf Wille's Theorie der Klassifikationen (Wille) und, leicht verfremdet, in Barwise-Seligman's Theorie

des Informationsflusses (Barwise) auf. Ein sog. Informorphismus besteht einem Paar zweier entgegengesetzter Morphismen im Sinne der Kategorietheorie. Hierbei verbindet der eine die "Inhalte", der andere die "Umfänge" der beteiligten Klassifizierungen.

Vagheit, Ähnlichkeit, Klassifikationen

De gustibus non est disputandum, pflegten die Alten zu sagen, "über Geschmacksfragen sollte man nicht streiten" und zwar deshalb, weil erfahrungsgemäß in diesem Bereich oft Dissens zwischen Gesprächspartnern auftritt und objektive Kriterien nicht zur Verfügung stehen. Ähnlich steht es mit den Farbeindrücken: Ist *das* jetzt blau oder grün? Es überrascht nicht, wenn in einem Bereich, in dem interpersonelle Einigung schwer zu erzielen ist, auch die Unsicherheit des Einzelnen besonders groß ist.

Um zu verdeutlichen, daß man eine derartige Unsicherheit in vielen Gebieten erzeugen kann, hat Max Black ein imaginäres Museum erfunden, in dem Ähnlichkeitsreihen aufbewahrt werden, d.h. Reihen von Gegenständen, in denen sich benachbarte Objekte beliebig wenig unterscheiden, an deren äußeren Enden sich aber deutlich verschiedene Gegenstände befinden, wie etwa ein Stuhl und ein Holzblock. (In der Bildverarbeitung nennt man, glaube ich, die kontinuierliche Deformation eines Gegenstandes in einen anderen "morphing"). Wo hier in der Ähnlichkeitsreihe der Stuhl aufhört, bzw. der Holzblock anfängt, ist schwer zu entscheiden. Daß wir derartige Entscheidungen im Alltag wie in der Wissenschaft selten zu treffen haben, ist auf eine besondere Eigenschaft der Welt zurückzuführen, von der er selten gesprochen wird, die aber für unsere Orientierung in ihr wesentlich ist: *Gegenstände, die sich nur in einer Hinsicht voneinander unterscheiden, und in dieser nur sehr wenig, kommen nur äußerst selten vor.* Blacks Ähnlichkeitsreihen könnten wir zwar in vielen Fällen nachbauen – sie aber treten in unserer Welt (von selbst) praktisch nicht auf.

Die meisten unserer Zeitgenossen unterscheiden sich deutlich in vielen Hinsichten voneinander; eineiige Zwillinge kommen ziemlich selten vor und auch diese unterscheiden sich nach ihrer Geburt deutlich in ihren Ortskoordinaten. Auch die Produkte der industriellen Massenproduktion schaffen es nicht am *gleichen* Platz zu sein, so austauschbar sie sonst sein mögen. M.a.W. Die Gegenstände unserer Welt sind im allgemeinen säuberlich geschieden, ebenso die Eigenschaftsbündel, die sie charakterisieren. Infolgedessen genügen meist wenige von den Elementen des Bündels, um eine eindeutige Charakterisierung (unter den jeweils obwaltenden Umständen) zu erreichen. Auf diese Redundanz haben sich die Ausdrucksmittel der Umgangssprache ziemlich gut eingestellt. Für die Ansprüche von Handwerk und Industrie, Wissenschaft und Philosophie müssen sie immer wieder erweitert werden. Daß, allen Bemühungen um eine exakte Ausdrucksweise zum Trotz, eine gewisse Restvagheit *prinzipiell* nicht zu vermeiden ist, hat Wittgenstein in seinen "Philosophischen Untersuchungen" bemerkt und diskutiert – und sich damit von einer Illusion, die er noch im *Tractatus* aufrechterhalten hatte, befreit. Pascal hatte einen ähnlichen Gedanken (vgl. S. 32) der ihn aber zu einer wissenschaftsskeptischen Position führte.

Bisher haben wir von Vagheit als einer Eigenschaft – eines Wortes, einer Ausdrucksweise, einer Sprache – gesprochen. Wir können aber "vage" auch komparativ verwenden:

x ist vager als y =Df

x liefert eine weniger exakte Beschreibung als y. *oder*

y ist eine Verfeinerung von x.

Wir erläutern das am Beispiel "Schnee":

Der (Schnee-)Laie unterscheidet vielleicht noch Pulver- und Pappschnee; der Skifahrer leichten und schweren Pulverschnee, Harsch, Firn, und Pappschnee. Aber das alles ist nichts gegen den sprachlichen Reichtum der Eskimos, die tagein tagaus im grönländischen Eis leben. Wir haben hier drei sukzessiv feinere Klassifikationen für Schnee vor uns, bei denen jede *vage im Verhältnis* zur nachfolgenden ist.

Wir können Vagheit also – etwas exakter als qualitativ – komparativ auffassen: als Relation einer Klassifikation zu einer anderen feineren.-

Bisher widerspricht nichts der Hypothese: Jede Klassifikation läßt sich verfeinern

Resumé:

Man kann Vagheit wohl stets verringern, aber nie völlig ausräumen. Das ist – auf Grund der Redundanz der Welt und der Unschärfe unserer Wahrnehmung und Bedürfnisse – für die Verständigung auch nicht nötig

PS: Ulrich Blau (1978) ordnet in seiner dreiwertigen Logik den unsicheren (mittleren) Fällen der Ähnlichkeitreihen den Wert "unbestimmt" zu. Z.B.: "S235 ist ein Stuhl" ist unbestimmt., "S235 ist ein Holzklötzchen" ist unbestimmt. – Hier tritt dann aber das Abgrenzungsproblem noch einmal, sozusagen auf höherer Ebene, bei den Grenzen w/u/f auf.

Aussagenlogik

wenn $A \rightarrow B$,

so $\neg B \rightarrow \neg A$

Die Aussagenlogik wurde immer wieder erfunden. Natürlich muß man im letzten Satz den bestimmten Artikel *cum grano salis* verstehen. Sie begann schon bei Aristoteles in einigen Regeln und Gesetzen, die man natürlich überinterpretiert, sobald man sie in der heutigen Symbolik auch nur niederschreibt. Unter dieser Kautele:

Der Pfeil steht hier für "wenn, so" bei Aristoteles. Er erwähnt auch daß man aus wahren Prämissen nichts falsches schließen kann; aus (zum Teil) falschen, aber durchaus auch wahren. Die megarisch-stoische Schule, entwickelte aus ihrer Konzentration auf dialektische Widerlegungen heraus eine ausgefeilte Aussagenlogik, die axiomatisch aufgebaut war und die meisten heute üblichen Junktoren kannte, insbesondere die Äquivalenz und ihre Negation, das ausschließende Oder. Auch die Unterscheidung zwischen einer Schlußregel und ihren Einsetzungsinstanzen wurde thematisiert. In der Scholastik, die eine in immer wieder neuen Ansätzen sich weiterentwickelnde Konsequenzenlehre kannte, die zum Teil metasprachlich, zum Teil meta-meta-sprachlich (Bochenski S.232) formuliert wurde, entstand auch die Aussagenlogik von neuem, und nur zum Teil aus den Fragmenten stoischer Fragmente. Ihre moderne Form schließlich erhielt sie von George Boole (s.o.). Gottlob Frege lieferte eine wiederum ganz andere Formulierung (auf der Basis von Implikation und Negation) und eine vollständige Axiomatisierung.

Von einem systematischen Gesichtspunkt ist es interessant, daß die Aussagenlogik in vielfacher Weise interpretierbar ist: als Klassenlogik, Schaltungslogik, Rechnen *modulo 2*, und schließlich kann man sie auf sich selbst abbilden, so daß aussagenlogisch wahre Formeln in ebensolche übergehen, Dualität: Eine aussagenlogische Wahrheit, geschrieben in "und", "oder" und "nicht", bleibt eine solche, wenn man "und" und "oder" miteinander vertauscht. Ein Teil dieser Interpretationen war bereits George Boole bekannt (38.17).

Gebrauch von Variablen

In einer (mit Buchstaben eines festen Alphabets) geschriebenen Sprache sind in der Regel nicht alle Buchstabenkombinationen mit Bedeutungen belegt. Diese "Lücken" der Bedeutungszuordnung machen es erst möglich, eine geschriebene Sprache immer wieder durch neue Wörter zu erweitern. Einzelbuchstaben wurden z.B. im Griechischen u. Arabischen als Ziffern benutzt, von den Mathematikern zur Kennzeichnung von Punkten in Diagrammen, wobei es in der Regel nicht auf einen konkreten Punkt in einem konkreten Diagramm (*token*) sondern auf Punkte mit bestimmten Eigenschaften in Klassen ähnlicher (!) Diagramme ankam (*type*). Damit war eigentlich der Name des Punktes schon zum Namen einer Variablen geworden. Aristoteles griff diese Verwendung von Buchstaben zur Bezeichnung von Größen und in der Logik zur Charakterisierung von Prädikaten in seinen Schlußregeln auf, die auf diese Weise fast schon den Charakter formaler Rechenregeln erhielten. Umständliche Formulierungen, die sichern sollen daß die verschiedenen Vorkommnisse eines Terms in einer Schlußfigur in gleicher Weise gemeint sind, werden überflüssig. Später (200 n.C.) sollte dann Diophant in systematischer Weise Variablen für

(ganze) Zahlen bei der Formulierung von Beziehungen zwischen ihnen einführen und zwar mehrere gleichzeitig: “die erste”, “die zweite” usw. Diese formale Kompetenz, mehrere Variablen gleichzeitig zu behandeln, geriet später in Vergessenheit und mußte erst wiederentdeckt werden. Die langsame Entwicklung der mathematischen Formelsprache soll uns hier nicht interessieren, wohl aber die Rückwirkung auf die Logik bei George Boole. Hier wurde erfolgreich die logische Verbindung von Aussagen nach dem Muster der Symbole der Algebra behandelt.

Wir sind mit dem Gebrauch von Variablen und Konstanten so vertraut, daß wir gar nicht mehr realisieren, welches eigentlich die Dienste sind, die sie uns leisten. Worin besteht “das Wesen“ des Gebrauchs von Variablen (Konstanten) ? Sie sind Namen von Größen, die so beschaffen sind, daß wir sicher sein können, daß, über ein bestimmtes räumliches und zeitliches Intervall hinweg, die gleiche Größe sich hinter dem gleichen Namen verbirgt – und daß hinter verschiedenen Variablen (Konstanten) sich (nicht notwendig) verschiedene Größen verbergen. Hierbei gebraucht man *Variablen* oft, um die Allgemeinheit des Gültigkeitsspruchs (einer bestimmten Gleichung) auszudrücken, $2(x + y) = 2x + 2y$ (I), für alle reellen Zahlen x, y , manchmal, um anzudeuten, daß wir ihre Größe nicht kennen $x^2 + 3x + 1 = 0$, *Konstante*, um die als bekannt vorausgesetzten von den als unbekannt und durch die ersteren bestimmten zu unterscheiden $ax^2 + bx + c = 0$. Hier haben wir uns auf den Gebrauch in der Algebra bezogen. In der Logik ist er ähnlich. Hier ist bei den *Variablen*, besonders die Unterscheidung zwischen *freien* und *gebundenen* wichtig. In “ $AxPx$ ” (für alle x gilt Px) und “ $ExQx$ ” (Es gibt ein Ding mit der Eigenschaft Q) sind die “ x -es“ *gebunden*, in “ $Px \vee \neg Px$ ” nicht. Durch das freie Vorkommen von “ x ” und “ y ” in (I) soll auch eine Allbehauptung ausgedrückt werden. In (die Summe der x von 1 bis n ist gleich $n(n + 1)/2$), ist x gebunden und n frei (mit dem Anspruch der Gültigkeit für alle ganzen Zahlen).

Der Übergang zur formalen Sprache

Ein Marsmensch, der sich für die Philosophieszene interessiert, und versucht, sich aufgrund seiner überlegenen technischen Fähigkeiten durch Sortieren der Computerfiles an den einschlägigen Instituten einen ersten Überblick über die Philosophieszene zu verschaffen, könnte zu dem Eindruck kommen:

Einige Philosophen können griechisch, die anderen “logisch”, und die übrigen wenigstens englisch.

Die Einführung von sprachfremden, künstlichen Teilen, wie Variablen, oder auch Konstanten in die natürliche Sprache, wie er uns von Euklid und Aristoteles überliefert ist, aber in Ansätzen auch schon bei den Babyloniern vorgekommen sein soll, ist der erste Schritt in Richtung auf eine formale Sprache. Man kann sich verschiedene halbformale Sprachen vorstellen, in denen der Anteil des formalen, eventuell explizit oder auch implizit definierten, immer größer wird.

Was ist das wunderbare an den formalen Sprachen ? Ganz einfach sie bieten eine sozusagen aseptische Umgebung, in der wir jede Zuschreibung von Sinn und Bedeutung kontrollieren können. Wir können aber auch beschließen eine alternative Deutung anzubieten, oder eine Deutung zurückzuziehen.

Formale Sprachen sind sozusagen Sandkästen, in denen man kontrolliert spielen kann.

Den Übergang von der Umgangssprache zu einer *wissenschaftlichen Terminologie*, wie sie etwa in der Berufssprache der Mediziner erreicht ist, kann man als *Vorstufe* zu einer formalen Sprache betrachten. Wenn die Sprache dann noch ihre *eigenen Formregeln* erhält, wie es etwa bei der Sprache der Strukturformeln der Chemie der Fall ist (wo bei Berücksichtigung der Wertigkeiten der Elemente eben nur gewisse Verbindungen möglich sind, nur Formeln gewisser Verbindungen *wohlgeformt* sind), oder bei von Linné eingeführten biologischen Terminologie, bei der die Namen auch die (vermuteten)

Verwandtschaftsbeziehungen unter den Arten ausdrücken, oder auch beim Englischen wenn es von einem Montague betrachtet wird: *English as a formal Language* dann ist das Stadium der *Formalisierung* erreicht.

Diese Formregeln können als *Axiomensystem* betrachtet werden, welches die *wohlgeformten Formeln* des jeweiligen Bereichs erzeugt.

Normalerweise sieht man aber die *wohlgeformten Formeln* als *Gegenstände* mit denen Regeln hantieren, die aus einer gewissen meist als endliche angenommenen Teilmenge, den *Axiomen*, die Formeln einer größeren Menge abzuleiten gestatten, die man dann, unter dem Aspekt der Syntax, als *deduktive Schließung*, unter dem Aspekt des Inhalts, als die *intendierte Theorie* bezeichnen kann.

Formalisierung, formale Sprache

In der Logik ist hat - na wer schon ? - Aristoteles natürlich ! - mit der Formalisierung angefangen, indem er seine Schlußfiguren in normierter Form unter Verwendung von Buchstabenvariablen für die Terme darstellte. Auch die späteren systematisch abkürzenden Darstellungen der Terme und Syllogismen wurden erst durch ihre konzise Formalisierung einprägsam und in ihren Symmetrien übersichtlich. Booles Aussagenlogik lehnte sich begrifflich und in der Schreibweise an die formale Sprache der Algebra an.

Weil in den logischen Formeln zwei und mehrstellige ja beliebigstellige Funktionen *geschachtelt* auftreten können ist die natürlichste Darstellung *ein Baum*. Dem trug Frege in seiner Begriffsschrift Rechnung. Seine Baumnotation konnte sich aber nicht durchsetzen.

Wenn man die Bäume *linearisiert* braucht man Klammern. Und so wurden die Logiker von einigen Mathematikern abschätzig als die Leute betrachtet, welche ihre Zeit damit verbringen Klammern zu zählen - eine Tätigkeit deren Bedeutung man später beim Entwurf und der Verarbeitung von Programmiersprachen, Programmen und Parsern wieder in den Blick bekam. Man kann aber auch die Bäume ohne Klammern linearisieren - mit der sog.

Polnischen Notation. Auf diese Weise wird $(p \oplus q) \cup (r \cup s \cup t)$ zu $ECpqAAr$ st (Lukasiewicz, 1920). Derartige Formeln sind für die Maschine leicht, für den Menschen schwer zu lesen.

Deshalb fand diese Notation beim ersten (Telefon-)relaisgetriebenen Computer zur Auswertung aussagenlogischer Formeln von Angstl und Bauer Verwendung (Beitrag Angstl in Menne 1951) und hat sich jetzt in ihrer umgedrehten Form (Charles L. Hamblin 195?), bei der die Argumente *afs24*

rtlich vor den Operatoren stehen, genannt *reverse polish notation*, auf die Programmiersprache Forth und die Bedienung einiger HP-Taschencomputer zurückgezogen.

Die Prädikatenlogik erster Stufe, die für die logische Formalisierung vieler Probleme völlig ausreichend ist, wurde von Frege erfunden (**), und durch Russell, Hilbert und Schüler (insbesondere Gentzen) begrifflich durchdrungen und populär gemacht.

Auf die Programmiersprachen, bei denen *strenge Formalisierung* unerlässlich ist, kommen wir noch zurück.

Metasprache

Bedeutung: Die klare Unterscheidung von (Objekt)Sprache und Metasprache gehört zusammen mit der Idee der formalen Sprache zu den wichtigsten Fortschritten, die uns die moderne Logik beschert hat. Es ist schon angeklungen: Metasprache ist kein Prädikat, sondern eine Relation. Keine Sprache ist einfach Metasprache oder nicht, sondern nur Metasprache im Verhältnis zu einer bestimmten anderen. Die klare syntaktische Unterscheidung von Sprache und Metasprache wurde notwendig, als man erkannte (Tarski 1936), daß in Sprachen (S_i), die ihr eigenes Wahrheitsprädikat enthalten (das heißt, das Prädikat der "Wahrheit in S_i ") und eine gewisse Minimalausstattung an Syntax, die Lügnerantinomie auftritt. Durch die Verlagerung des Wahrheitsprädikates für S_i in die

(Meta-)Sprache $S_{(i+1)}$ (von S_i) kann die Antinomie vermieden werden. Auf der praktischen Ebene sind derartige Sprachverhältnisse in der Sprachwissenschaft schon lange gang und gäbe: sie treten immer auf, wenn man z.B. eine Grammatik für Latein (Objektsprache) auf Deutsch (Metasprache) schreibt. (Im Fall Deutsch-Deutsch ist die Trennung nicht so klar zu sehen, die Antinomie tritt nicht auf, weil man sich um den Wahrheitsbegriff nicht kümmert).

In gewisser Weise ist die Unterscheidung Sprache/Metasprache bereits in der Unterscheidung von "Gebrauch" und "Erwähnung" ("use" *versus* "mention") enthalten, die der Sache nach den Logikern schon seit Aristoteles bekannt war und in der Scholastik bei den *intentiones* und *suppositiones* verwaltet wurde (27.10). Auch die Objekt/Meta-Sprachen-Einteilung wird bei Aristoteles zwar nicht thematisiert, aber gekonnt benutzt (12.19-22), ähnlich bei den Stoikern (21.10ff). Frege führt diese Unterscheidung in klarer Weise ein (Bochenski S.313), freilich eben in seiner eigenen Terminologie.

Ein Rückfall: Ramsey (48.32) faßt diese Unterscheidung psychologisch auf.

Metasprachen braucht man nicht nur, um Antinomien zu vermeiden, sondern auch um antinomie-nahe Konstruktionen auszunützen, wie etwa beim Beweis des Gödelschen Unvollständigkeitssatzes für Systeme der Arithmetik (Theorien der natürlichen Zahlen). Eine sehr moderne Entwicklung, die sukzessive Erweiterung der Arithmetik durch "Gödelsätze", evtl. unendlich oft, ist nur dadurch motivierbar, daß man die Metasprachenkonstruktion formalisiert, transfinit iteriert und wieder in einem neuen formalen System aufsummiert. (Feferman). Überhaupt ist es kaum möglich formale Sprachen (seien es logische oder Programmier-sprachen) aufzubauen oder in Beziehung zu setzen, ohne die Sprache/ Metasprache-Beziehung fest im Blick zu haben, denn immer dann wenn man eine (neue) Sprache festlegt, tut man dies in einer zugehörigen Metasprach! e.

Die Rolle unserer Umgangssprache als oberste Metasprache aller unserer derartigen Bemühungen, haben wir, so fürchte ich, noch nicht klar durchschaut.

Axiomatisierung und Axiomensystem.

Axiomatisierung, die Angabe von Axiomen einer Wissenschaft, aus denen dann ihre Lehrsätze folgen, ist auch *ohne* Formalisierung möglich. Das zeigt das erste bekannte Axiomensystem, das von Euklid. Hier treten auch "Definitionen" auf, die nach heutiger Ansicht diese Bezeichnung nicht verdienen. Auch Hilberts Axiomatisierung der Geometrie von 1905 ist nicht formal. Des Aristoteles Axiomatisierungen der Syllogistik (Bochenski S.86) sind bahnbrechend, auch insofern, als hier Schlußfiguren, d.h. Schlußregeln aus anderen abgeleitet werden - also hierfür - nach unserem heutigen Verständnis - eine eine Metasprache und eine Logik höherer Ordnung verwendet wird. Booles Axiome ähneln den Rechenregeln der Algebra. Frege strebt nach höchster Exaktheit. (38.23): "*Man darf sich also beim Übergange zu einem Urteile nicht genügen lassen, wie es die Mathematiker bis jetzt wohl fast immer tun, daß er als richtig einleuchte, sondern man muß ihn in die einfachen logischen Schritte zerlegen, aus denen er entsteht und das sind oft gar nicht wenige. Dabei kann keine Voraussetzung unbemerkt bleiben; jedes Axiom dessen man bedarf, muß entdeckt werden. Gerade die stillschweigend und ohne klares Bewußtsein gemachten Voraussetzungen verhindern ja die Einsicht in die erkenntnistheoretische Natur eines Gesetzes.*"

Vgl. auch (38.24). In dieser Hinsicht fällt Russell (nach Meinung Bochenskis) wieder hinter Frege zurück. Bei Hilbert (nach 1920) und seiner beweistheoretischen Schule hätte wohl auch Frege nicht viel zu bemängeln gehabt. (Hilbert-Bernays, Gentzen). Er geht allerdings einen Schritt weiter und läßt bewußt Deutung weit im Hintergrund. Sie tritt sozusagen nur als Statist auf. Das (Bewußtsein der Deutungsunabhängigkeit) gab es allerdings auch schon bei Leibniz und Boole. HILBERT (38.28). "*Der Grundgedanken meiner Beweistheorie ist folgender: Alles, was im bisherigen Sinne die Mathematik ausmacht, wird streng formalisiert, sodaß die eigentliche Mathematik, oder die Mathematik im engeren Sinne zu einem Bestande an*

Formeln wird."

Das (Bewußtsein der Deutungsunabhängigkeit gewisser Kalküle) gab es allerdings auch schon bei Leibniz und Boole. Und sogar noch wesentlich früher bei den arabischen Algebraikern und Kombinatorikern (Rashed 2000).

Regelsystem, Kalkül, Spiel

Mit Hilberts formalistischer *Deutung* der Mathematik, oder besser *Deutungs-Enthaltung*, sind wir bei der Vorstellung des durch einmal getroffene Konvention geleiteten, aber sonst freien, Spiels gemäß bestimmten Regeln angelangt.

Hermann Hesse verdichtet diesen Gedanken zu seiner Idee des "Glasperlenspiels".

Er ist aber noch nicht bis zur Idee des "universellen Spiels" vorgestoßen, das alle anderen Spiele imitieren kann. Genau das aber realisierte Alan Turing 1936 mit seiner später so genannten Turing-Maschine.

Die Frage nach dem ersten zweckfreien Spiel ist wohl zu unscharf gestellt, um eine Antwort zu bestimmen. Für unseren Kontext dürfte wohl das einfache Zusammenfügen von Marken oder Steinen aus zwei Behältnissen, und die Nachahmung durch das Zusammenfügen von Schriftmarken den Anfang eines einfachen arithmetischen Kalküls darstellen. Von da ist es kein weiter Schritt zum Zusammenfügen zweier Prädikate mit "oder" und der Betrachtung dessen, was mit den zugeordneten Mengen geschieht.

Als Philosoph kann man skeptische Fragen nach der Erlernbarkeit von Regeln und Spielen stellen. Grundsätzlich lauert hier natürlich das Problem der Induktion, das, wie wir alle wissen, keine Sicherheit verbürgende Lösung hat. Als praktische Menschen und auch als informierte Darwinisten wissen wir jedoch, daß sowohl die Übervorsichtigen, die gar keinen Schritt wagen, wie auch die tollkühnen, die zu weit ins Ungewisse springen, eliminiert werden.

Lorenzen und Lorenzen/Kamlah vertrauen mit ihrer Methode der "exemparischen Einführung" von Prädikaten und Regeln auf den gesunden Menschenverstand.

Wittgenstein und später Quine bleiben auf der skeptischen Seite.

Programmiersprachen

Das Ideal einer eindeutig verständlichen Sprache, dem die Einzelwissenschaften durch Einführung ihrer Fachterminologien nahezukommen versuchen, einer wissenschaftlichen Idealsprache, wie sie schon Russell und später die logischen Positivisten des Wiener Kreises, allen voran Carnap gefordert hatten, erfüllen die Programmiersprachen in vorbildlicher Weise - allerdings nur im Umgang mit Computern. Sie haben im Gegensatz zur Umgangssprache eine eindeutige und explizit vorliegende Syntax und Semantik - womit nicht gemeint ist, daß es jeweils nur *eine* Semantik und nur *eine* Beschreibung der Syntax geben könne. Von den logischen Sprachen, unterscheiden sie sich dadurch, daß sie deskriptiven Grundprädikate enthalten, die überdies entscheidbar sind, und präskriptiven Ausdrücke, die überdies mit einer eindeutigen Reaktion versehen sind. Wie die Umgangssprache enthalten sie aber auch z.T. indexikalische Ausdrücke, die geeignet sind die Ausdrucksweise zu vereinfachen. Man unterscheidet präskriptive, z.B. *Fortran*, und deskriptive Sprachen, z.B. *Prolog*

Die erste Programmiersprache könnte der *Plankalkül*, 1945 von Konrad Zuse gewesen sein, die zweite *Fortran*, das 1957 öffentlich zugänglich wurde.

Einige der Programmiersprachen sind direkt aus der logischen Notation abgeleitet und bilden Teile der Prädikatenlogik ab, *Prolog* z.B. die sog. Horn-Klausel-Normalform.

.

Die Logik gibt es nicht

Es gibt nur zwei Arten von gültigen logischen Schlüssen, die umkehrbaren, die äquivalenten

Umformungen einerseits - und andererseits die nicht umkehrbaren, die Abschwächungen. Dann kann es doch gar nicht so schwierig sein diese Umformungen ein für alle Mal zu katalogisieren und so *die* Logik zu gewinnen. Möchte man meinen! *De facto* sind die sprachlichen Kontexte so vielfältig, daß man von einer umfassenden Katalogisierung noch weit entfernt ist. Aber die Linguistik ist tatsächlich in letzter Zeit eine Quelle immer neuer Logik-Ansätze geworden - man denke nur an die holländischen Linguisten-Logiker um van Benthem.

Die ganz normale Prädikatenlogik - 2-wertig, erster Stufe - kommt dem Wunsch nach Universalität schon ziemlich nahe. Man kann in ihr auch nicht direkt prädikatenlogisch gültige Schlüssen nachbilden, nur erhalten diese dann i.a. den Charakter von zusätzlichen Axiomen, bzw. Schlußregeln für bestimmte Prädikate. Den Status der *logischen* Gültigkeit haben sie dann verloren. Beispiele wären die Nachbildung von Modallogiken, von Logiken 2-ter Stufe in der PL1 oder auch Axiomatisierungen der Mengenlehre.

Die *zweiwertige* Prädikatenlogik hat auch den für den an philosophischen Fragen interessierten den gravierenden Nachteil, daß ein unbestimmter Wahrheitswert fehlt. Nicht jeder *prima vista* sinnvolle Satz ist wirklich sinnvoll, oder einer Bewertung mit wahr oder falsch zugänglich. Das kann an nicht, oder zu unscharf definierten Prädikaten liegen, oder auch an unerfüllten Präsuppositionen.

Hier ist an die Analysen von Ulrich Blau zu erinnern(**). Und zwar ist weniger sein 3-wertiges System an sich interessant, sondern die Art seines Einsatzes zur Analyse umgangssprachlicher Sätze. Wenn man etwas genauer hinschaut, das bemerkt er auch, sieht man, daß die Fortpflanzung der Unbestimmtheiten von einfachen auf komplexere Aussagen nicht durch eine Wahrheitswert-bestimmte Logik erfaßt werden kann. Das ist aber kein Grund die Analyse aufzugeben.

Die Namen der Logik Organon, Dialektik, Logik, Vernunftlehre Auffassungen von Logik

Mit Aristoteles begann - nach unserer Kenntnis - das, was wir heute "Logik" nennen. Damals war es Teil der aristotelischen Analytiken und der Topik; es wurde zugleich mit einer Lehre der Wissenschaft als axiomatisches System und in gewissem Gegensatz zur Rhetorik und der Lehre von den Fehlschlüssen entwickelt. Für Aristoteles war ein "Logiker" ein Mensch, der gut reden kann, der zwar gut schließen kann, aber nicht über ein gediegenes Wissen verfügt, sondern nur über einen Vorrat von Sätzen, die so vage sind, daß man für den mit einer mehr oder weniger kühnen Annahmen für den vorliegenden Fall *alles* aus ihnen beweisen kann (Scholz S.6). Bei den Aristotelikern des ersten vorchristlichen Jahrhunderts taucht für die logischen Schriften des Aristoteles der Name "*Organon*" auf. Bei den Stoikern hingegen wurde der Terminus "Dialektik" gebraucht. Martianus Capella und Cassiodorus haben, etwa um 500, die für den Schulbetrieb des lateinischen Mittelalters grundlegenden Lehrbücher "*De (arte) Dialectica*" verfaßt und damit auch die Benennung der sehr einflußreichen Logik Abälards als "*Dialectica*" mit geprägt (Beginn des 12. Jh.). Im 13. Jh. verfassen ein fälschlich für Thomas von Aquin gehaltener Autor, dann Petrus Hispanus, Wilhelm von Ockham jeweils zusammenfassende Lehrbücher deren Titel "*Logica*" enthält. Im 16. Jh. hingegen wählen die führenden Logiker unter ihnen Melanchthon die Bezeichnung "Dialektik" für ihre Logiklehrbücher. Im 17. Jh. verschiebt sich das Bild schlagartig zu Gunsten der Logik, alle namhaften Logiker dieses Jahrhunderts haben sich für diesen Titel entschieden. Wir nennen nur den von Leibniz sehr geschätzten Joachim Jungius mit seiner *Logica Hamburgensis* 1638. Die Bezeichnung "*Organon*" findet sich wieder bei Bacons *Novum Organon*, 1620, bei Heinrich Lambert, Neues Organon oder Gedanken über die Erforschung des Wahren und dessen Unterscheidung von Irrtum und Schein, 1674, und bei Whewell, *History of the Inductive Sciences, Novum Organon Renovatum*, 1858, einem Werk, das man auch als eine frühe Wissenschaftstheorie ansprechen kann. Im 18. Jh. sprechen Christian Thomasius,

Christian Wolff, u.a. in ihren Werken von "Vernunftlehre" und "Vernunftkunst". Erst Hegels "Wissenschaft der Logik", 1812/16, hat schließlich diesen Namen in Deutschland durchgesetzt - ein Beispiel dafür, daß manche Werke mehr zitiert als gelesen werden. "Die Logik von Port Royal vom Jahre 1662 war das erste Werk, das wesentlich über die Grenzen der formalen Logik herausrückt" (Scholz) und stellte, ähnlich, wie das bereits erwähnte Werk von Heinrich Lambert, eine *erweiterte formale Logik* dar. 1843 erschien mit J.S. Mills "A System of Logic Ratiocinative and Inductive, being a connected view of the principles of evidence and the methods of scientific investigation", das noch zu Lebzeiten des Autors acht Auflagen erfuhr, eine *formallogisch unterbaute nicht-formale Logik* (Scholz). Von gleichem Typus war bereits das 30 Jahre früher 1811 erschienene "System der Logik" von Jakob Friedrich Fries gewesen, und später die breit angelegte Logik (1880/83) von Wilhelm Wundt und Christoph Sigwarts Logik (1873/78). Hier verlassen wir die Entwicklung erwähnen nur noch Kants "transzendente Logik", die dieser der zuerst von ihm so genannten *formalen Logik* entgegengesetzt hat. Sie hat eine zentrale Rolle bei der "Ableitung" der Tafel der Kategorien, oberste Verstandesbegriffe in die sich jede Erfahrung einordnen lassen muß. (Eine lockere Verbindung zu den Kategorien des Aristoteles ist vorhanden). Die Kritik der reinen Vernunft erschien 1781.

Wer noch genaueres über die wechselvolle Geschichte der Namen der Logik und der Auffassungen von Logik erfahren möchte, sei auf Scholz verwiesen, dem wir hier weitgehend gefolgt sind. (Scholz 1931) nennt auch noch einige Werke mit Titeln der Art "Logik der ...", die wir getrost übergehen können. Etwas später, 1934/35, erschien Poppers "Logik der Forschung", 1950 Carnaps "Logical foundations of probability", in der eine "induktive Logik" begründet wird. Die dort jeweils vertretenen Ansichten zur Induktion lassen sich heute nicht mehr halten (Spohn 2)(Hoering 2).

"Logik im weiteren Sinne" und Rekonstruktionsversuche

Zur Geschichte der Logik in der Philosophie gehören nach unserem Verständnis auch jene Philosophen und Philosophen, aber auch Theologen, die versuchen, sich von der Herrschaft der Logik freizumachen - sie für das von ihnen beanspruchte Gebiet für ungültig zu erklären - und sei es dadurch, daß sie "Logik" umdefinieren.

Die Kirchenfürsten und der Widerspruch

Der erste entschiedene Angriff auf die Logik von theologischer Seite fand nach unserer Kenntnis (Scholz S.38) im 11. Jh. statt: Petrus Damianus, der in Ravenna lehrte, verwarf den Satz vom Widerspruch in seiner Anwendung auf den Gottesbegriff. Petrus Hispanus, der Autor der berühmten "*Summulae Logicales*", wandte sich um 1250 deutlich gegen diese Auffassung.

Petrus Hispanus beschloß sein Leben als Papst Johannes XXI. Petrus Damianus, Ordensreformer und gegen seinen Willen Kardinal, wurde heiliggesprochen und 1826 zum Kirchenlehrer erklärt.

Nikolaus von Kues, später Bischof von Brixen, vertrat zu Anfang des 15. Jh. eine ähnliche Einschränkung des Anwendungsgebietes der Logik (s.o.).

La logique du coeur

Blaise Pascal, befaßte sich in seiner Jugend erfolgreich mit Geometrie, Wahrscheinlichkeitsrechnung (Pascal'sches Dreieck), Physik und Logik. Seine logischen Auffassungen fanden dadurch größere Verbreitung, daß sie in die sog. Logik von Port Royal aufgenommen wurden. Nach einem Erweckungserlebnis wandte er sich einer mystisch getönten "*Logique du coeur*" zu, einer Verteidigung des Glaubens, in der für die Vernunft nur ein bescheidener Platz neben der Inspiration und der Gewohnheit übrig blieb. Gegen das rationalistische Wissenschaftsideal seiner Zeit setzte er seine Kritik an der axiomatischen Methode, die ja

doch nur aus der Unmöglichkeit entstanden sei, die Kette von Definitionen wissenschaftlicher Begriffe ohne Ende weiter rückwärts zu verfolgen und deshalb nicht zu eindeutiger Erkenntnis verhelfen könne.

Hegels Wissenschaft der "Logik"

Hegels *Wissenschaft der Logik* ist der erste Teil eines groß angelegten philosophischen Systementwurfs, dessen weitere Teile die Naturphilosophie und die Philosophie des Geistes bilden. Dieser Entwurf hat für die Entwicklung der Geisteswissenschaften wichtige Anstöße gegeben. Hegel bedient sich dabei der dialektischen Methode mit ihrem bekannten Dreischritt von These, Antithese und Synthese zur Ableitung der Kategorien. Hierbei sind allerdings Ableitung und Widerspruch (zwischen These und Antithese) nicht durchwegs im üblichen logischen Sinne zu verstehen. "Die Stringenz mathematischer Ableitungen wird nicht erreicht, ja oft sind die dialektischen Zusammenhänge von vornherein mit dem Blick auf ein vorausgesetztes Ziel konstruiert." (Röd S.270) So entwertet letztendlich die übergroße Elastizität des Verfahrens das in seiner Konzeption großartige System.

Andrerseits kann man in Thomas Kuhns Auffassung wissenschaftlicher Revolutionen als Paradigmenwechsel einen Abglanz von Hegels Dialektik sehen (Das neue Paradigma als Synthese auf höherer Ebene, das die Vorgängertheorie "aufhebt", in dem aber auch Teile von ihr immer noch "aufgehoben" sind). Die Theorie der Reflexion die sich bei Hegel, insbesondere aber bei Schelling findet, kann man als Vorläufer aktueller Bemühungen um, jeweils vorangehende System reflektierende, transfinit wiederholte Erweiterungen der Arithmetik und Mengenlehre (Feferman, Halbach) verstehen. Schelling formuliert bereits die Idee einer unendlich oft wiederholten Reflexion.

Rekonstruktionsversuche

Immer wieder haben Logiker versucht die Logik Hegels formal einzufangen (z.B. Gotthard Günther). Über den Erfolg dieser Bemühungen gibt es geteilte Meinungen. Aber auch Logiken die in gewisser Weise Widersprüche zulassen, oder abzuschirmen imstande sind, wurden entwickelt: erstere, die parakonsistenten Logiken, von da Costa und seiner südamerikanischen Schule. Sie sind für parallel an mehreren Aufgaben arbeitende Computer wichtig und irgendwie auch in unserer Psyche realisiert. Denn die meisten von uns lassen sich nicht durch die Kenntnis einer Antinomie zu völlig irrationalen Verhalten im Alltag verleiten.

Logik und Rhetorik

Wenn wir uns einen Schritt weit weg von der reinen Philosophie wagen und in die Geschichte blicken, müssen wir feststellen: Politische und (pseudo)religiöse Agitation ist immer wieder betont antiintellektuell und damit antilogisch aufgetreten. Nur so waren die Widersprüche im eigenen System zu neutralisieren, nur so glaubte man, die totale Kontrolle über die Anhänger erreichen zu können. Man kann Propaganda auch wissenschaftlich untermauern. Die Wissenschaft der Rhetorik balanciert auf dem Grat zwischen Logik und Agitation. Auf der anderen Seite meint Bochenski einen Zusammenhang zwischen tiefer Religiosität und Begabung bzw. Interesse für Logik feststellen zu können. Auch Savonarola soll ein bedeutender Logiker gewesen sein (Bochenski, S. 190).

Abschluß

Wie schon Aristoteles lehrt, liegt die Logik dem Wissenschaftsbegriff überhaupt zu Grunde. Mit einigen der Wissenschaften ist sie aber besonders eng verbunden. Unter den "jungen" Wissenschaften ist hier Linguistik, Neurophysiologie, Informatik und Informationstheorie, zu nennen. Die "klassischen" Nachbarn, mit denen schon seit zweitausend Jahren ein enger Austausch stattfindet, sind Philosophie, Sprachanalyse und Mathematik. Zu ihnen gesellte

sich im Mittelalter die Theologie. So ist die Logik ein bewährtes Zentrum von Interdisziplinarität.

Unser Ziel war, die Entwicklung der Logik im Umriß, und ihre enge Verflechtung mit der Philosophie und deren Entwicklung darzustellen. Beim Fachmann müssen wir uns für grobe Vereinfachungen entschuldigen, beim Laien für Detailverliebtheit an einigen Stellen. Verglichen mit der ungeheuren Fülle des vorliegenden Materials ist das hier vorgelegte nur eine homöopathische Dosis. Die Untrennbarkeit von Philosophie und Logik ist, so hoffe ich, deutlich geworden.

Zitierweise

Ausnahmen von der üblichen Zitierweise bilden nur die (zahlreichen) Hinweise der Art (8.01). (8.01) bezieht sich auf z.B. das gleichnamige Zitat in (Bochenski). Auf dieses Werk soll besonders hingewiesen werden soll, weil es eine vorbildlich organisierte Fülle von ausgewählten Originalzitaten (in Übersetzung) bringt.

Literatur

Übersichtswerke

Bochenski, I.M.

Formale Logik, Freiburg, 1956

Kneale, William & Martha The Development of Logic, London 1978

Nida-Rümelin (Hsg)

Philosophie der Gegenwart, Stuttgart 1991

Röd, Wolfgang Der Weg der Philosophie, München, 1996 (Röd 1)

Scholz, Heinrich

Abriß der Geschichte der Logik, 1931

Sonstige

Barwise, Jon, Seligman, Jerry Information flow, the logic of distributed systems,

Cambridge 1997

Blau, Ulrich

Die dreiwertige Logik der Sprache, Berlin 1978

Carnap, Rudolf

Scheinprobleme der Philosophie, Berlin-Schlachtensee, 1928

Der logische Aufbau der Welt, Berlin-Schlachtensee, 1928

Logical foundations of probability, Chicago 1951

R.Carnap, M.Gardiner Philosophical Foundations of Physics, 1966, deutsch: Einführung in
die Philosophie der Naturwissenschaften, München 1969
Cresswell, Max

A new introduction to modal logic, London 1996 (Cresswell 1)

Logics and Languages, London 1973 (Cresswell 2)
Feferman, Solomon

Reflecting on completeness, JSL 1995
Frege, Gottlob

Begriffsschrift, neuabgedruckt z.B. in Begriffsschrift und andere
Aufsätze; Hildesheim 1998
Die Grundlagen der Arithmetik, 1884
Fritz, Kurt v

Schriften zur griechischen Logik, 2 Bde, Stuttgart 1978
Gödel, Kurt

Die Vollständigkeit der Axiome des logischen Funktionenkalküls,

Monatshefte f. Mathematik u. Physik 1930, 37, S. 345-360

Über formal unentscheidbare Sätze der Principia Mathematica und
verwandter Systeme, Monatshefte f. Mathematik u. Physik, 1931
Goodman, Nelson

The Structure of Appearance, Cambridge, Mass. 1951
Griffin, Nicholas

Russell's Idealist Apprenticeship, Oxford 1991
Günther, Gotthard

Idee und Grundriß einer nicht-Aristotelischen Logik, Hamburg 1978
Halbach, Volker

Tarski Hierarchies, Erkenntnis, 43, 1995, S. 339-67
Henrich, Dieter

Ger ontologische Gottesbeweis, Tübingen 1960
Hesse, Hermann

Das Glasperlenspiel, 1943
Hoering, Walter

Frege und die Schaltalgebra, Arch.f.math.Logik
u.Grundlagenforschung, 1958, H.3 , (Hoering 1)

Strategien der Induktion, in Tradition und Innovation, W.Kluxen (Hsg),

Hamburg 1986, (Hoering 2)
Jäsche

Immanuel Kant: Logik, 1800
Jevons

"On the Mechanical Performance of Logical Inference," pp. 497-518 in
Philosophical Transactions of the Royal Society of London for the year
1870, Vol. 160, Part II .

Menne, Albert

Kontrolliertes Denken, Festschrift für W.Britzelmayr, Freiburg 1951
Lenzen, Wolfgang

Zur Logik alethischer und deontischer Modalitäten bei Leibniz".
In W. Stelzner/M. Stöckler (Hrg.), Zwischen traditioneller und
moderner Logik - Nichtklassische Ansätze,
Paderborn, (Mentis), 2001, 335-351.

Lewis. C.I., Langford, C.H. Symbolic Logic, 1932 (Es muß noch frühere Ausgaben geben!)
Lewis, David

On the plurality of worlds, Oxford 1987

Die Identität von Körper und Geist; Frankfurt/Main 1989

Philosophical papers II, 1981
Montague, Richard

English as a formal language, abgedruckt in Richard Thomason (Hsg),

Formal Philosophy (Montagues Werke), 1974
Peano, Giuseppe

Arithmetices principia, nova methodo exposita, 1889

- Quine
Formulario Mathematico, (Nachdruck), Rom 1960
New foundations for Mathematical Logic, 1937,
American Mathematical Monthly 44, p655-660, 1937
Two dogmas of empiricism, 1951
- Rashed, Roshdi
Theories and things, 1981
Kombinatorik und Metaphysik, Ibn Sina, al Tusi, al Halabi...
in: Mathesis, Festschrift f. Matthias Schramm, Bremen 2000
- Röd, Wolfgang
Der Weg der Philosophie, München 1996 (Röd 1).
Der Gott der reinen Vernunft, München 1992 (Röd 2)
- Russell, Bertrand
A Critical Exposition of the Philosophy of Leibniz, 1900
- Principia Mathematica, 3 Bde., 1910-13
Our Knowledge of the External World, 1914
- The Analysis of Mind, 1921.
Ryle, Gilbert
- The Concept of Mind, London 1960
Runggaldier, Edund
- Zeichen und Bezeichnetes, Berlin 1985
Scholz, Heinrich
Vorlesungen über Kant, Mitschriften von 1932 bzw 1944
- Spinoza, Baruch de
Typoskripte, Sem.f.Philos., Logik u. Wisstheorie, München
- Spohn, Wolfgang
Die Ethik nach geometrischer Methode dargestellt, Otto Baensch
(Übersetzer), Rudolf Schottländer (Einleitung), Hamburg 1955
- Lewis' satanischer Majestät Ansinnen,
Z.f. Philos.Forschung, 41, 1987, S.61-75 (Spohn 1)

Die Logik und das Induktionsproblem, in Logik in der Philosophie,
P.Schroeder-Heister u. Wolfgang Spohn (Hsg), Forschungsberichte ...

(Spohn 2)
Stegmüller, Wolfgang (Hsg)

Das Universalienproblem, Darmstadt 1978
Tarski, Alfred

Der Wahrheitsbegriff in den formalisierten Sprachen,
Studia Philosophica, Warschau, 1, 1933
Wille, Rudolf Ganter, Bernhard

Formal concept analysis, Berlin 1991

DISPOSITION

VORBEMERKUNGEN

PERSONEN UND SCHULEN

Aristoteles
Die megarisch-stoische Schule
Arabische Philosophie und Kombinatorik
Logik-Ausbildung im Mittelalter
Scholastik
Spinoza
Leibniz
Kant,
George Boole
Frege
Russell
Wittgenstein,
Carnap,
Quine
David Lewis
Und viele mehr

HIER SIND SICH LOGIK UND PHILOSOPHIE BESONDERS NAHE.

Übersicht
Sprachanalyse
 Präsuppositionen#
 Paradoxien und Sprachfehler
 Zirkularität - nicht alle Zirkel sind schädlich !
 Regula falsi, sukzessive Approximation und Hermeneutik
Ontologie
 Ontologie und Identität
 Das Universalienproblem
 Notwendigkeit
Sprachgrenzen und Weltsicht

Einstelligkeit als Beschränkung
Die Grenze der Sprache hinausschieben, to "eff" the ineffable.
Das Wichtigste ist nicht mitteilbar.
Was nicht mitteilbar ist (in einer bestimmten Sprache) ist nicht wichtig - oder existiert gar nicht
Was nicht existiert, sollte gar nicht mitteilbar oder benennbar sein -
die Grenzen der Welt bestimmen die Grenzen der sinnvollen Rede
Die Geordnete Welt und der höchste Begriff
Universallogik, Universalsprache

WICHTIGE GRUNDIDEEN DER LOGIK IN IHRER ENTWICKLUNG

Inhalt und Umfang
Vagheit, Ähnlichkeit, Klassifikationen
Aussagenlogik
Gebrauch von Variablen
Der Übergang zur formalen Sprache
Formalisierung, formale Sprache
Metasprache
Axiomatisierung und Axiomensystem
Regelsystem, Kalkül, Spiel
Programmiersprachen
Die Logik gibt es nicht

DIE NAMEN DER LOGIK (Organon, Dialektik, Logik, Vernunftlehre) AUFFASSUNGEN DER LOGIK

"LOGIK IM WEITEREN SINNE" UND REKONSTRUKTIONSVERSUCHE
Die Kirchenfürsten und der Widerspruch
La Logique du coeur
Hegels System der "Logik"
Rekonstruktionsversuche
Logik und Rhetorik

ABSCHLUSS