

Aufgabe 1 (3 + 3 + 3 Punkte)

Die Sprache \mathcal{L} umfasse ein einstelliges Funktionszeichen f und ein zweistelliges Funktionszeichen g . Wir betrachten drei \mathcal{L} -Strukturen \mathfrak{A}_1 , \mathfrak{A}_2 und \mathfrak{A}_3 über der Menge \mathbb{N} und interpretieren g überall durch die Addition und f in \mathfrak{A}_1 durch die Abbildung $n \mapsto 2$, in \mathfrak{A}_2 durch $n \mapsto \min(n^2 + 2, 19)$ und in \mathfrak{A}_3 durch $n \mapsto n \bmod 4$.

Prüfen Sie durch formelle Auswertung, welche der folgenden Formeln in welchen Strukturen gültig sind:

a) $\forall x \forall y (f(g(x, y)) = f(x))$

b) $\forall x \exists y (f(g(x, y)) = f(x))$

c) $\exists y \forall x (f(g(x, y)) = f(x))$