

**Aufgabe 1** (1 + 1 + 2 + 2 + 3 Punkte)

Zeigen Sie in NK:

- (a)  $\sigma \vee \tau \vdash \tau \vee \sigma$
- (b)  $\vdash (\varphi \wedge \neg\varphi) \rightarrow \psi$
- (c)  $\vdash \varphi \vee \neg\varphi$
- (d)  $\vdash \neg\varphi \vee \psi \rightarrow \neg(\varphi \wedge \neg\psi)$
- (e)  $\vdash ((\varphi \rightarrow \psi) \rightarrow \varphi) \rightarrow \varphi$

**Aufgabe 2** (2 Punkte)

Zeigen Sie in NK:  $\varphi \leftrightarrow \psi \dashv\vdash \neg\varphi \leftrightarrow \neg\psi$ .

**Aufgabe 3** (1 + 1 + 2 Punkte)

Zeigen sie, dass für alle Aussagen  $\varphi, \psi \in \text{PROP}$  und alle Formelmengen  $\Gamma, \Delta \subseteq \text{PROP}$  die folgenden Strukturregeln für NK gelten:

- (a) *Identität*:  $\varphi \vdash \varphi$ .
- (b) *Verdünnung*:  $\Gamma \vdash \varphi \implies \Gamma, \Delta \vdash \varphi$ .
- (c) *Schnitt*:  $(\Gamma \vdash \varphi \text{ und } \Delta, \varphi \vdash \psi) \implies \Gamma, \Delta \vdash \psi$ .

**Aufgabe 4** (1 + 2 + 2 Punkte)

Sei  $\varphi \downarrow \psi$  eine Abkürzung für  $\neg(\varphi \vee \psi)$ . Zeigen Sie für NK:

- (a)  $\varphi \downarrow \psi, \varphi \vdash \perp$  und  $\varphi \downarrow \psi, \psi \vdash \perp$ .
- (b)  $(\Gamma, \varphi \vdash \perp \text{ und } \Delta, \psi \vdash \perp) \implies \Gamma, \Delta \vdash \varphi \downarrow \psi$ .
- (c) Geben Sie Einführungs- und Beseitigungsregeln für  $\downarrow$  an. Beachten Sie dabei die Ergebnisse unter (a) und (b).

Abgabe der Aufgaben am 6.12. nach der Vorlesung oder als PDF.