

**Aufgabe 1** (4 Punkte)

Wir beschränken uns auf den Bereich der natürlichen Zahlen. Geben Sie unter Verwendung des Logikprogramms  $\Pi_{add}$  von Blatt 9 oder Ihres Programms  $\Pi_{sum}$  von Blatt 10 Logikprogramme an für:

- (a) die Multiplikation  $z = x \cdot y$ ; (1 Punkt)
- (b) die Relationen  $x < y$  und  $x \leq y$ ; (1 Punkt)
- (c) die Relationen  $\min(x, y)$  und  $\max(x, y)$ . (1 Punkt)

Geben Sie nun Zielklauseln an, mit denen die Differenz  $5 - 3$  und der Quotient  $4/2$  berechnet wird. (Es sind *keine* SLD-Ableitungen anzugeben.) (1 Punkt)

**Aufgabe 2** (6 Punkte)

Geben Sie ein Gegenbeispiel nebst Nachweisen für die beiden folgenden Behauptungen an:

- (a) Sei eine beliebige gescheiterte SLD-Ableitung aus einem Programm  $\Pi$  für die Zielklausel  $G$  gegeben. Dann gibt es für beliebige Auswahlfunktionen  $\mathcal{R}$  eine gescheiterte SLD-Ableitung aus  $\Pi$  für  $G$  gemäß  $\mathcal{R}$ . (3 Punkte)
- (b) Sei eine beliebige unendliche SLD-Ableitung aus einem Programm  $\Pi$  für die Zielklausel  $G$  gegeben. Dann gibt es für beliebige Auswahlfunktionen  $\mathcal{R}$  eine unendliche SLD-Ableitung aus  $\Pi$  für  $G$  gemäß  $\mathcal{R}$ . (3 Punkte)

*Bemerkung:* Sie können auch jeweils ein Gegenbeispiel (mit Nachweis) angeben.

**Aufgabe 3** (6 Punkte)

Geben Sie ein Logikprogramm  $\Pi$  und eine Zielklausel  $G$  an, so dass jeder SLD-Baum für  $G$  relativ zu  $\Pi$  zwei erfolgreiche Zweige hat, aber keine Tiefensuche diese *beiden* Zweige finden kann; und zwar für beliebige Auswahlfunktionen und beliebige Wahl einer Programmklausel in jedem Suchschritt. Weisen Sie nach, dass Ihr Programm diese Eigenschaft hat.

**Aufgabe 4** (4 Punkte)

Wir betrachten die Formel  $\exists x \forall y P(x, y) \rightarrow \neg \exists x \neg P(x, x)$ .

- (a) Zeigen Sie, dass die Formel erfüllbar ist.
- (b) Geben Sie eine Struktur an, in der die Formel nicht gültig ist, und weisen Sie dies nach.