

Aufgabe 42 (2+2 Punkte)

Zeigen Sie in NK':

- a) $\forall x(x = x), \forall xyz(x = y \wedge z = y \rightarrow x = z) \vdash \forall xy(x = y \rightarrow y = x)$
- b) $\forall x(x = x), \forall xyz(x = y \wedge z = y \rightarrow x = z) \vdash \forall xyz(x = y \wedge y = z \rightarrow x = z)$

Aufgabe 43 (2+2 Punkte)

Zeigen Sie in NK:

- a) $\vdash \forall x(\varphi \rightarrow \psi) \rightarrow (\varphi \rightarrow \forall x\psi)$, sofern $x \notin FV(\varphi)$
- b) $\vdash \forall x\varphi(x) \rightarrow \neg\forall x\neg\varphi(x)$

Aufgabe 44 (2 Punkte)

Zeigen Sie in NK'_=: $\forall z(z = x \rightarrow z = y) \vdash x = y$

Aufgabe 45 (2+2 Punkte)

Es sei $\{T_i \mid i \in I\}$ eine Familie von Theorien, welche durch Mengeninklusion linear geordnet ist. Weiterhin sei $T = \bigcup\{T_i \mid i \in I\}$ Zeigen Sie:

- a) T ist eine Theorie, die jede Theorie T_i erweitert.
- b) Wenn jede Theorie T_i konsistent ist, dann ist auch T konsistent.

Aufgabe 46 (2 Punkte + 2 Zusatzpunkte)

Sei \mathcal{L} eine formale Sprache, so dass die beiden Konstanten \dot{c} und \dot{d} die einzigen nichtlogischen Zeichen sind.

- a) Geben Sie eine Formel $\varphi \in \mathcal{L}$ an, die genau dann in einer \mathcal{L} -Struktur $\mathfrak{A} = \langle A, \dots \rangle$ gültig ist, wenn A 2-elementig ist.
- b) Sei dann $\Gamma := \{\varphi, \dot{c} \neq \dot{d}\}$ und $T := \text{Ded}(\Gamma)$ die resultierende Theorie. Prüfen Sie, ob T eine Henkintheorie ist.

Abgabe der Aufgaben am Do. 19.07.2012 nach der Vorlesung oder als PDF im Internet.