

Übungen zur Vorlesung Nichtklassische Logiken WS06/07

Prof. Dr. P. Schroeder-Heister

Blatt 6

Aufgabe 1 (4 Punkte)

Es sei \mathcal{A} eine Struktur der mehrwertigen Quantorenlogik mit 1 als einzigem ausgezeichneten Wahrheitswert. Die zugrundeliegende Sprache enthalte die Junktoren \wedge und \rightarrow , wobei f_\wedge eine beliebige t-Norm sei und f_\rightarrow der Φ -Operator zu einer t-Norm t mit $\text{LSC}(t)$. Zeigen Sie für beliebige Formeln A und B :

(a) $\mathcal{A} \models A \rightarrow B$ genau dann, wenn $v^{\mathcal{A}}(A) \leq v^{\mathcal{A}}(B)$ (2)

(b) $\mathcal{A} \models A \leftrightarrow B$ genau dann, wenn $v^{\mathcal{A}}(A) = v^{\mathcal{A}}(B)$ (2)

Dabei stehe $A \leftrightarrow B$ kurz für $(A \rightarrow B) \wedge (B \rightarrow A)$.

Aufgabe 2 (10 Punkte)

Zeigen Sie für die Łukasiewicz-Quantorenlogik:

(a) $\models \neg \forall x A \leftrightarrow \exists x \neg A$ (2)

(b) $\models \forall x (A \wedge B) \leftrightarrow (\forall x A \wedge \forall x B)$ (2)

(c) $\models (\forall x A \& \forall x B) \rightarrow \forall x (A \& B)$ (2)

(d) $\not\models \forall x (A \& B) \rightarrow (\forall x A \& \forall x B)$ (4)