

Aufgabe 1

Zeigen Sie:

$$\text{HA} \vdash \forall x \forall y (x = y \vee \neg x = y)$$

Aufgabe 2

Zeigen Sie: Falls ϕ weder \forall noch \exists enthält, so gilt:

$$\text{PA} \vdash \phi \text{ genau dann, wenn } \text{HA} \vdash \phi.$$

Aufgabe 3

Zeigen Sie, daß HA für beliebige Formeln mit einer freien Variablen $\phi(x)$ unter folgender (“Markovschen”) Regel abgeschlossen ist:

$$\frac{\forall x(\phi(x) \vee \neg\phi(x)) \quad \neg\neg\exists x\phi(x)}{\exists x\phi(x)}$$