

Aufgabe 1 (4 Punkte)

In dem Modell $\mathcal{M} = \langle Z, \mathbf{r}, \mathbf{u} \rangle$ sei für die Programme α und β erfüllt, daß $\mathbf{r}(\alpha) \subseteq \mathbf{r}(\beta)$. Zeigen Sie, daß für alle Formeln ϕ gilt:

$$\mathcal{M} \models [\beta]\phi \rightarrow [\alpha]\phi$$

Aufgabe 2 (4 Punkte)

Zeigen Sie, daß folgende Formeln in allen Modellen gelten:

(a) $[\alpha; \beta]\phi \leftrightarrow [\alpha][\beta]\phi$

(b) $\langle \alpha \rangle \phi \rightarrow \langle \alpha^* \rangle \phi$

Aufgabe 3 (4 Punkte)

Zeigen Sie, daß in DAL die Regel

$$\frac{\phi \rightarrow \psi}{\langle \alpha \rangle \phi \rightarrow \langle \alpha \rangle \psi}$$

eine zulässige Schlußregel ist.

Aufgabe 4 (8 Zusatzpunkte)

Die Netzadresse <http://www-ls.informatik.uni-tuebingen.de/arndt/frame/x000.html> werde im folgenden durch “ x_{000} ” bezeichnet. Von x_{000} aus sind bestimmte andere Netzseiten erreichbar, von diesen aus wieder andere usw. Jede Seite ist aufgeteilt in eine Zuweisungstabelle, die jeder Aussagenvariable aus der Menge $V = \{p, q, r\}$ einen Wahrheitswert zuweist, und eine Menge von Übergängen mit Bezeichnern aus der Menge $A = \{a, b, c\}$, welche die lokale Übergangsrelation (bezogen auf diese Seite) realisiert.

Welche der folgenden Aussagen der Multimodallogik über A treffen zu? Begründung!

(a) $x_{000} \models [a]\langle b \rangle [c] \perp$

(b) $x_{000} \not\models [b](p \rightarrow \neg q)$

(c) $x_{000} \models [a]\langle c \rangle q$

(d) $x_{000} \models [b]\langle b \rangle p$

(e) $x_{000} \not\models \langle b \rangle [b] p$

(f) $x_{000} \models \langle b \rangle ([b] p \rightarrow \langle a \rangle r)$

(g) $x_{000} \models p \rightarrow ([c]\langle b \rangle [a] q \wedge \langle a \rangle [b]\langle c \rangle r)$

(h) $x_{000} \models \langle a \rangle \langle a \rangle \langle a \rangle \langle a \rangle \top$