

Aufgabe 31 (2 Punkte)

Betrachten Sie die Signatur $\langle \{1 \mapsto 2\}, \{2 \mapsto 2\}, \{3\} \rangle$ und die zugehörige formale Sprache \mathcal{L} . Geben Sie eine kurze Begründung an, ob es sich bei den folgenden Ausdrücken um Terme oder Formeln von \mathcal{L} handelt (Es gelten die Konventionen zur Klammerersparnis!):

- a) \dot{c}_1
- b) $x_1 \wedge x_2 \rightarrow x_1$
- c) $\forall x_1 \dot{R}_2(\dot{f}_1(x_1, x_1), \dot{f}_1(x_1, x_1))$
- d) $x_1 = c_3 \neq x_1 = \dot{f}_1(c_3, c_3)$

Aufgabe 32 (6 Punkte)

Geben Sie jeweils ein Alphabet für Sprachen folgender Signaturen an. Geben Sie ferner in jedem Fall sowohl eine offene als auch eine geschlossene Formel an, in der alle nichtlogischen Zeichen der Sprache vorkommen. Falls vorhanden bestimmen Sie zudem für jede Signatur einen offenen und einen geschlossenen Term.

- a) $\langle \{\pi \mapsto 2, \pi^2 \mapsto 1\}, \{0 \mapsto 2, 1 \mapsto 2\}, \emptyset \rangle$
- b) $\langle \emptyset, \{5 \mapsto 1\}, \emptyset \rangle$
- c) $\langle \{2 \mapsto 1\}, \emptyset, \{0, 1\} \rangle$

Aufgabe 33 (3 Punkte)

Geben Sie zu jeder der in Aufgabe 32 definierten Sprache \mathcal{L} eine \mathcal{L} -Struktur an (d.h. geben Sie Strukturen an, die die in Aufgabe 32 angegebenen Signaturen haben).

Aufgabe 34 (3 Punkte)

Gegeben sei die Sprache der Signatur $\langle \{+ \mapsto 2\}, \{\leq \mapsto 2\}, \{1\} \rangle$ und $\mathfrak{A} = \langle \mathbb{N}, +, \leq, 1 \rangle$ eine entsprechende Struktur. Wir schreiben $\dot{+}, \dot{\leq}, \dot{1}$ für f_+, R_{\leq}, c_1 und verwenden Infix-Notation. Sei v eine Belegung mit $v(x_1) = 1, v(x_2) = 3$. Werten Sie schrittweise aus und bestimmen Sie den Wert von:

- a) $\llbracket ((\dot{1} \dot{+} \dot{1}) \dot{+} x_1) \dot{+} x_2 \rrbracket_v^{\mathfrak{A}}$
- b) $\llbracket ((x_1 \dot{+} x_2) \dot{\leq} (\dot{1} \dot{+} x_2)) \wedge ((\dot{1} \dot{+} \dot{1}) \dot{\leq} x_1) \rightarrow \neg(\dot{1} \dot{\leq} x_1) \rrbracket_v^{\mathfrak{A}}$
- c) $\llbracket (\exists x_1 (\forall x_2 (x_1 \leq x_2))) \rrbracket_v^{\mathfrak{A}}$

Abgabe der Aufgaben am Do. 28.06.2012 nach der Vorlesung oder als PDF im Internet.