

Aufgabe 1 (5 Punkte)

Beweisen Sie: Wenn $\Gamma \vdash_{\text{Res}} S$, dann $\Gamma \models S$.

Aufgabe 2 (5 Punkte)

Zeigen Sie durch einen Resolutionsbeweis:

(a) $A \rightarrow (B \rightarrow C) \models B \rightarrow (A \rightarrow C)$ (2 Punkte)

(b) $\models (A \rightarrow (B \rightarrow C)) \rightarrow ((A \rightarrow B) \rightarrow (A \rightarrow C))$ (3 Punkte)

Aufgabe 3 (10 Punkte)

$\mathcal{R}_A(S_1, S_2)$ sei die *Resolvente der Klauseln S_1 und S_2 bezüglich A* , falls eine solche existiert; andernfalls sei $\mathcal{R}_A(S_1, S_2)$ nicht definiert.

Durch $\mathcal{R}_A(\Gamma) := \{\mathcal{R}_A(S_1, S_2) \mid S_1, S_2 \in \Gamma\}$ sei die *Menge aller möglichen Resolutionsresultate bezüglich A* definiert.

Sei Γ_A die Menge aller Klauseln in Γ , in denen A vorkommt.

Es sei $\text{Res}_A(\Gamma) := (\Gamma \setminus \Gamma_A) \cup \mathcal{R}_A(\Gamma_A)$.

Betrachte nun folgendes Verfahren, wobei die Klauselmenge Γ genau die Atome A_1, \dots, A_n enthalte:

Für i von 1 bis n :

- (1) Eliminiere tautologische Klauseln aus Γ . Die resultierende Klauselmenge sei Γ' .
- (2) Bilde $\text{Res}_{A_i}(\Gamma')$.
- (3) Setze $\Gamma := \text{Res}_{A_i}(\Gamma')$.

Beweisen Sie: Das Verfahren liefert die Klauselmenge $\{\square\}$ genau dann, wenn es eine Resolutionswiderlegung für Γ gibt.