

Aufgabe 1 (10 Punkte)

Überprüfen Sie, ob die folgenden Formeln für Modelle mit *konstantem* Gegenstandsbereich allgemeingültig sind:

(a) $\forall x \Box P(x) \rightarrow \Box \forall x P(x)$ (3 Punkte)

(b) $\exists x \Box P(x) \rightarrow \Box \exists x P(x)$ (3 Punkte)

(c) $\Box \exists x P(x) \rightarrow \exists x \Box P(x)$ (4 Punkte)

Argumentieren Sie semantisch oder unter Verwendung von Tableaux, für die Sie Korrektheit und Vollständigkeit voraussetzen dürfen. Geben Sie für Formeln, die nicht allgemeingültig sind, ein Gegenmodell mit entsprechendem Nachweis an.

Aufgabe 2 (10 Punkte)

Zeigen Sie, dass keine der folgenden Formeln allgemeingültig ist für Modelle mit *variierendem* Gegenstandsbereich:

(a) $\exists x \Diamond (\Box P(x) \rightarrow \forall x \Box P(x))$ (3 Punkte)

(b) $\exists x \forall y \Box Q(x, y) \rightarrow \forall y \Box \exists x Q(x, y)$ (3 Punkte)

(c) $(\exists x \Diamond P(x) \wedge \Box \forall x (P(x) \rightarrow R(x))) \rightarrow \exists x \Diamond R(x)$ (4 Punkte)

Geben Sie jeweils ein Gegenmodell mit entsprechendem Nachweis an.