

Aufgabe 1

Geben Sie jeweils ein Modell \mathfrak{M} und einen Punkt u an, so daß die folgenden Formeln in \mathfrak{M} in u nicht gelten.

- a) $\Diamond p \rightarrow p$
- b) $\Diamond p \rightarrow \Box p$
- c) $\Box \Diamond p \rightarrow p$
- d) $\Diamond p \wedge \Diamond q \rightarrow \Diamond(p \wedge q)$
- e) $(\Box p \rightarrow \Box q) \rightarrow \Box(p \rightarrow q)$

Aufgabe 2

Geben Sie ein Modell an, so daß in allen Referenzpunkten alle Aussagevariablen identisch belegt werden, jedoch nicht alle Formeln denselben Wahrheitswert haben.

Aufgabe 3

Zeigen Sie:

- a) Wenn $\langle W, R \rangle \models A \rightarrow \Box \Diamond A$, dann ist R symmetrisch.
- b) Wenn $\langle W, R \rangle \models \Diamond A \rightarrow \Box \Diamond A$, dann ist R euklidisch.

(Eine Relation R ist *euklidisch*, wenn für alle u, v, w gilt: wenn uRv und uRw , dann vRw .)

Aufgabe 4

Sei $\langle W, R_1, R_2 \rangle$ ein bimodaler Rahmen, d.h. ein Rahmen mit zwei Erreichbarkeitsrelationen. Sei eine bimodale Logik gegeben, d.h. eine Logik mit jeweils zwei Notwendigkeits- und Möglichkeitsoperatoren, wobei \Box_1 und \Diamond_1 durch R_1 und \Box_2 und \Diamond_2 durch R_2 interpretiert werden. Welche Anforderungen an R_1 und R_2 sind gleichwertig damit, daß folgendes gilt (Begründung!):

$$\langle W, R \rangle \models A \rightarrow \Box_2 \Diamond_1 A \quad \langle W, R \rangle \models A \rightarrow \Box_1 \Diamond_2 A.$$

Aufgabe 5

Prüfen Sie, welche der folgenden Formeln in K4 gelten, wobei $\boxtimes A$ für $(\Box A \wedge A)$ steht:

- a) $\boxtimes \Box p \leftrightarrow p$
- b) $\boxtimes \Box p \leftrightarrow \Box \boxtimes p$
- c) $\boxtimes \boxtimes p \leftrightarrow \boxtimes p$