

**Aufgabe 1** (11 Punkte)

Zeigen Sie im Kalkül  $NK_{\dot{=}}$ :

- (a)  $\forall x\varphi(x) \dashv\vdash \neg\exists x\neg\varphi(x)$  (2 Punkte)
- (b)  $\exists x\exists y\varphi(x, y) \dashv\vdash \exists y\exists x\varphi(x, y)$  (2 Punkte)
- (c)  $\exists x\forall y\varphi(x, y) \vdash \forall y\exists x\varphi(x, y)$  (1 Punkt)
- (d)  $\dot{R}(\dot{c}) \dashv\vdash \exists x(x \dot{=} \dot{c} \wedge \dot{R}(x))$  (2 Punkte)
- (e)  $\forall x\varphi(x) \rightarrow \psi \vdash \exists x(\varphi(x) \rightarrow \psi)$ , sofern  $x \notin FV(\psi)$  (schwierig) (4 Punkte)

**Aufgabe 2** (9 Punkte)

Zeigen Sie im Kalkül  $NK'_{\dot{=}}$ :

- (a)  $\vdash \forall x(\varphi(x) \rightarrow \psi(x)) \rightarrow (\forall x\varphi(x) \rightarrow \forall x\psi(x))$  (2 Punkte)
- (b)  $\vdash \forall x\forall y\varphi(x, y) \rightarrow \forall x\varphi(x, x)$ , sofern  $x$  frei einsetzbar für  $y$  in  $\varphi(x, y)$  (2 Punkte)
- (c)  $\vdash \forall x(\varphi(x) \wedge \psi(x)) \rightarrow \forall x\varphi(x) \wedge \forall x\psi(x)$  (2 Punkte)
- (d)  $\vdash \forall x(\varphi \rightarrow \psi(x)) \rightarrow (\varphi \rightarrow \forall x\psi(x))$ , sofern  $x \notin FV(\varphi)$  (2 Punkte)
- (e)  $\forall x(x \dot{=} y \rightarrow x \dot{=} z) \vdash y \dot{=} z$  (1 Punkt)