

Übungen zur Vorlesung Mathematische Logik

PD Dr. Fritz Hamm, Prof. Dr. P. Schroeder-Heister

Blatt 9

Aufgabe 1 (4 Punkte)

Ist die Formel $\phi \rightarrow \forall x\phi$ für jedes ϕ allgemeingültig? Begründen Sie Ihre Antwort!

Aufgabe 2 (12 Punkte)

Die Sprache \mathcal{L} umfasse ein unäres Funktionssymbol f und ein binäres Funktionssymbol g . Wir betrachten eine \mathcal{L} -Struktur über der Menge \mathbb{N} und interpretieren g durch die Addition und f abwechselnd durch

- (i) die Abbildung $n \mapsto 2$,
- (ii) die Abbildung $n \mapsto \min(n^2 + 2, 19)$ bzw.
- (iii) die Abbildung $n \mapsto n \bmod 4$.

Geben Sie an, welche der folgenden Formeln in den drei gegebenen Strukturen gültig sind.

- a) $\exists x\exists y f(g(x, y)) = f(x)$
- b) $\forall x\forall y f(g(x, y)) = f(x)$
- c) $\exists x\forall y f(g(x, y)) = f(x)$
- d) $\forall x\exists y f(g(x, y)) = f(x)$
- e) $\exists y\forall x f(g(x, y)) = f(x)$
- f) $\forall y\exists x f(g(x, y)) = f(x)$