

Übungen zur Vorlesung Nichtklassische Logiken WS06/07

Prof. Dr. P. Schroeder-Heister

Blatt 3

Aufgabe 1 (5 Punkte)

Es sei \mathfrak{M} eine Struktur oder Matrix. Eine Formel Q heiße \mathfrak{M} -kontradiktorisch, wenn $Q \models_{\mathfrak{M}} R$ für jede Formel R gilt. Zeigen Sie:

Wenn $\Sigma \cup \{Q, P\}$ eine Menge von Formeln ist, $\Sigma \cup \{Q\} \models_{\mathfrak{M}} P$ gilt, kein Aussagesymbol, das in Q auftritt, in einer der Formeln aus $\Sigma \cup \{P\}$ auftritt und Q nicht \mathfrak{M} -kontradiktorisch ist, dann gilt schon $\Sigma \models_{\mathfrak{M}} P$.

Aufgabe 2 (13 Punkte)

Für eine n -stellige Wahrheitsfunktion $f : \{0, i, 1\}^n \rightarrow \{0, i, 1\}$ und eine beliebige Formel A definieren wir:

A stellt f dar, wenn für jede Bewertung ν gilt: $f(\nu(p_1), \dots, \nu(p_n)) = \nu(A)$.

Den Junktoren \sim und \vee seien die Wahrheitsfunktionen f_{\sim} bzw. f_{\vee} zugeordnet, wobei gelte: $f_{\sim}(1) = i$, $f_{\sim}(i) = 0$, $f_{\sim}(0) = 1$, $f_{\vee}(1, x) = f_{\vee}(x, 1) = 1$ für jedes $x \in \{0, i, 1\}$, $f_{\vee}(0, 0) = 0$ und $f_{\vee}(x, y) = i$ für alle anderen Paare $(x, y) \in \{0, i, 1\}^2$.

Geben Sie jeweils Formeln an, die nur mithilfe von \sim und \vee aus Aussagevariablen zusammengesetzt sind und die die folgenden Wahrheitsfunktionen darstellen:

(a) $f_{\text{true}}(1) = 1, f_{\text{true}}(i) = f_{\text{true}}(0) = 0$ (3)

(b) $f_{\text{ind}}(i) = 1, f_{\text{ind}}(1) = f_{\text{ind}}(0) = 0$ (3)

(c) $f_{\text{false}}(0) = 1, f_{\text{false}}(1) = f_{\text{false}}(i) = 0$ (3)

(d) $f_{\neg}(1) = 0, f_{\neg}(i) = i, f_{\neg}(0) = 1$ (3)

(e) $f_{\wedge}(1, 1) = 1, f_{\wedge}(0, x) = f_{\wedge}(x, 0) = 0$ für jedes $x \in \{0, i, 1\}$, $f_{\wedge}(x, y) = i$ für alle anderen Paare $(x, y) \in \{0, i, 1\}^2$ (1)