

## Aufgabe 1 (16 Punkte)

Zeigen Sie, daß folgendes in PA gilt:

a)  $\vdash x^{y+z} = x^y x^z$

b)  $\vdash x = 0 \vee \exists y(x = Sy)$

c)  $\vdash x \neq 0 \rightarrow (x^y = x^z \rightarrow y = z)$

d)  $\vdash x < Sx$

e)  $\vdash x < y \leftrightarrow Sx < Sy$

f)  $\vdash x < y \rightarrow x + z < y + z$

g)  $\vdash z \neq 0 \rightarrow (x < y \rightarrow xz < yz)$

h)  $\vdash x \neq 0 \rightarrow (0 < y \wedge y < z \rightarrow x^y < x^z)$

Hierbei sei  $x < y$  eine Abkürzung für  $\exists z(x + Sz = y)$ .