

Aufgabe 1 (2+3+3 Punkte)

Zeigen Sie, daß für alle Terme P, Q, R folgendes gilt:

(a) $\lambda\beta \vdash \mathbf{K}PQ = P$

(b) $\lambda\beta \vdash \mathbf{S}PQR = PR(QR)$

(c) $\lambda\beta \vdash \mathbf{Y}x = x(\mathbf{Y}x)$

Welche dieser Gleichungen sind auch in $\lambda\beta_{\triangleright}$ herleitbar?

Aufgabe 2 (3 Punkte)

Zeigen Sie, daß für alle Terme P, Q gilt: Wenn $P \triangleright_{1\beta} Q$, dann $\lambda\beta_{\triangleright} \vdash P = Q$.

Aufgabe 3 (5 Punkte)

Zeigen Sie, daß für alle P, Q gilt: Wenn $\lambda\beta_{\triangleright} \vdash P = Q$, dann $P \triangleright_{\beta} Q$.

Aufgabe 4 (6 Zusatzpunkte)

Geben Sie einen Kombinator **Sub** an, der den *partiellen* Vorgänger einer Church-Ziffer berechnet. Es soll also gelten:

$$\mathbf{Vor} \underline{n} =_{\beta} \begin{cases} \text{undefiniert} & \text{falls } n = 0 \\ \underline{n-1} & \text{sonst} \end{cases}$$

Hinweis: Verwenden Sie hierfür eine primitiv rekursive Funktion g mit $g(n, k) = 0$, falls $n = k + 1$.