

Aufgabe 1 (3 Punkte)

Es sei $x \notin FV(P) \cup FV(Q)$. Zeigen Sie: Wenn $Px =_{\beta\eta} Qx$, dann $P =_{\beta\eta} Q$.

Aufgabe 2 (1+1+1 Punkte)

Berechnen Sie die Normalformen der folgenden Terme:

- (a) $\underline{2}\underline{3}$
- (b) $\lambda x.\underline{2}(\underline{3}x)$
- (c) $\lambda xy.(\underline{2}x)((\underline{3}x)y)$

Aufgabe 3 (4 Punkte)

Geben Sie Kombinatoren **Add**, **Mult**, **Exp** an, welche Addition, Multiplikation und Exponentiation auf Church-Ziffern realisieren, ohne den Rekursionskombinator zu verwenden.

Hinweis: Verwenden Sie Beobachtungen aus Aufgabe 2.

Aufgabe 4 (3+3 Punkte)

Berechnen Sie die Normalformen der folgenden Terme:

- (a) $(\lambda u.\mathbf{R}\underline{0}(\lambda uv.(\lambda xy.x)uv)u)\underline{2}$
- (b) $(\lambda u.\mathbf{R}\underline{0}(\lambda uv.(\lambda xy.y)uv)u)\underline{2}$

Dabei sei $\mathbf{R} \equiv_{def} \Theta(\lambda xyz.\mathbf{D}x(y(\mathbf{V}z)(uxy(\mathbf{V}z))))z$.

Hinweis: Reduzieren Sie Anwendungen von **D** und **V** gemäß Lemma 1.33, Fälle 2. und 3.