Theoretische Grundlagen der Logikprogrammierung — SS 2012

Übungsblatt 10 — (Abgabe am 13.7.) — Thomas Piecha

Aufgabe 1 (5 Punkte)

Zeigen Sie durch Angabe eines Modells, daß die Formel

$$\exists x \forall y P(x, y) \to \neg \exists x \neg P(x, x)$$

erfüllbar ist. Geben Sie außerdem eine Struktur an, in der die Formel nicht gültig ist.

Aufgabe 2 (8 Punkte)

Seien A und B beliebige Formeln, wobei $x \notin FV(B)$. Zeigen Sie die folgenden logischen Äquivalenzen, die wir zur Bildung pränexer Normalformen verwendet haben:

(a) $\forall x A \land B \dashv\models \forall x(A \land B)$ (2 Punkte)

(b) $\forall x A \to B \dashv\models \exists x(A \to B)$ (3 Punkte)

(c) $\neg \exists x A \dashv\models \forall x \neg A$ (3 Punkte)

Aufgabe 3 (7 Punkte)

Sei S eine beliebige Klausel. Zeigen Sie unter Verwendung des Substitutionslemmas:

(a) $\forall S \models \forall(S\sigma)$ für alle Substitutionen σ. (3 Punkte)

(b) $\forall(S\sigma) \models \exists S$ für alle Substitutionen σ. (4 Punkte)

Gilt auch $S \models S\sigma$ bzw. $S\sigma \models \exists S$ für alle Substitutionen σ? Begründen Sie.