

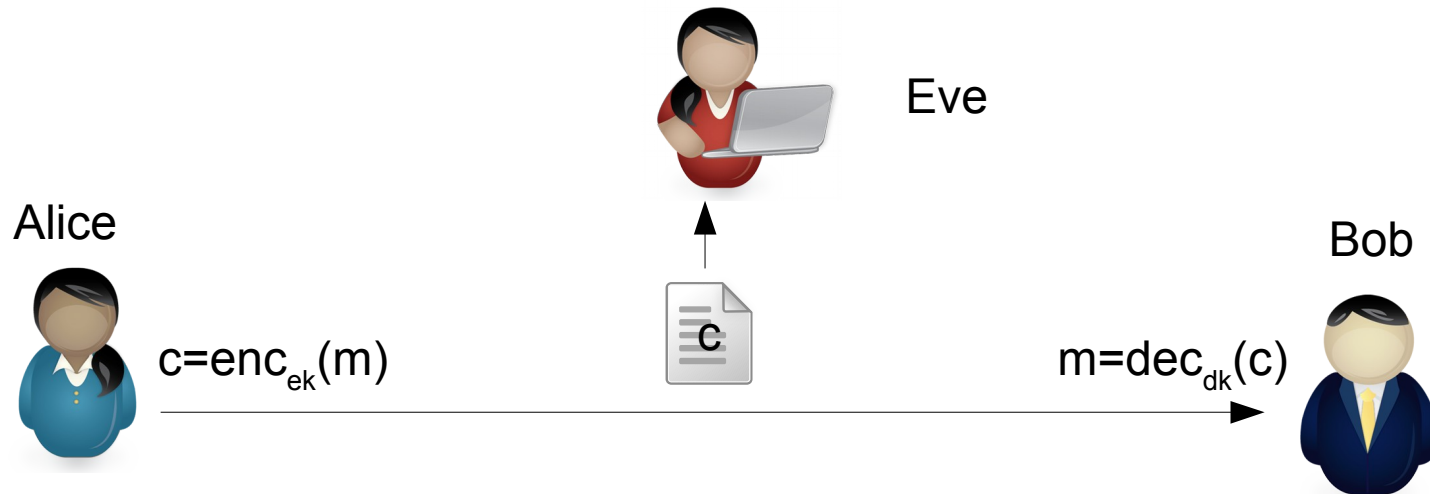
# Themen zur Computersicherheit

## Verschlüsselung

PD Dr. Reinhard Bündgen  
[buendgen@de.ibm.com](mailto:buendgen@de.ibm.com)

# Kryptographisches System

- Alphabete  $\Sigma_1, \Sigma_2$
- Verschlüsselungsverfahren / Chiffre / englisch: cipher
  - $\text{enc}: eK \times \Sigma_1^* \rightarrow \Sigma_2^*$ ,  $\text{dec}: dK \times \Sigma_2^* \rightarrow \Sigma_1^*$
  - Schlüssel  $(ek, dk) \in eK \times dK$  mit  $\text{dec}_{dk}(\text{enc}_{ek}(m)) = m$  für alle  $m \in \Sigma_1^*$
  - verschlüsselt Klartext (plain text) zu Geheimtext (cipher text)



# Angriffe auf ein kryptographisches System

- Ziele eines Angriffs
  - finde Klartext zu gegebenem Geheimtext
  - finde Schlüssel
- oft erreicht ein Angriff nur ein Teilziel
  - Eigenschaften des Geheimtextes
  - Eigenschaften des Schlüssels
- das allerdings von einem weiteren Angriff genutzt werden kann
- I.A braucht man zusätzliche Informationen über den Klartext oder Geheimtext um entscheiden zu können, ob ein Angriff erfolgreich war
- Seitenkanalangriffe
  - nutzen ein Informationsleck der Implementierung des Verschlüsselungsverfahrens
  - z.B Dauer der Berechnung, Strahlung, ...

# Angriffsformen

- Art des Zusatzinformationsgewinns
  - Angriff mit bekanntem Geheimtext (cipher text only attack, COA)
    - Angreifer kennt einen oder mehrere Geheimtexte
  - Angriff mit bekanntem Klartext (known plaintext attack, KPA)
    - Angreifer kennt die zu einem oder mehreren Geheimtexten gehörigen Klartexte
  - Angriff mit gewähltem Klartext (chosen plain text attack, CPA)
    - Angreifer kann sich zu gewählten Klartexten die dazugehörigen Geheimtexte berechnen lassen
  - Angriff mit gewählten Geheimtext (chosen cipher text attack, CCA)
    - Angreifer kann sich zu gewählten Geheimtexten die dazugehörigen Klartexte berechnen lassen
- Zeitpunkt des Zusatzinformationsgewinns
  - direkter Angriff (offline, batch)
    - vor bekannt werden der Herausforderung
  - adaptiv (online, adaptive)
    - nach bekannt werden der Herausforderung
    - adaptive CCA Angriffe werden auch CCA2 Angriffe genannt.

# Orakel

- Angriffs-Orakel: Funktion die Verschlüsselungsaufgaben als „black box“ löst
  - COA-Orakel erzeugt zufälligen Geheimtext
  - KCA-Orakel erzeugt zufälligen Klartext mit zugehörigem Geheimtext
  - CPA-Orakel berechnet zu gegebenem Klartext den Geheimtext
  - CCA-Orakel berechnet zu gegebenem Geheimtext den dazugehörigen Klartext
- IND-Orakel verschlüsselt zufällig einen von zwei gegebenen Klartexten und gibt den Geheimtext aus
- Orakel berechnet *nicht* die Lösung der Herausforderung

# Ununterscheidbarkeit (indistinguishability)

## Ununterscheidbarkeitstest:

- 1) beim direkten Angriff: Angreifer befragt das Angriffs-Orakel
- 2) Angreifer wählt 2 Nachrichten  $m_1, m_2$
- 3) IND-Orakel wählt ein  $m \in \{ m_1, m_2 \}$
- 4) IND-Orakel gibt  $c = \text{enc}_k(m)$  aus
- 5) bei adaptivem Angriff: Angreifer befragt das Angriffs-Orakel
- 6) Angreifer gibt als Resultat seiner Angriffs:  $b \in \{ 1, 2 \}$  aus

Der Test ist (im Sinne des Angreifers) bestanden, wenn  $c = \text{enc}_k(m_b)$

**Definition:** Ein kryptografisches System ist gegen einen Angriff *sicher im Sinne der polynomiellen Ununterscheidbarkeit*, wenn der Angriff den Ununterscheidbarkeitstest nur mit einer Wahrscheinlichkeit von 0,5 besteht.

**Definition:** Ein kryptografisches System ist *perfekt sicher*, wenn es gegen beliebige Angriffe sicher im Sinne der polynomiellen Ununterscheidbarkeit ist.

**Alternative Definition:** Ein kryptografisches System ist *perfekt sicher*, wenn nach jedem Angriff, die *a priori Wahrscheinlichkeit*, dass ein beliebiger Klartext das Ergebnis der Entschlüsselung eines Geheimtextes ist, gleich der *a posteriori Wahrscheinlichkeit*, dass der Klartext das Ergebnis der Entschlüsselung eines Geheimtextes ist.

# One Time Pad

- **Definition** Das folgende Kryptosystem heißt *one time pad*:
  - Sei  $\Sigma = \Sigma_1 = \Sigma_2 = \{0,1\}$ ,  $eK = dK = \Sigma^*$ ,
  - $m \in \Sigma^*$
  - $k \in \Sigma^*$  ist ein Zufallsbitstring mit  $|k| = |m|$
  - und  $enc_k(m) = dec_k(m) = k \oplus m$  ( $\oplus$  bit-weises xor)
- **Satz** Das one time pad ist perfekt sicher, wenn jeder Schlüssel genau einmal zur Verschlüsselung einer Nachricht verwendet wird.
- **Achtung:** Ein Zufallsbitstring darf nur einmal als one time pad Schlüssel verwendet werden!
  - seien  $m_1, m_2, k \in \Sigma^*$ ,  $|m_1| = |m_2| = |k|$ ,  $c_1 = m_1 \oplus k$ ,  $c_2 = m_2 \oplus k$
  - dann ist  $c_1 \oplus c_2 = m_1 \oplus m_2$
  - wenn  $m_2$  bekannt:  $m_1 = c_1 \oplus c_2 \oplus m_2$

# Historische Chiffren I

- Caesar Chiffre

a	b	c	d	...	v	w	x	y	z
↓	↓	↓	↓		↓	↓	↓	↓	↓
d	e	f	g	...	y	z	a	b	c

- Verschiebechiffren („Caesar Chiffren“)

- $\Sigma = \Sigma_1 = \Sigma_2 = \{s_0, s_1, \dots, s_{n-1}\}$ ,  $ek = dk = k \in \{0, \dots, n-1\}$ ,  $|\text{encC}_k(m)| = |m|$

- $\text{encC}_k: s_i || m \mapsto s_{(i+k) \bmod n} || \text{encC}_k(m)$  für  $s_i \in \Sigma$ ,  $m \in \Sigma^*$

- $\text{decC}_k: s_i || m \mapsto s_{(i-k) \bmod n} || \text{decC}_k(m)$  für  $s_i \in \Sigma$ ,  $m \in \Sigma^*$

- Schlüsselraum: n verschiedene Schlüssel

- Angriff: vollständige Suche

- Monoalphabetische Chiffren

- $\Sigma = \Sigma_1 = \Sigma_2 = \{s_0, s_1, \dots, s_{n-1}\}$

- $ek=dk \in \{ \pi \in \Sigma \rightarrow \Sigma \mid \pi \text{ ist Permutation} \}$ ,  $|\text{encMA}_\pi(m)| = |m|$

- $\text{encMA}_\pi: s || m \mapsto \pi(s) || \text{encMA}_\pi(m)$  für  $s \in \Sigma$ ,  $m \in \Sigma^*$

- $\text{decMA}_\pi: s || m \mapsto \pi^{-1}(s) || \text{decMA}_\pi(m)$  für  $s \in \Sigma$ ,  $m \in \Sigma^*$

- Schlüsselraum:  $|\Sigma|!$  verschiedene Schlüssel

- Angriff: statistische Analyse



# Historische Chiffren II

## Polyalphabetische Chiffren

- Vigenère Chiffre (um 1500)
  - Sei  $|\Sigma| = n$ ,  $\text{ord}: \Sigma \rightarrow \{0,1,\dots,n-1\}$  bijektiv
  - $eK = dK = \Sigma^*$  mit  $ek = dk = k \in \Sigma^*$  für alle Schlüssel
  - seien  $a, s \in \Sigma$  und  $k, m \in \Sigma^*$  dann ist
  - $\text{encV}_{a||k}(s||m) = \text{encC}_{\text{ord}(a)}(s) || \text{encV}_{k||a}(m) =$   
 $\text{ord}^{-1}((\text{ord}(s) + \text{ord}(a)) \bmod n) || \text{encV}_{k||a}(m)$
- Angriffe
  - Vigenère Chiffre galt lange Zeit als unentzifferbar
  - Bestimmung der Schlüssellänge (Kasiski)
    - gleiche Geheimtextstücke (die zu gleichen Klartextstücken gehören) haben einen Abstand, der ein vielfaches der Schlüssellänge beträgt
  - Bestimmung von sprachlicher Redundanz im Geheimtext (Friedman)
    - Friedmanscher Koinzidenzindex: Wahrscheinlichkeit dass zwei beliebig aus einem Text gewählte Buchstaben gleich sind.
    - Für jede Sprache gibt es charakteristische Wahrscheinlichkeit, dass zwei aus einem Text gewählte Buchstaben gleich sind (folgt aus statistischer Buchstabenhäufigkeit)
    - Sei  $|k|$  die gesuchte Schlüssellänge,  $f$  der sprachtypische Koinzidenzindex,  $g$  der Koinzidenzindex eines Zufallstextes (Gleichverteilung der Buchstaben),  $|m|$  die Länge des Textes,  $p$  die Anzahl der gezogenen Paare aus gleichen Buchstaben
    - theoretisch:  $p = f \cdot |m| \cdot (|m|/|k| - 1) / 2 + g \cdot |m| \cdot (|m| - |m|/|k|) / 2$
    - $F = p \cdot 2 / (|m| \cdot (|m|-1))$  ist Approximation des Friedmanschen Koinzidenzindexes
    - $\Rightarrow |k| = (f - g) \cdot |m| / ((|m|-1) \cdot F - g \cdot |m| + f)$

	A	B	C	D	...	X	Y	Z
A	A	B	C	D	...	X	Y	Z
B	B	C	D	E	...	Y	Z	A
C	C	D	E	F	...	Z	A	B
D	D	E	F	G	...	A	B	C
...								
X	X	Y	Z	A	...	U	V	W
Y	Y	Z	A	B	...	V	W	X
Z	Z	A	B	C	...	W	X	Y

# Rechnung

- gesuchte Schlüssellänge:  $|k|$
- Textlänge  $|m|$
- sprachtypischer Koinzidenzindex:  $f$
- Koinzidenzindex eines Zufalltextes:  $g$
- Anzahl der Paare gleicher Buchstaben in Geheimtext:  $P$
- Buchstaben pro Spalte:  $|m| / |k|$
- Buchstabenpaare aus gleicher Spalte:  $|m| \cdot (|m|/|k| - 1) / 2$
- Buchstabenpaare aus verschiedenen Spalten:  $|m| \cdot (|m| - |m|/|k|) / 2$
- Erwartete Anzahl von Paaren aus gleichen Buchstaben:
  - $p = f \cdot |m| \cdot (|m|/|k| - 1) / 2 + g \cdot |m| \cdot (|m| - |m|/|k|) / 2$
- Approximation des Friedmanschen Koinzidenzindex:
  - $F = P \cdot 2 / (|m| \cdot (|m| - 1))$  (# gleicher Paare / # der Paare)
- $P$  durch  $p$  ersetzen und umformen:
  - $\Rightarrow |k| = (f - g) \cdot |m| / ((|m| - 1) \cdot F - g \cdot |m| + f)$

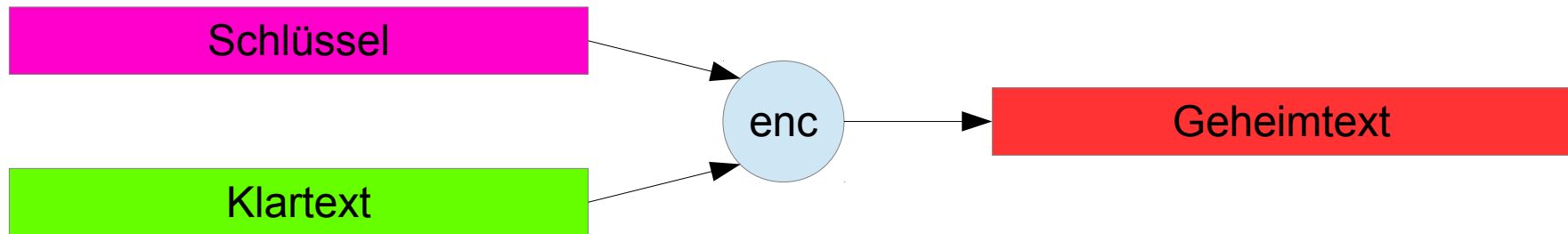
# Historische Chiffren III

- die Enigma → getrennte Präsentation

# Moderne Chiffren

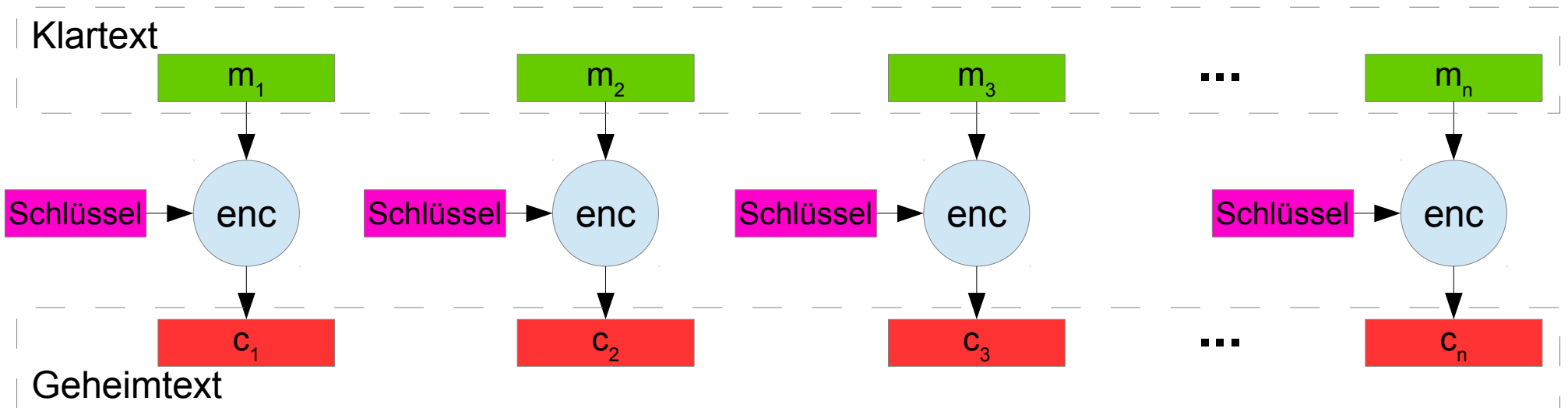
- **Stromchiffren**

- Verknüpfung eines Klartextes mit Schlüsselstrom
- Verknüpfung: oft xor
- Schlüssel: generiert mit Pseudozufallsgenerator (mit vereinbartem initialen Zustand: genannt „Schlüssel“)
- Klartext kann beliebige Länge haben



- **Blockchiffren**

- Verschlüsselung von Nachrichtenblöcken mit Hilfe eines konstanten Schlüssels
- monoalphabetische Verschlüsselung auf großem Alphabet
- Klartextlänge muss Vielfaches der Blocklänge sein



# Symmetrische und asymmetrische Chiffren

- **Symmetrische Chiffren**

- $eK=dK (= K)$  und für alle Schlüssel  $(ek,dk) \in eK \times dK$  gilt  $ek = dk (= k)$



- **Asymmetrische Chiffren**

- für alle Schlüssel  $(ek,dk) \in eK \times dK$  gilt
  - $ek \neq dk$  und
  - $dk$  kann nicht effizient aus  $ek$  berechnet werden
- $ek$  heißt auch öffentlicher Schlüssel (public key  $pk$ )
- $dk$  heißt auch privater Schlüssel (private/secret key  $sk$ )

