

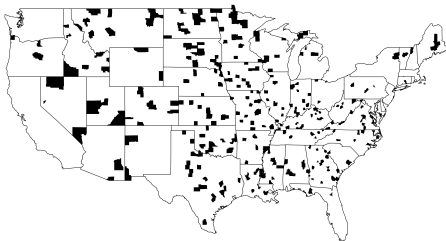
Einführung in die Statistik und Datenanalyse

Martin Völkl
martin.voelkl@uni-tuebingen.de

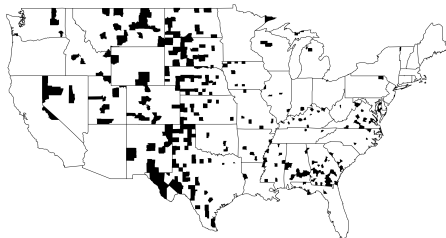
Universität Tübingen
2018-03-21

Nierenkrebs in den USA (1980-89)

Highest kidney cancer death rates



Lowest kidney cancer death rates



Quelle: Gelman, Nolan *Teaching Statistics*

Grand Forks, North Dakota (1997)



Quelle: Wikipedia

Deichhöhe ≈ 50 ft

Vorhersage $49 \text{ ft} \pm 9 \text{ ft}$

Grand Forks, North Dakota (1997)



Quelle: Wikipedia

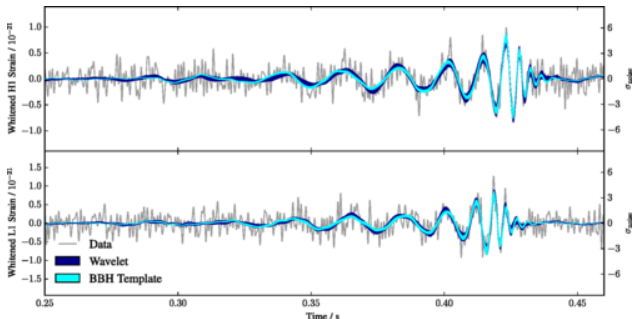
Deichhöhe ≈ 50 ft

Vorhersage $49 \text{ ft} \pm 9 \text{ ft}$

max. Pegel 54 ft

Unsicherheiten retten Leben

Messung von Graviationswellen

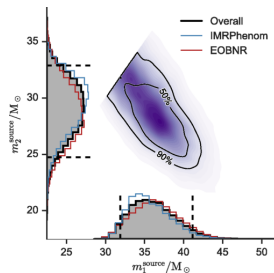
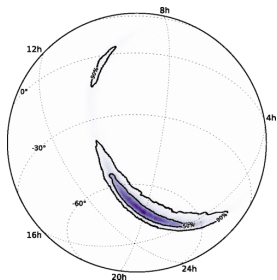
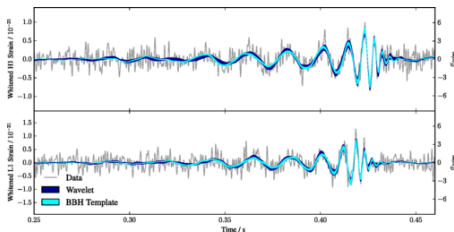


Hanford, Washington

Livingston, Louisiana

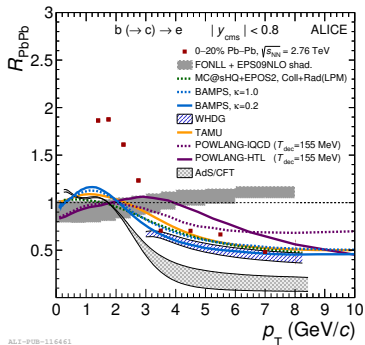
Properties of the Binary Black Hole Merger GW150914, LIGO Kollaboration

Schlussfolgerungen aus dem Signal



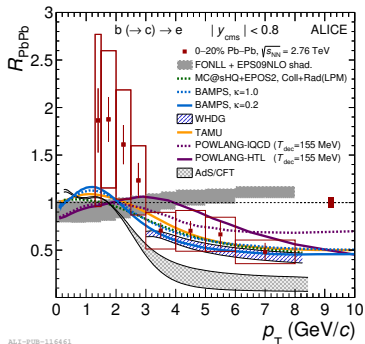
Properties of the Binary Black Hole Merger GW150914, LIGO Kollaboration

Vergleich von Messung und Modellen



- Messung des Effektes des Quark-Gluon Plasmas auf die Impulsverteilung schwerer Quarks (rote Punkte)
- Vergleich zu Modellen, die sich unterschiedlicher Näherungen bedienen
- Alle Modelle scheinen ausgeschlossen zu sein

Vergleich von Messung und Modellen



Measurement of electrons from beauty-hadron decays in p -Pb collisions at $\sqrt{s_{NN}} = 5.02$ TeV and Pb-Pb collisions at $\sqrt{s_{NN}} = 2.76$ TeV, ALICE Kollaboration

- Messung des Effektes des Quark-Gluon Plasmas auf die Impulsverteilung schwerer Quarks (rote Punkte)
- Vergleich zu Modellen, die sich unterschiedlicher Näherungen bedienen
- Mit Fehlerbalken: Einige Modelle beschreiben die Daten vernünftig

Übersicht

Grundlegende Ziele:

- Ermittlung von Unsicherheiten in den Experimenten des Praktikums
- Verständnis von Publikationen, die typische Methoden verwenden
- Basis für tiefergehende Vorlesungen/Eigenstudium

– in 5 Vorlesungen

Umfang:

- Allgemeine Konzepte
- Konkrete Beispiele

① Einführung und systematische Unsicherheiten

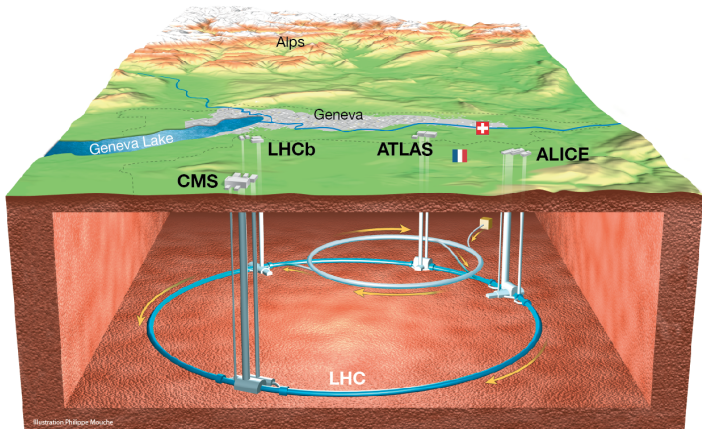
- Grundbegriffe
- Darstellung von Daten
- Systematische Unsicherheiten

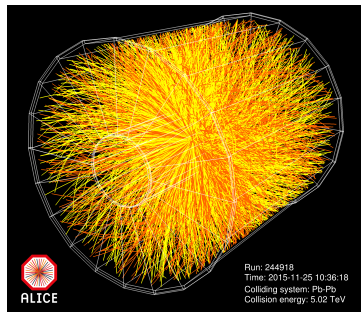
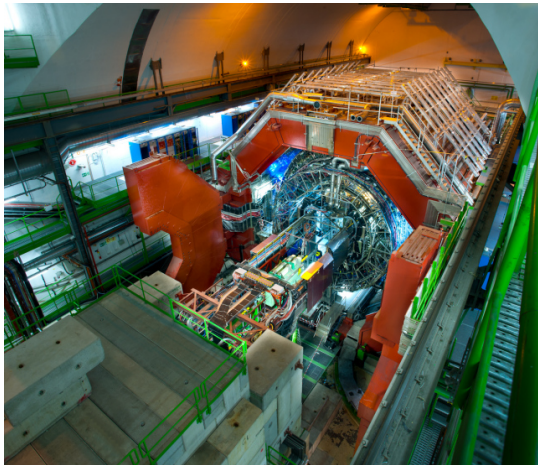
② Werkzeugkiste

③ Wahrscheinlichkeit und Unsicherheit

④ Frequentistische Methoden

⑤ Bayesianische Methoden





- Bleikerne mit 2.76 TeV Energie/Nukleon – ca. 1000-fache Ruheenergie
- Viele Tausend Teilchen pro Kollision

- Review der Particle Data Group (online, kompakte Übersicht)
<http://pdg.lbl.gov/2017/reviews/rpp2016-rev-statistics.pdf>
- *Einführung in Statistik und Messwertanalyse für Physiker*, Gerhard Bohm, Günter Zech
<http://www-library.desy.de/preparch/books/vstatmp.pdf>
- *Doing Bayesian Data Analysis*, John K. Kruschke (Beispiele mit der Sprache R)
- *Probability Theory: The Logic of Science*, E.T. Jaynes

- *The Signal and the Noise*, Nate Silver (zum Vergnügen)

Grundbegriffe

Fehler und Unsicherheiten

- "Fehlerrechnung", "Fehlerbalken", "Messfehler"
- → "Fehler" häufig verwendet, aber auch: Unsicherheit

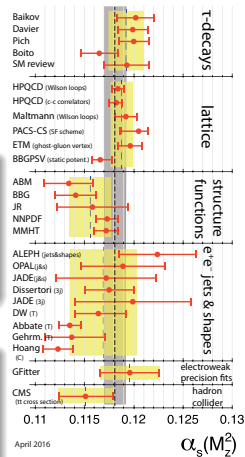
Definition für diese Vorlesung (1)

Der **Fehler** einer Messung ist die Differenz zwischen dem gemessenen und dem "wahren" Wert der Messgröße

Definition für diese Vorlesung (2)

Unsicherheit bezeichnet die vorhandene Information über einen Parameter nach einer Messung und wird typischerweise durch ein Intervall bezeichnet

- Vorläufige und vage Definition

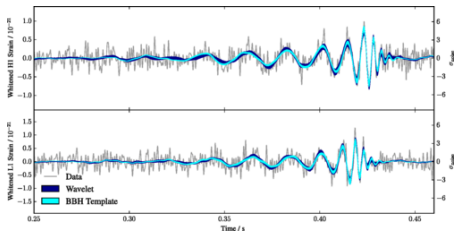


The Review of Particle Physics (2017), Particle Data Group

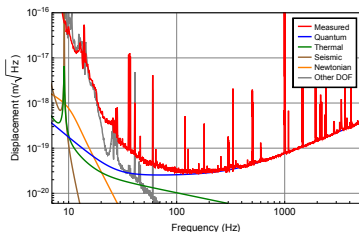
Beispiele für Quellen von Unsicherheiten: LIGO

Messung von Graviationswellen

- "Schrotrauschen"
- Quantenfluktuationen im Strahlungsdruck
- Vibrationen in gespannten Drähten
- Anthropogenes Rauschen
- Thermisches Rauschen in den Spiegeln
- Brownsche Bewegung im Detektorgerüst
- Felder durch Wechselströme
- uvm.



Properties of the Binary Black Hole Merger GW150914, LIGO Kollaboration

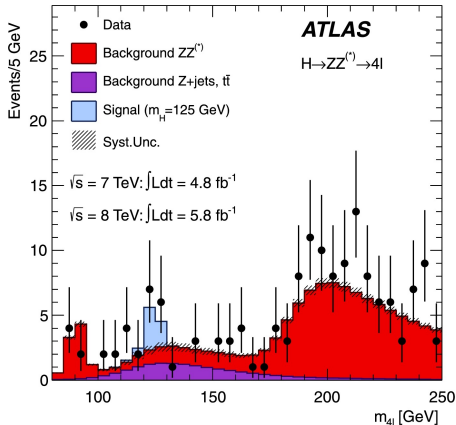


GW150914: The Advanced LIGO Detectors in the Era of First Discoveries, LIGO Kollaboration

Beispiele für Quellen von Unsicherheiten: ATLAS

Teil der Messung des Higgs Bosons
Invariante Masse von 4 Leptonen

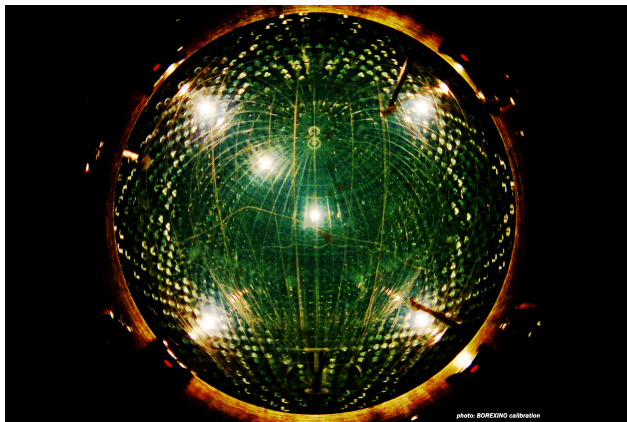
- Kleine Anzahl von Teilchen
- Unsicherheit in der theoretischen Beschreibung des Untergrundes



Observation of a new particle in the search for the Standard Model Higgs boson with the ATLAS detector at the LHC, ATLAS Kollaboration

Beispiele für Quellen von Unsicherheiten: SOX/BOREXINO

- Messung von Neutrinooszillationen
- Verformung des Szintillatorbehälters
- Abschätzung über indirekte Messungen

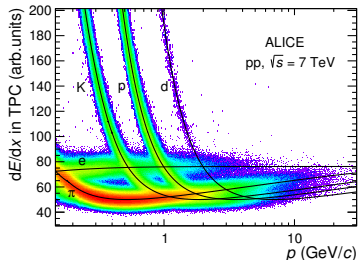
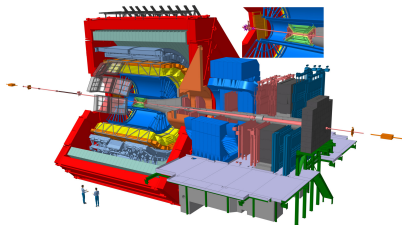


Quelle: SOX Kollaboration

Beispiele für Quellen von Unsicherheiten: ALICE

Teilchenidentifikation mit der Zeitprojektionskammer (TPC) – Signal durch Ionisation des Gases durch geladenes Teilchen

- Fluktuation in der Anzahl der Wechselwirkungen
- Fluktuation in der Stärke einzelner Wechselwirkungen
- Elektronisches Rauschen im Auslesevorgang
- Digitalisierung des analogen Signals
- Nullunterdrückung verändert schwache Signale
- Unterschiedliche Länge der Teilchenbahn im Detektor
- ...



ALICE-PUB-92283

Measurement of pion, kaon and proton production in proton-proton collisions at $\sqrt{s} = 7\text{TeV}$, ALICE Kollaboration

Ungefähre Klassifizierung

- Vielfältige Quellen von Unsicherheit
- Zur Ordnung der Gedanken: Klassifizierung nützlich

(Grobe) Fehler

Der Experimentator hat etwas falsch gemacht

Statistische Unsicherheit

Unsicherheit im Ergebnis der Messung durch statistische Fluktuationen

Systematische Unsicherheit

Unsicherheit im Ergebnis durch andere Quellen

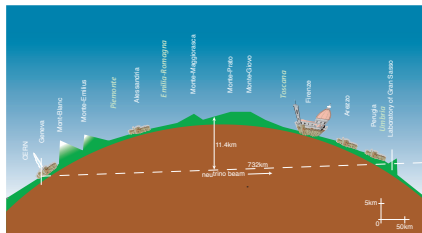
Beispiele für grobe Fehler

(Grobe) Fehler

Der Experimentator hat etwas falsch gemacht

OPERA – Überlichtgeschwindigkeitsneutrinos

- Neutrinostrahl vom CERN
- Nicht vollständig eingeschraubte optische Faser
- Ergebnis: Scheinbare Überlichtgeschwindigkeit von Neutrinos
- Abweichung von c 6-fache Unsicherheit



Quelle: CERN

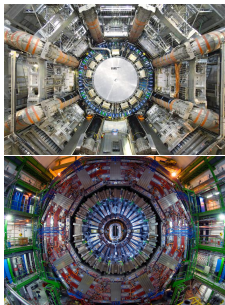


(Grobe) Fehler

Der Experimentator hat etwas falsch gemacht

Vermeiden!

- Konzentration bei Design und Durchführung
- Verständnis des Aufbaus
- Überprüfung des Aufbaus und der Methodik durch andere
- Replikationsstudien evtl. mit anderem Aufbau



ATLAS und CMS, Quelle: CERN

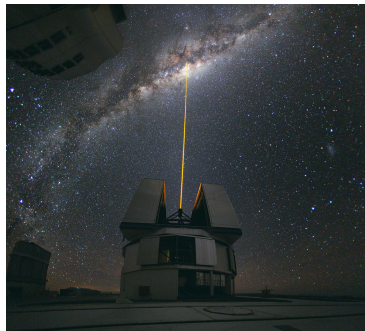
Statistische Unsicherheit

Unsicherheit im Ergebnis der Messung durch statistische Fluktuationen

Häufig durch statistische Prozesse:

- Zerfallene Atomkerne in radioaktivem Material
- Detektorsignal eines Teilchens
- Variation in der Reaktionszeit bei Messung mit Stoppuhr
- Auswahl einer Stichprobe in Umfrage
- Finale Position bei Brown'scher Bewegung

Statistische Unsicherheiten können üblicherweise durch Sammeln zusätzlicher Daten verringert werden



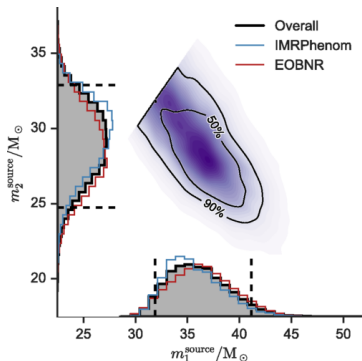
VLT mit laser guide star, Quelle: ESO

Umgang mit statistischen Unsicherheiten

Statistische Unsicherheit

Unsicherheit im Ergebnis der Messung durch statistische Fluktuationen

- Stat. Fluktuationen typischerweise bei Wiederholungen des Experimentes unabhängig
- Ermöglicht "einfache" mathematische Beschreibung
- Große Menge an Methoden und Herangehensweisen → ein wesentlicher Teil der Vorlesung
- Je mehr Wissen über die Art der Fluktuationen vorhanden ist, desto genauer die Schlussfolgerungen



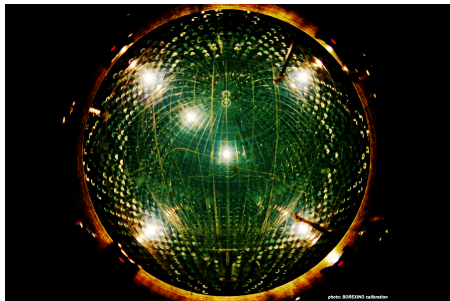
Properties of the Binary Black Hole Merger GW150914,
LIGO Kollaboration

Systematische Unsicherheit

Unsicherheit im Ergebnis durch andere Quellen

Inhalt der heutigen Vorlesung

- Thermische Ausdehnung eines Maßbandes
- Materialabnutzung seit Kalibrierung
- Modellannahmen (z.B. Vernachlässigung von Reibung)
- Abweichung eines Widerstands zum nominellen Wert

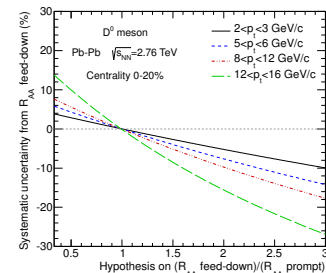


Quelle: SOX Kollaboration

Systematische Unsicherheit

Unsicherheit im Ergebnis durch andere Quellen

- Systematische Effekte so gut wie möglich korrigieren
- Restabweichung als Unsicherheit abschätzen
- Erfordert gutes Verständnis der Physik und des Experimentes



Suppression of high transverse momentum *D* mesons in central Pb-Pb collisions at $\sqrt{s_{NN}} = 2.76$ TeV, ALICE Kollaboration

- Bezeichnet eine Beziehung zwischen zwei Größen
- Unterschiedliche Bedeutung je nach Kontext
- Definition für die Vorlesung:

Korrelation

Zwei Größen sind korreliert, wenn zusätzliches Wissen über eine Größe das Wissen über die andere Größe verändert

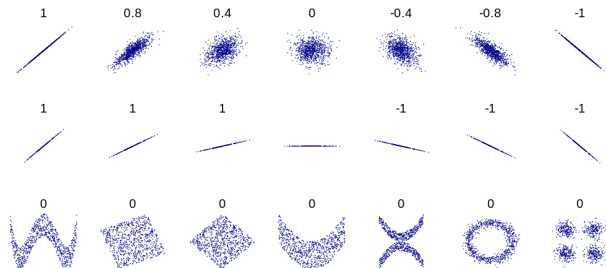
- Für Verteilungen: $p(x, y) = p(x)p(y) \iff$ "x und y sind unkorreliert"

- Wissen über die Art der Straße (Landstraße, Feldweg, Autobahn) auf der ein Auto fährt, ändert das Wissen über die Geschwindigkeit mit der es sich bewegt
- Eine Messung der Temperatur eines Sternes gibt Informationen über seine Leuchtkraft (auch wenn nicht bekannt ist, ob er sich in der Hauptreihe befindet)
- Der gemessene Widerstand eines Bauteiles liegt 1% unter dem nominellen Wert. Durch die Messung wird plausibler, dass andere Widerstände desselben Fertigungsdurchganges in die selbe Richtung abweichen

Pearson's Korrelationskoeffizient

$$\rho_{X,Y} = \frac{E[(X - \mu_x)(Y - \mu_y)]}{\sigma_x \sigma_y}$$

- Zwischen -1 und 1
- Beschreibt lineare Korrelationen ("wenn x wächst, dann wächst y typischerweise auch")
- > 0 häufig: "korreliert" oder "positiv korreliert"
- < 0 häufig: "antikorreliert" oder "negativ korreliert"



Darstellung von Daten

Darstellung von Daten – Tabelle

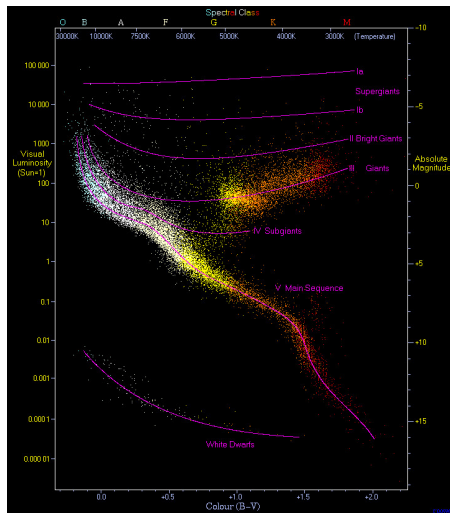
- Vollständige Information
- Hilft, Analyse nachzuvollziehen
- Visuelle Analyse schwierig

ID	RA (deg)	Dec (deg)	V (mag)	H (mag)	V_{rad}	v_r (km s $^{-1}$)	σ_{v_r} (km s $^{-1}$)	T_{eff} (K)	log g (dex)	[Fe/H] (dex)	[α /Fe] (dex)	[C/Fe] (dex)
Group A:												
2M11312547+4220531	332.856165	42.348644	15.23	12.71	3	-152.6	1.7	4968	-0.15	-2.08	-0.28	0.75
2M00112378+0109386	2.927252	1.160739	14.3	11.76	3	-154.1	0.1	4165	-0.14	-2.18	0.06	0.84
2M21330685+1209406	323.278461	12.161281	—	12.8	33	-294.2	0.4	4220	0.39	-2.03	0.29	0.91
2M18111704-2352577	272.821009	-23.882698	—	10.46	1	-129.1	—	4238	0.65	-1.82	0.27	0.76
2M16300629-1252459	247.526226	-12.879425	15.67	12.36	6	-296.2	0.6	4539	0.99	-1.95	0.30	0.97
2M0212381+4923143	33.057714	49.387321	18.01	10.11	4	-141.5	0.1	4593	1.61	-1.82	0.44	0.82
Group B:												
2M16354467-1343201	248.43614	-13.72225	13.8	10.18	3	19.4	0.4	4288	0.23	-2.1	0.2	0.89
2M16062103+1002085	254.087657	10.035707	12.61	9.71	4	-149.7	0.3	4376	0.93	-1.98	0.38	0.88
2M11158435+5518120	179.694853	35.303132	14.41	12.03	4	51.9	0.2	4555	1.29	-1.8	0.28	0.74
2M16385680+3613073	249.736697	36.585381	15.35	12.96	13	-317.3	0.7	4561	1.46	-1.84	0.1	0.88
2M14571988+1751501	224.332847	17.863941	13.91	11.32	3	-71.8	0.1	4566	1.35	-1.9	0.19	0.78
Group C:												
2M12473823-0514340	191.909322	-5.242789	15.66	13.56	13	-299.9	10.0	4317	0.79	-2.24	0.67	0.75
2M03320696-0510173	83.862361	-5.171481	—	10.93	4	-184.1	1.5	4591	2.34	-1.9	0.37	0.75

Carbon-enhanced metal-poor stars in the SDSS-APOGEE data base, Kielty et al.

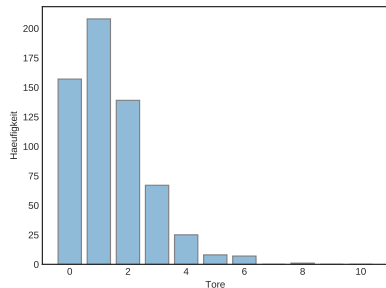
Darstellung von Daten – Streudiagramm

- Relationen zwischen Variablen leichter sichtbar
- Ohne Fehlerbalken: Information über Unsicherheiten nur indirekt sichtbar



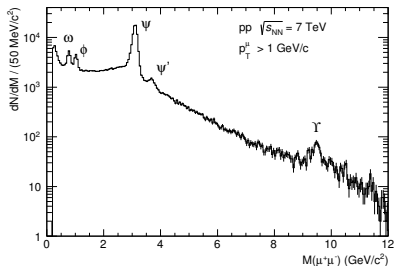
<http://www.atlasoftheuniverse.com>

- Vergleiche zwischen diskreten Kategorien



Tore pro Seite, 1. Bundesliga 16/17

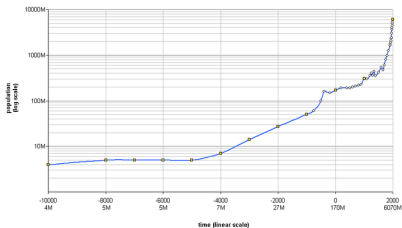
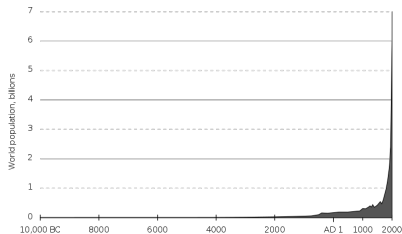
- Summe aller Einträge in Intervall
- Typischerweise in Zählexperimenten
- Sehr häufig in Hochenergiephysik



*Performance of the ALICE Experiment at the CERN LHC,
ALICE Kollaboration*

Logarithmische Darstellung (Lin-Log)

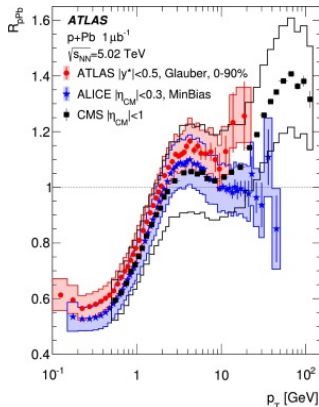
- Daten über mehrere Größenordnungen schwer vergleichbar
- Lin-Log Darstellung
- Exponentielle Abhängigkeiten werden Geraden



Weltbevölkerung, Quelle: Wikipedia

Logarithmische Darstellung (Log-Lin)

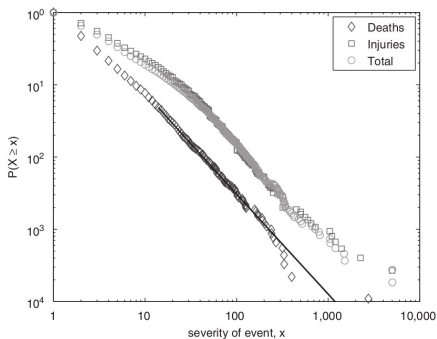
- Log-Lin Darstellung
- Logarithmische Abhängigkeiten werden Geraden



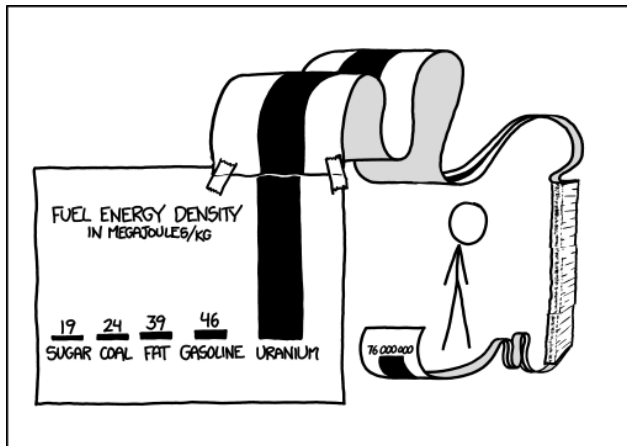
Transverse momentum, rapidity, and centrality dependence of inclusive charged-particle production in $\sqrt{s_{NN}} = 5.02$ TeV p+Pb collisions measured by the ATLAS experiment, ATLAS Kollaboration

Logarithmische Darstellung (Log-Log)

- Log-Log Darstellung
- Potenzgesetze ($a \cdot x^b$) werden Geraden



On the Frequency of Severe Terrorist Events, Clauset et al.

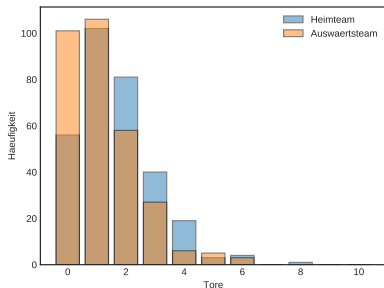


SCIENCE TIP: LOG SCALES ARE FOR QUITTERS WHO CAN'T
FIND ENOUGH PAPER TO MAKE THEIR POINT PROPERLY.

Quelle: xkcd.com

Zusammenfassung von Daten

- Bisher: Messungen zusammengefasst zu Plot
- Jetzt: Zusammengefasst zu wenigen Zahlen
- Möglich für Verteilung von Messwerten, aber auch für kontinuierliche Verteilungen
- Häufig: Parameter für Position und Ausdehnung, manchmal auch Form
- Immer mit Informationsverlust verbunden! (z.B. Lebenserwartung im Mittelalter)



Tore pro Seite, 1. Bundesliga 16/17

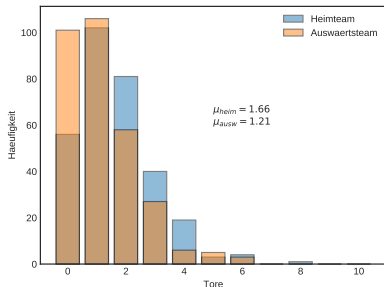
- Mittelwert

$$\bar{x} = E[x] = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i$$

- "durchschnittlicher" Wert
- Verallgemeinerung auf kontinuierliche Verteilungen:

$$\mu = \frac{\int dx x \cdot f(x)}{\int dx f(x)}$$

- Zusammenfassung der Messung
 - Also: Das Heimteam hat diese Saison durchschnittlich mehr Tore geschossen
 - Nicht: Heimteams schießen durchschnittlich mehr Tore

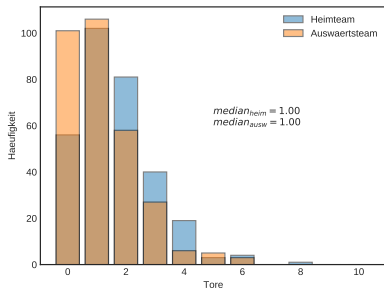


Tore pro Seite, 1. Bundesliga 16/17

- Separiert die höhere und niedrigere Hälfte der Daten
- Bei gerader Anzahl von Messwerten: Mitte zwischen zwei Werten
- Verallgemeinerung auf kontinuierliche Verteilungen:

$$\int_{-\infty}^m dx f(x) = \int_m^{\infty} dx f(x)$$

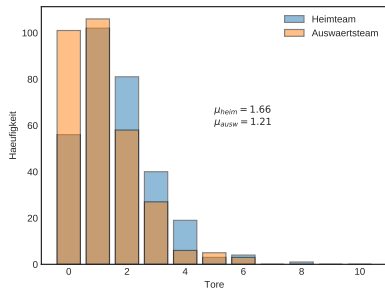
- Weniger sensibel für stark abweichende Werte



Tore pro Seite, 1. Bundesliga 16/17

Weitere Parameter für Position

- Modus: Wert mit dem höchsten Auftreten (Maximum einer kontinuierlichen Verteilung)
- Mittelpunkt zwischen höchstem und niedrigstem Messwert
- Mittelwert am häufigsten genutzt
- Für symmetrische Verteilungen mit individuellem Maximum, alle Positionsparameter gleich



Tore pro Seite, 1. Bundesliga 16/17

Mittlere quadratische Abweichung

$$E[(x - x_0)^2] = \frac{1}{N} \sum (x - x_0)^2$$

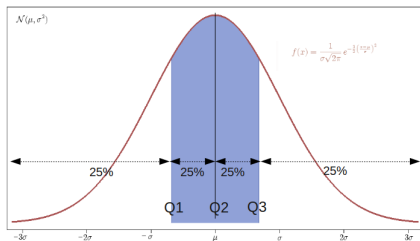
- Minimal für $x_0 = \mu$
- Varianz: $\sigma^2 = E[(x - \mu)^2]$

Mittlere absolute Abweichung

$$E(|x - \mu|) = \frac{1}{N} \sum |x - x_0|$$

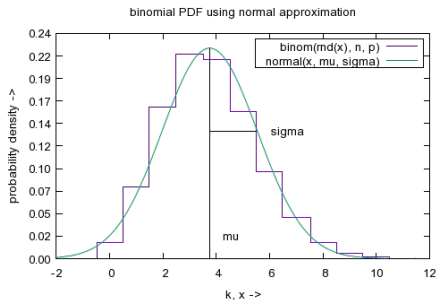
- Minimal für $x_0 = \text{Median}$
- Spannweite: Abstand zwischen
größtem und kleinsten Element

- Einteilung der Messwerte in niedrigstes n-tel, zweitniedrigstes usw.
- In der Physik eher selten
- Typisch: Quartile, Quintile
- Median zwischen zweitem und drittem Quartil



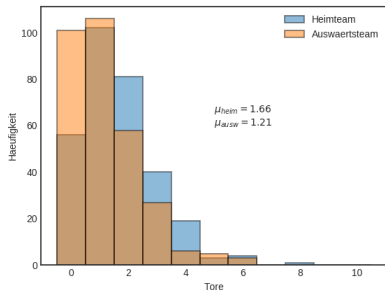
Quartile einer Gaußverteilung, Quelle: Wikipedia

- www.gnuplot.info
- Konzentration auf Plotten von Daten
- Schnell zu lernen



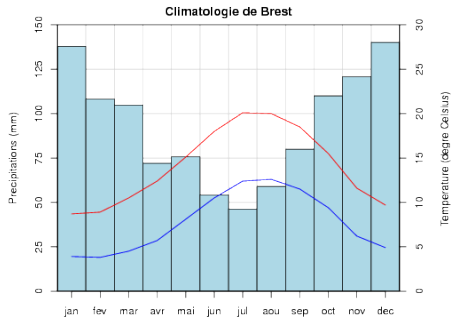
gnuplot Beispiel, Quelle: www.gnuplot.info

- www.python.org
- Volle Programmiersprache mit vielen Bibliotheken (Modulen)
- matplotlib.org
- Matplotlib mit pyplot: Module für grafische Darstellung
- Vielseitig



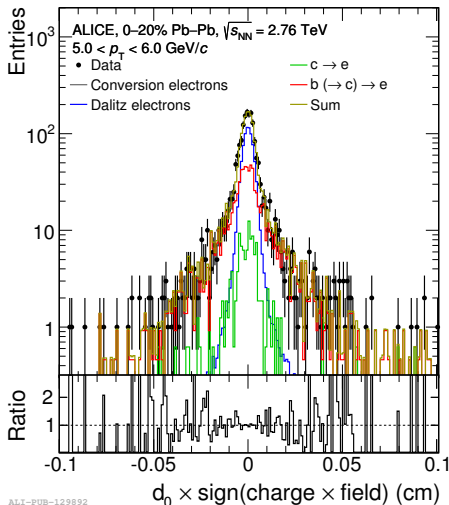
Beispielplot, erstellt mit Pyplot

- www.r-project.org
- Programmiersprache speziell für Anwendungen in der Statistik



Quelle: Wikimedia Commons

- root.cern.ch
- Basierend auf C++ Syntax
- Stark verbreitet in der Teilchenphysik



ALI-PUB-129892

Measurement of electrons from beauty-hadron decays in p-Pb collisions at $\sqrt{s_{NN}} = 5.02$ TeV and Pb-Pb collisions at $\sqrt{s_{NN}} = 2.76$ TeV, ALICE Kollaboration

Systematische Unsicherheiten

Systematische Unsicherheit

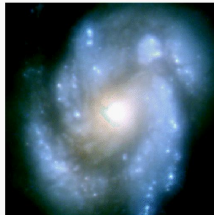
Unsicherheit durch andere Quellen als statistische Fluktuationen

- Nicht immer leicht zu trennen, z.B.
 - Temperaturschwankungen beeinflussen Längenmessung
 - Luftdruck beeinflusst Teilchendetektor auf Gasbasis
 - Luftbeschaffenheit beeinflusst spektroskopische Messung erdbasierter Teleskope
 - Die Größe einer Korrektur wurde durch eine Messung ermittelt, die statistischen Fluktuationen unterliegt

- 1 Erkennen der relevanten systematischen Effekte
- 2 Korrektur soweit möglich
- 3 Abschätzen der damit verbundenen Unsicherheit

M100 Galactic Nucleus

Hubble Space Telescope
Wide Field Planetary Camera 2



Wide Field Planetary Camera 1



Wide Field Planetary Camera 2

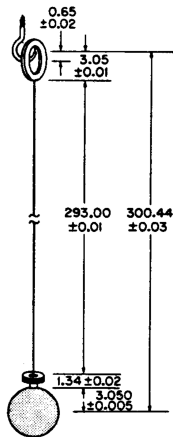
hubblesite.org

Generelles Vorgehen (2)

- Für jedes Experiment andere Effekte, daher wenig Allgemeines zu sagen
- Systematische Unsicherheiten oft größte Schwierigkeit – dennoch häufig Konzentration auf statistische Unsicherheiten
- Beispiel Doktorarbeit Hochenergiephysik: 1 Jahr für Zentrale Punkte und statistische Unsicherheiten, 2 Jahre für systematische Unsicherheiten
- Erfahrung hilft viel
- Tieferes Verständnis am einfachsten durch Beispiele

Beispiel 1: Fadenpendel

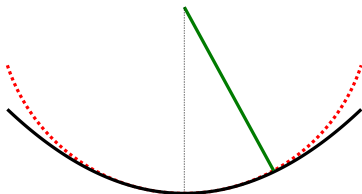
- $g \approx (2\pi/T_0)^2 \cdot L$
- ① Kein harmonischer Oszillator bei endlicher Amplitude
- ② Gewicht ist kein Massepunkt – Trägheitsmoment
- ③ Auftrieb des Gewichtes in der Atmosphäre
- ④ Dämpfung der Schwingung durch Luft
- ⑤ Masse des Drahtes
- ⑥ Elastizität des Drahtes
- ⑦ Erhöhte effektive Masse durch Interaktion mit Luft (nichtdissipativ)
- ⑧ Bewegung der Aufhängung



The pendulum – Rich physics from a simple system, Robert A. Nelson

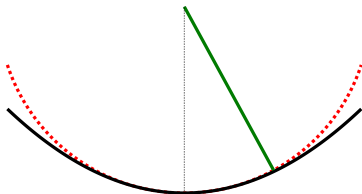
Beispiel 1: Fadenpendel – finite Auslenkung

- Bewegung entlang Kreisbahn statt Parabel
- Vergrößert Periode, dadurch Erdbeschleunigung unterschätzt
- $\ddot{\alpha} \sim g\alpha \leftrightarrow \ddot{\alpha} \sim g \sin(\alpha)$
- Wenn $\sin(\alpha)$ falsch berechnet wird, ist das also ähnlich falsch wie der resultierende Wert von g
- Der Effekt kann also nach oben hin abgeschätzt werden durch $\sin(\alpha_{max})/\alpha_{max}$
- Für $\alpha_{max} = 3^\circ$, etwa $5 \cdot 10^{-4}$



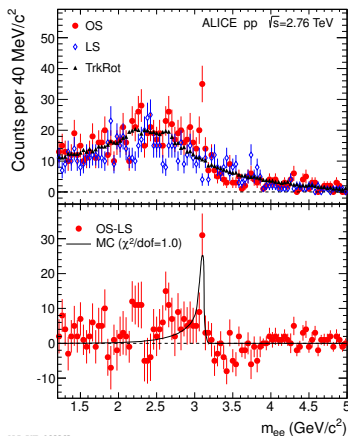
Beispiel 1: Fadenpendel – finite Auslenkung (2)

- Vergleich mit anderen Unsicherheiten: Signifikanter Effekt?
- Falls signifikant, entscheiden:
 - Versuch wiederholen mit geringerer Auslenkung
 - Längerer Draht
 - Korrektur für Effekt
 - Angabe des maximalen Effekts
 - Weiterrechnen für bessere Einschränkung des Effekts
 - Korrektur um Hälfte und Unsicherheit in beide Richtungen angeben
- Typischerweise ein Effekt dominant



Beispiel 2: J/ψ invariante Masse

- $J/\psi \rightarrow e^+e^-$
- Invariante Masse: Masse des hypothetischen Mutterteilchens
- Untergrund abgeschätzt aus e^+e^+ und e^-e^- -Paaren (LS)
- Wie gut ist die Abschätzung?
- Nicht leicht, alle relevanten Effekte aufzuzählen und exakt zu beschreiben
- Stattdessen: Signalextraktion auch mit zweiter Methode, basierend auf Rotation der Teilchenbahnen (TrkRot)
- Unterschied gibt Einblick in die Genauigkeit der Methoden



Inclusive J/ψ production in pp collisions at $\sqrt{s} = 2.76$ TeV, ALICE Kollaboration

Beispiel 3: Widerstand

- Typischerweise Toleranz von einigen %
- Die Unsicherheit unterschiedlicher verbauter Widerstände ist korreliert
- Separate Messung der Widerstände verringert die Unsicherheit beträchtlich



Quelle: Wikipedia

Beispiel 4: Längenmessung

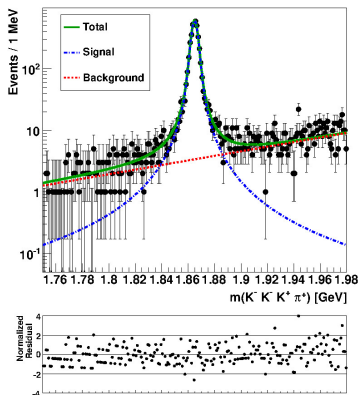
- Kalibration bei anderer Temperatur
- Fall 1: Temperaturmessungen (mit Unsicherheiten) vorhanden
 - Temperaturmessung bei Kalibration und späterer Messung
 - Aus Ausdehnungskoeffizient Korrektur der Längenmessung berechnen
 - Unsicherheit ergibt sich auch Unsicherheit der Temperaturmessungen
- Fall 2: Keine Temperaturmessung möglich
 - Größenordnung der Temperaturdifferenz abschätzen (im selben Labor: Wenige Grad)
 - Daraus Größe der Änderung abschätzen



Quelle: Wikipedia

Beispiel 5: D^0 Masse

- Nach Abschätzung: Größte Unsicherheit aus Masse von K^+
- Masse samt Unsicherheit aus Literatur: 493.677 ± 0.016 MeV
- Analyse wiederholt mit unterschiedlichen Annahmen für die Kaonenmasse
- Ergibt Variation von 0.046 MeV für die D Meson-Masse

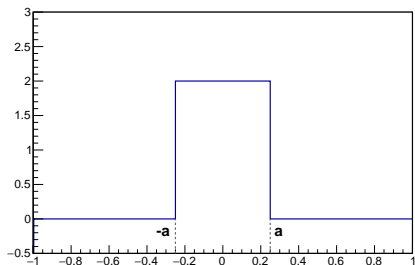


Measurement of the mass of the D^0 meson,
BABAR Kollaboration

- Falls maximale Abweichung: Im Text schreiben
- Typischerweise: Angabe als "Standardabweichung" $a \pm \sigma_a$
- Standardabweichung welcher Verteilung? Vorschläge:
 - "Experimentator ist zu 68% sicher, dass der Wert im Bereich $a \pm \sigma_a$ liegt" (1σ der Gaußverteilung)
 - "Experimentator würde eine 2:1 Wette eingehen, dass der Effekt kleiner als σ_a ist"
- Mehrere unkorrelierte systematische Unsicherheiten werden quadratisch addiert, wenn sie als Standardabweichung angegeben sind (Wird später diskutiert)

Maximale Abweichung als Standardabweichung angeben

- Maximale Abweichung von $\pm a$
- Falls Standardabweichung erwünscht: $\sigma_a = a/\sqrt{3}$
- Heuristische Begründung: Kastenfunktion im Intervall $[a, b]$ hat Varianz $|b - a|^2/12$
- Nützlich, um mit anderen Unsicherheiten zu vereinen



- Große Bandbreite systematischer Effekte und Unsicherheiten – keine allgemeinen Rezepte
- Systematische Unsicherheiten bedeuten nicht, dass etwas falsch gemacht wurde!
- Typische Vorgehensweisen:
 - Unsicherheiten durch zusätzliche Messungen verringern
 - Effekte berechnen und korrigieren
 - Unterschiedliche Methoden vergleichen
 - Abschätzung der Effektstärke
- Quadratische Addition bedeutet: Der größte Beitrag ist bei Weitem am wichtigsten
- → Oft wichtiger, nicht den wichtigsten Effekt zu übersehen, als schwächere exakt abzuschätzen!