

Aufgabe 1 (1+1+1 Punkte)

Welche der folgenden Zeichenreihen sind AL-Aussagen, welche nicht? Sie dürfen keine Regeln zur Klammerersparnis verwenden. Geben Sie jeweils eine Begründung!

- a) $(p_1 \rightarrow (\neg p_2))$
- b) $((p_1 \rightarrow p_{15}) \vee (\neg p_2))$
- c) $((\neg \perp \vee p_2) \leftrightarrow p_{21})$

Aufgabe 2 (1+1+1 Punkte)

Geben Sie für die folgenden Formeln jeweils den Strukturbaum (samt den Teilformeln) und den Rang an. Beachten Sie die Regeln zur Klammerersparnis!

- a) $(p_1 \rightarrow p_2 \wedge p_3) \rightarrow p_1$
- b) $\neg p_7 \wedge \neg p_3 \rightarrow p_3$
- c) $(p_7 \wedge \neg \perp) \leftrightarrow (p_4 \wedge \neg p_2 \rightarrow p_5)$

Aufgabe 3 (2+2 Punkte)

Es sei r die Rangfunktion, und $J(\varphi)$ sei die Anzahl der Vorkommen von Junktoren in φ . Beweisen Sie folgende Behauptungen.

- a) Für jede AL-Aussage φ ist $r(\varphi) \leq J(\varphi)$.
- b) Wenn φ eine echte Teilformel von ψ ist, dann ist $r(\varphi) < r(\psi)$.

Aufgabe 4 (1+1+1 Punkte und 1 Zusatzpunkt)

Sei $\Gamma \subseteq PROP$ eine beliebige Aussagenmenge, dann ist $Cn(\Gamma) := \{\phi \in PROP; \Gamma \models \phi\}$ die Menge aller Konsequenzen aus Γ . Zeigen Sie, dass Cn die folgenden Eigenschaften hat:

- a) $Cn(\perp) = PROP$ und $Cn(\top) = Taut$
- b) $\Gamma \subseteq \Delta \Rightarrow Cn(\Gamma) \subseteq Cn(\Delta)$ (Monotonie)
- c) $Cn(\Gamma) = Cn(Cn(\Gamma))$ (Abgeschlossenheit)

Zeigen Sie weiter, dass im Allgemeinen die Gleichung $Cn(\Gamma[p/q]) = Cn(\Gamma)[p/q]$ falsch ist. Dabei ist $\Gamma[p/q] := \{\phi[p/q]; \phi \in \Gamma\}$.

Abgabe der Aufgaben am Do. 03.05.2012 nach der Vorlesung
oder als PDF auf der Webseite der Veranstaltung.