Beweise und Widerlegungen in der formalen Logik SS 2010

Übungsblatt 6 (Abgabe am 11. 6.) Thomas Piecha

Aufgabe 1 (4 Punkte)

Definieren Sie je eine Umformung für Ableitungen mit maximalen Formelvorkommen der Form $A \vee B$ und $\exists x A(x)$.

Aufgabe 2 (7 Punkte)

Beweisen Sie: $A_1 \to A_2, A_2 \to A_3, \ldots, A_{n-1} \to A_n, A_n \to A_1 \vdash_{\mathrm{NK}} A_i \leftrightarrow A_j$ für $1 \leq i, j \leq n$.

Aufgabe 3 (9 Punkte)

Beweisen Sie, daß folgende Eigenschaften äquivalent sind:

(i) Die Formelmenge X ist konsistent, d. h. $X \nvdash_{\mathrm{NK}} \bot$.

(ii) Es gibt keine Formel A, so daß $X \vdash_{\mathrm{NK}} A$ und $X \vdash_{\mathrm{NK}} \neg A$.

(iii) Es gibt eine Formel B, so daß $X \nvdash_{\mathrm{NK}} B$.