

**Aufgabe 22** (2+2 Punkte)

Zeigen Sie in NK':

a)  $\vdash (\phi \rightarrow \psi) \rightarrow ((\phi \rightarrow (\psi \rightarrow \sigma)) \rightarrow (\phi \rightarrow \sigma))$

b)  $\vdash ((\phi \rightarrow \psi) \rightarrow (\phi \rightarrow \sigma)) \rightarrow (\phi \rightarrow (\psi \rightarrow \sigma))$

**Aufgabe 23** (2+2 Punkte)

Zeigen Sie in NK:

a)  $\phi_1 \leftrightarrow \psi_1, \phi_2 \leftrightarrow \psi_2 \vdash (\phi_1 \wedge \phi_2) \leftrightarrow (\psi_1 \wedge \psi_2)$

b)  $\phi_1 \leftrightarrow \psi_1, \phi_2 \leftrightarrow \psi_2 \vdash (\phi_1 \rightarrow \phi_2) \leftrightarrow (\psi_1 \rightarrow \psi_2)$

**Aufgabe 24** (4 Punkte)

Zeigen Sie:

$$\vdash (\phi \leftrightarrow \psi) \rightarrow (\sigma[\phi/p] \leftrightarrow \sigma[\psi/p])$$

Hinweis: Zeigen Sie die Behauptung durch Induktion über den Aufbau von  $\sigma$  und verwenden Sie dabei Aufgabe 23 und Aufgabe 19a). Sie dürfen sich bei der Induktion auf die Junktoren  $\perp, \neg, \wedge$  und  $\rightarrow$  beschränken.

**Aufgabe 25** (1 Zusatzpunkt)

Zeigen Sie in NK:

$$\phi_1 \vee \phi_2, \phi_1 \rightarrow \psi, \phi_2 \rightarrow \theta \vdash \psi \vee \theta$$