Einführung in die Logik – Übungsaufgaben

Blatt 5

Dr. Michael Arndt **SS 2017**

Aufgabe 1

Zeigen Sie: *Es ist* $\vDash \varphi \leftrightarrow \psi$ *genau dann, wenn sowohl* $\vDash \varphi \rightarrow \psi$ *als auch* $\vDash \psi \rightarrow \varphi$*.*

Hinweis: Dies lässt sich mittels in der Vorlesung vorgestellter Korollare zeigen.

Aufgabe 2

a) Zeigen Sie die Transitivität der Folgerungsbeziehung, d.h. die folgende Behauptung:

Für alle Formeln ϕ, ψ *und* χ *gilt stets: Wenn* $\phi \models \psi$ *und* $\psi \models \chi$*, dann* $\phi \models \chi$*.*

b) Warum ist die Folgerungsbeziehung keine Äquivalenzrelation?

Aufgabe 3

Versichern Sie sich mittels Wahrheitstafeln, dass die folgenden Äquivalenzbehauptungen für alle Formeln ϕ, ψ und χ zutreffen:

a) $(\phi \wedge \psi) \vee \chi \mathrel{=\!\!|\!\models} (\phi \vee \chi) \wedge (\psi \vee \chi)$

b) $\phi \rightarrow \psi \mathrel{=\!\!|\!\models} \neg\psi \rightarrow \neg\phi$

c) $(\phi \wedge \psi) \rightarrow \chi \mathrel{=\!\!|\!\models} (\phi \rightarrow \chi) \vee (\psi \rightarrow \chi)$

Aufgabe 4

Welche der folgenden Formeln sind äquivalent? Geben Sie für jeweils zwei äquivalente Formeln eine Äquivalenzumformung an, welche diese ineinander überführt.

- $\neg(A \vee B \vee \neg C)$
- $\neg A \vee \neg B \vee \neg\neg C$
- $\neg A \wedge \neg B \wedge C$
- $A \rightarrow (B \rightarrow C)$
- $B \rightarrow (\neg A \vee C)$

Aufgabe 5

Mit Hilfe von Wahrheitstafeln lässt es sich stets entscheiden, ob zwei beliebige Formeln äquivalent sind. Diskutieren Sie, ob sich dies auch in jedem Fall mittels Äquivalenzumformungen entscheiden lässt.