Übungen zur Vorlesung Mathematische Logik II

Prof. Dr. P. Schroeder-Heister **Blatt 5**

Aufgabe 1 (8 Punkte)

Zeigen Sie mithilfe des Vollständigkeitssatzes die Gültigkeit der folgenden Theoreme:

a) $\phi \to (\psi \to \phi)$

b) $(\phi \vee \phi) \to \phi$

c) $\forall xy\phi(x,y) \to \forall yx\phi(x,y)$

d) $\exists x\forall y\phi(x,y) \to \forall y\exists x\phi(x,y)$

Aufgabe 2 (4 Punkte)

Zeigen Sie:

a) $k \Vdash \forall xy\phi(x,y)$ genau dann, wenn für alle $l \geq k$ und für alle $a, b \in D(l)$ gilt: $l \Vdash \phi(\bar{a}, \bar{b})$

b) $k \nVdash \phi \to \psi$ genau dann, wenn es ein $l \geq k$ gibt mit $l \Vdash \phi$ und $l \nVdash \psi$.

Aufgabe 3 (6 Punkte)

Zeigen Sie:

a) Die Formel $(\phi \to \psi) \vee (\psi \to \phi)$ gilt in allen linear geordneten Kripke-Modellen der intuitionistischen Aussagenlogik.

b) Die Formel $\forall x(\phi \vee \psi(x)) \to (\phi \vee \forall x\psi(x))$ mit $x \notin FV(\phi)$ gilt in allen Kripke-Modellen mit konstanter Bereichsfunktion (d.h. für alle $k, l \in K$ ist $D(k) = D(l)$).

(Aufgaben aus van Dalen, Logic and Structure, 4. Aufl., S. 181ff)