Übungen zur Vorlesung Mathematische Logik

PD Dr. Fritz Hamm, Prof. Dr. P. Schroeder-Heister **Blatt 1**

Aufgabe 1 (3 Punkte)

Zeigen Sie formal, dass jede aussagenlogische Formel genauso viele linke Klammernzeichen "(" wie rechte Klammerzeichen ")" hat.

Aufgabe 2 (3 Punkte)

Welche der folgenden Formeln sind Instanzen des Formelschemas $(\phi \rightarrow \phi)$?

a) $((p \vee p) \rightarrow p)$

b) $((p \vee q) \rightarrow (q \vee p))$

c) $(((p \vee q) \rightarrow p) \vee q)$

d) $(((p \vee q) \wedge r) \rightarrow ((p \vee q) \wedge r))$

Aufgabe 3 (4 Punkte)

Geben Sie die zu den folgenden Audrücken gehörenden Wahrheitstafeln an:

a) $((p \rightarrow \neg q) \wedge q)$

b) $(\neg\neg p \rightarrow p)$

c) $(p \wedge (\neg q \rightarrow r))$

d) $(p \vee (\neg p \wedge (q \wedge r)))$

Aufgabe 4 (2 Punkte)

Geben Sie Wahrheitstafeln für die folgenden natürlichsprachlichen Konnektive an:

a) "weder ϕ noch ψ"

b) "ϕ, sofern ψ"

c) "ϕ, außer ψ"

Aufgabe 5 (4 Punkte)

Eine *Implikationsformel* ist eine aussagenlogische Formel, die unter alleiniger (aber auch mehrfacher) Verwendung des Junktors "$\rightarrow$" gebildet wird. Geben Sie alle Wahrheitstafeln an, die durch Implikationsformeln ausgedrückt werden, welche auf den beiden Aussagensymbolen p und q aufbauen.

Aufgabe 6 (4 Punkte)

Welche der folgenden Ausdrücke sind extensional gleich?

a) $(p \wedge \neg q)$

b) $(p \rightarrow q)$

c) $((\neg p \wedge q) \vee p)$

d) $(p \rightarrow (q \rightarrow p))$

e) $(\neg q \rightarrow \neg p)$

f) $(\neg p \rightarrow \neg q)$

g) $((p \rightarrow q) \vee (q \rightarrow \neg p))$

h) $((r \wedge (p \vee \neg q)) \vee (\neg r \wedge (q \rightarrow p)))$

Aufgabe 7 (4 Punkte)

Der Operator "**if** ϕ **then** ψ **else** ρ" sei definiert durch die Formel $(\phi \rightarrow \psi) \wedge (\neg\phi \rightarrow \rho)$.

a) Geben Sie die Wahrheitstafel von "**if** ϕ **then** ψ **else** ρ" an.

b) Geben Sie eine weitere extensional gleiche Formel an.