Philosophische Logik: Ausgewählte Themen SS 2017

Übungsblatt 10 **Abgabe am 13.7.** **T. Piecha**

Aufgabe 1 (5 Punkte)

Wir lassen neben quantorenlogischen Modellen $\mathfrak{M} = \langle M, \mathcal{I} \rangle$ mit $M \neq \emptyset$ ausnahmsweise auch Modelle $\mathfrak{M}_\emptyset = \langle \emptyset, \mathcal{I} \rangle$ mit leerem Gegenstandsbereich M zu.

Geben Sie zunächst mögliche Probleme an, die bei Verwendung der herkömmlichen Semantik auftreten. Bearbeiten Sie dann (a) und (b) unter der Annahme einer naiven Semantik für die Quantoren.

(a) Zeigen Sie, dass $\nvDash \forall x P(x)$, aber $\mathfrak{M}_\emptyset \vDash \forall x P(x)$. (2 Punkte)

(b) Geben Sie eine Formel an, die in jedem Modell $\mathfrak{M}$ (d. h. mit $M \neq \emptyset$) gültig ist, aber nicht gültig ist in Modellen $\mathfrak{M}_\emptyset$, und zeigen Sie dies. (3 Punkte)

Aufgabe 2 (9 Punkte)

Geben Sie jeweils einen Tableaubeweis an für:

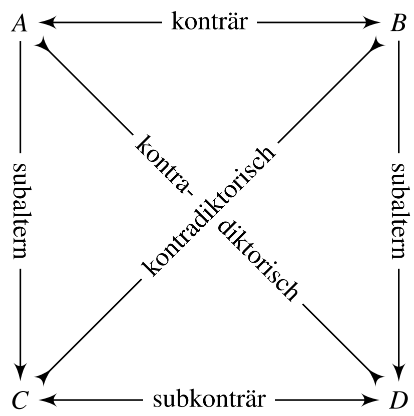
(a) $(\forall x P(x) \vee \forall x Q(x)) \to \forall x (P(x) \vee Q(x))$ (3 Punkte)

(b) $\forall x \forall y \exists z \neg R(x,y,z) \vee \forall z \exists y \exists x R(x,y,z)$ (3 Punkte)

(c) $\forall x \forall y (P(x) \to P(y)) \to (\forall x P(x) \vee \forall x \neg P(x))$ (3 Punkte)

Aufgabe 3 (6 Punkte)

In einem logischen Quadrat



bilden die Formeln A und B einen konträren Gegensatz, sind also nicht beide wahr; die Formeln C und D bilden einen subkonträren Gegensatz, sind also nicht beide falsch; C folgt aus A, und D folgt aus B; A und D sowie B und C verhalten sich kontradiktorisch zueinander.

Ordnen Sie die folgenden Formeln jeweils in einem logischen Quadrat an. Bei (a) ist eine Bedingung an die Erreichbarkeitsrelation zu stellen; bei (b) muss ebenfalls etwas gefordert werden, damit das Quadrat ein logisches ist. Geben Sie diese zusätzlichen Bedingungen jeweils mit an, und begründen Sie, warum ohne diese kein logisches Quadrat gebildet werden kann.

(a) $\Box A$, $\Diamond A$, $\neg \Diamond A$ und $\neg \Box A$. (3 Punkte)

(b) $\exists x (A(x) \wedge \neg B(x))$, $\forall x (A(x) \to B(x))$, $\exists x (A(x) \wedge B(x))$ und $\forall x (A(x) \to \neg B(x))$. (3 Punkte)