

Aufgabe 1

Die Grundsymbole einer quantorenlogischen Sprache seien:

$$\mathcal{P} = \{P, Q, R\}$$

$$\mathcal{K} = \{a\}$$

Zur Interpretation diene die Struktur $\langle \mathcal{U}, \text{istehemannvon}, \text{istvatervon}, \text{istmuttervon} \rangle$, mit dem Universum $\mathcal{U} = \{\text{anne}, \text{babette}, \text{claudius}, \text{daniel}, \text{ella}, \text{ferdinand}, \text{grete}\}$ und den Attributen

$$\text{istehemannvon} = \{\langle \text{claudius}, \text{ella} \rangle, \langle \text{daniel}, \text{babette} \rangle\}$$

$$\text{istvatervon} = \{\langle \text{daniel}, \text{ella} \rangle, \langle \text{daniel}, \text{ferdinand} \rangle, \langle \text{claudius}, \text{grete} \rangle\}$$

$$\text{istmuttervon} = \{\langle \text{babette}, \text{ella} \rangle, \langle \text{anne}, \text{ferdinand} \rangle, \langle \text{ella}, \text{grete} \rangle\}$$

Die Interpretation \mathfrak{I} ist gegeben durch folgende Zuordnungen:

$$\mathfrak{I}(P) = \text{istehemannvon}$$

$$\mathfrak{I}(Q) = \text{istvatervon}$$

$$\mathfrak{I}(R) = \text{istmuttervon}$$

$$\mathfrak{I}(a) = \text{anne}$$

Welche der folgenden Formeln sind wahr unter \mathfrak{I} ?

- a) $\neg Paa$
- b) $\exists x Rax$
- c) $\forall x \forall y (\exists z (Qxz \vee Ryz) \rightarrow Pxy)$
- d) $\forall x \forall y (Pxy \rightarrow \exists z Ryz)$
- e) $\exists x \exists y (Qxy \wedge \exists z Ryz)$

Aufgabe 2

Erweitern Sie ggf. die Grundsymbole der Sprache auf geeignete Weise um Individuenkonstanten, so daß Sie folgende Aussagen formalisieren können:

- a) Ferdinand hat keine Kinder.
- b) Anne ist Großmutter.
- c) Wenn jemand Großeltern hat, dann hat er keine Kinder.
- d) Jeder hat einen Vater und eine Mutter.
- e) Grete ist Babettes Enkelin.

HINWEIS: Es dürfen nur die bereits vorhandenen Attribute verwendet werden! Die hier verwendeten natürlichsprachlichen Prädikate („... ist Großmutter“ usw.) müssen daher durch Kombinationen der bereits verfügbaren Prädikatensymbole erschlossen werden.

Aufgabe 3

Die Grundsymbole einer quantorenlogischen Sprache seien:

$$\mathcal{P} = \{P, Q, R\}$$

$$\mathcal{K} = \{a, b\}$$

Zur Interpretation diene hier die Struktur $\langle \mathcal{U}, \text{istkleinerals}, \text{liegtzwischen}, \text{falsch} \rangle$ über dem Universum $\mathcal{U} = \{0, 1, 2, 3\}$ und den Attributen

$$\text{istkleinerals} = \{\langle 0, 1 \rangle, \langle 1, 2 \rangle, \langle 2, 3 \rangle, \langle 0, 2 \rangle, \langle 1, 3 \rangle, \langle 0, 3 \rangle\}$$

$$\text{liegtzwischen} = \{\langle 1, 0, 2 \rangle, \langle 1, 0, 3 \rangle, \langle 2, 1, 3 \rangle, \langle 2, 0, 3 \rangle\}$$

$$\text{falsch} = \{\}$$

Die Interpretation \mathfrak{I} ist gegeben durch folgende Zuordnungen:

$$\mathfrak{I}(P) = \text{istkleinerals}$$

$$\mathfrak{I}(Q) = \text{liegtzwischen}$$

$$\mathfrak{I}(R) = \text{falsch}$$

$$\mathfrak{I}(a) = 0$$

$$\mathfrak{I}(b) = 2$$

Welche der folgenden Formeln sind wahr unter \mathfrak{I} ?

a) $\neg \exists x Pxa$

b) $\forall x (Pxb \vee Pbx)$

c) $R \rightarrow \exists x \forall y Pxy$

d) $\forall x \forall y \forall z (Pxy \wedge Pyz \rightarrow Qyxz)$