

## Aufgabe 1 (4 Punkte)

Zeigen Sie:  $\mathfrak{A}_2 \models \phi \Rightarrow \mathfrak{A}_1 \models \phi^*$ .

Dabei seien  $\mathfrak{A}_1$  und  $\mathfrak{A}_2$  wie in der Vorlesung definiert.

## Aufgabe 2 (7 Punkte)

Zeigen Sie:

a)  $\vdash \neg\neg(\phi \rightarrow \psi) \rightarrow (\phi \rightarrow \neg\neg\psi)$

b)  $\vdash \neg\neg(\phi \vee \neg\phi)$

c)  $\vdash \neg(\phi \wedge \neg\phi)$

d)  $\vdash \neg\neg(\neg\neg\phi \rightarrow \phi)$

e)  $\neg\neg\phi, \neg\neg(\phi \rightarrow \psi) \vdash \neg\neg\psi$

f)  $\vdash \neg\neg(\phi \rightarrow \psi) \leftrightarrow \neg(\phi \wedge \neg\psi)$

g)  $\vdash \neg(\phi \vee \psi) \leftrightarrow \neg(\neg\phi \rightarrow \psi)$

## Aufgabe 3 (4 Punkte)

Definieren Sie die Übersetzung von  $\phi$  zu  $\phi^{\neg\neg}$ , bei der vor jede Teilformel von  $\phi$  eine doppelte Negation gesetzt wird. Zeigen Sie:  $\vdash_{NI} \phi^o \leftrightarrow \phi^{\neg\neg}$ .

## Aufgabe 4 (3 Punkte)

Zeigen Sie, daß im aussagenlogischen Fall gilt:  $\vdash_{NI} \neg\phi$  genau dann, wenn  $\vdash_{NK} \neg\phi$ .