Reprozessierung von Röntgenstrahlung in galaktischen und extragalaktischen Röntgenquellen

Diplomarbeit

vorgelegt von

Jörn Wilms

Eberhard-Karls-Universität Tübingen
Institut für Astronomie und Astrophysik, Abt. Astronomie

März 1996

Inhaltsverzeichnis

Abbildungsverzeichnis

Tabellenverzeichnis

Kapitel 1

Einführung: Schwarze Löcher in der Astronomie

1.1 Geschichte der Schwarzen Löcher

Die Geschichte der Schwarzen Löcher ist mindestens 211 Jahre alt und eine der interessantesten in der Geschichte der Astrophysik. Ihre im folgenden präsentierte Kurzfassung basiert auf den Büchern von Novikov (1990), Gribbin & Rees (1990) und insbesondere dem sehr schönen Buch von Thorne (1994).

Obwohl lange Zeit gedacht worden war, daß Pierre Simon Laplace die erste Person war, die über den Einfluß starker Gravitationskräfte auf Licht nachgedacht hat, scheint es, daß John Michell, Rector in Thornhill, Yorkshire, England, doch etwas früher auf diese Idee gekommen ist. In einem Vortrag vor der Royal Society of London am 27. November 1783 sagte er:

> If the semidiameter of a sphaere of the same density with the sun were to exceed that of the sun in the proportion of 500 to 1, a body falling from an infinite height towards it, would have aquired at its surface a greater velocity than that of light, and consequently supposing light to be attracted by the same force in proportion to its "vis inertia" with other bodies, all light emitted from such a body would be made to return towards it, by its own proper gravity (Michell 1784, zitiert nach Gribbin & Rees 1990, p. 154)

Einige Jahre später, 1796, veröffentlichte Laplace ohne Beweis eine vergleichbare Aussage im zweiten Band seiner "Exposition du Système du Monde", wo er diese Objekte "les corps obscurs" nannte (Laplace 1796). Einen "Beweis des Theorems, daß die attraktive Kraft eines Himmelskörpers so groß sein könnte, daß Licht von ihm nicht entweichen könnte" gab er erst 1799 (Laplace 1799). Die grundlegenden Annahmen von Michell und Laplace waren, daß sie den Radius des "corps obscur" unter der Annahme angaben, daß dieser Körper die gleiche Dichte wie die Sonne hat, und daß Licht aus Teilchen besteht, die die gleichen Eigenschaften wie normale Materie haben (Newton, "Opticks", 1704). Thorne nimmt an, daß die zweite Vermutung der Grund dafür war, daß Laplace seine Behauptung aus der dritten und allen folgenden Auflagen des "Système" entfernte (die dritte Auflage erschien 1808)[1]. Einige Jahre zuvor, 1801, hatte Thomas Young die Interferenz des Lichts mit sich selbst entdeckt, die nur mit der Annahme erklärt werden konnte, daß das Licht aus Lichtwellen besteht. Aus diesem Grund wurde das Konzept der Schwarzen Löcher der klassischen Physik für den Rest des 19. Jahrhunderts weithin ignoriert und vergessen. Es benötigte

[1] Gribbin & Rees (1990, p. 154) behaupten, daß alle Hinweise auf die "corps obscurs" erst ab der fünften Auflage verschwunden waren, was ein Widerspruch zu der Feststellung von Thorne (1994, p. 123) ist. Aus Zeitgründen konnte dieser Widerspruch nicht aufgelöst werden.

die Entwicklung der Quantenmechanik mit dem Welle-Teilchen-Dualismus und die Entwicklung der allgemeinen Relativitätstheorie, um das moderne Konzept der Schwarzen Löcher entstehen zu lassen.

Das war im Herbst 1915 der Fall, als Einstein seine vollständige Version der allgemeinen Relativitätstheorie publizierte. Nur einen Monat nach Einsteins Publikation wurde der gerade an der Front weilende Potsdamer Astrophysiker Karl Schwarzschild auf die Theorie aufmerksam und wandte sie sofort an, um die relativistische Lösung des Gravitationsfeldes eines sphärisch symmetrischen nichtrotierenden Körpers zu finden (Schwarzschild 1916). Heute ist seine Lösung als die Schwarzschild-Lösung von Einsteins Feldgleichungen bekannt. Diese Lösung hat eine behebbare Singularität bei

$$r_{\mathrm{S}} = \frac{2GM}{c^2} = 2.97\,\mathrm{km} \cdot \left(\frac{M}{\mathrm{M}_\odot}\right) \tag{1.1}$$

r_{S} wird der Radius des Ereignishorizonts oder der Schwarzschildradius genannt. In Gl. (1.1) ist $G = 6.67259 \times 10^{-8}\,\mathrm{cm}^3/\mathrm{g\,s}^2$ die Gravitationskonstante, M die Masse des Schwarzen Lochs, und c die Lichtgeschwindigkeit. Einstein war sehr begeistert von Schwarzschilds Lösung, da er gedacht hatte, daß eine analytische Lösung der Feldgleichungen selbst im Fall des sphärischen Körpers nicht existiert. Astronomen und Astrophysiker, auf der anderen Seite, ignorierten die Schwarzschild-Lösung, vermutlich da die von ihr eingeführten Änderungen für die zu dieser Zeit bekannten Objekte keine Rolle spielten. Es scheint, daß selbst Schwarzschild seiner Lösung nicht sehr viel abgewinnen konnte und sich nicht der speziellen Bedeutung des Schwarzschildradius und des Ereignishorizonts bewußt war. Er starb kurz nach seiner Veröffentlichung an einer Hautkrankheit, die er an der Front bekommen hatte[2]. Auch in den seinem Tode folgenden ausführlichen Nachrufen (Müller 1916; Hertzsprung 1917; Eddington 1917) wird seine heute als Schwarzschilds wichtigster Beitrag zur Astronomie anerkannte Arbeit zur allgemeinen Relativitätstheorie mit keinem Wort erwähnt.

Nach der Entdeckung des prinzipiellen Aufbaus der Sterne in den zwanziger Jahren dieses Jahrhunderts rückte das Problem der Endstadien der Sternentwicklung in das Zentrum der astronomischen Forschung. 1931 zeigte Chandrasekhar, daß die maximale Masse der Weißen Zwerge durch

$$M_{\mathrm{max}} = 1.4\,\mathrm{M}_\odot \tag{1.2}$$

gegeben ist, die seither die Chandrasekhar-Masse genannt wird. Sie ist unabhängig von Chandrasekhar auch von Landau (1932) angegeben worden. Physikalisch betrachtet ist die Chandrasekhar-Masse die Masse, bei der der Fermidruck des relativistischen Elektronengases gerade noch im Gleichgewicht mit dem durch die Gravitation verursachten Druck ist. Da zu dieser Zeit das Neutron noch nicht bekannt war, wurde angenommen, daß ein Stern oberhalb der Chandrasekhar-Masse nach Erlöschen seines Kernbrennstoffes unendlich lange weiter zusammenfällt. Diese Vermutung Chandrasekhars provozierte sehr beleidigende Bemerkungen von Eddington (Thorne 1994, p. 158ff.). Nach der Entdeckung des Neutrons schlugen Baade & Zwicky (1934) die Existenz von Neutronensternen als Endstadium der Entwicklung massereicherer Sterne vor. Jedoch stellte sich schnell heraus, daß es auch für Neutronensterne eine Masse gibt, oberhalb derer sie nicht mehr stabil sind. Diese Massengrenze ist stark von der Zustandsgleichung hochverdichteter Materie abhängig, die selbst heute noch sehr umstritten ist. Die meisten Quellen geben jedoch eine obere Masse von $M_{\mathrm{max}} \approx 5\,\mathrm{M}_\odot$ an (siehe z.B. Shapiro & Teukolsky 1983, p. 262f.), obwohl alle gemessenen Neutronensternmassen weit unterhalb dieses Wertes liegen. Oberhalb von $5\,\mathrm{M}_\odot$

[2]Diese dramatische Geschichte der Entdeckung der Schwarzschild-Lösung ist eine der wenigen wahren Begebnisse aus der Wissenschaftsgeschichte, die ihren Einzug in die Populärliteratur gefunden hat, in der Form von "Schwarzschild Radius", einer Science Fiction Kurzgeschichte, die die Ereignisse um Schwarzschild und seine Krankheit dramatisiert (Willis 1989).

wird keine stabile Konfiguration eines kompakten Objekts erwartet. Daher wird heute im allgemeinen angenommen, daß kompakte Objekte mit Massen oberhalb einiger Sonnenmassen gute Kandidaten für Schwarze Löcher sind.

1.2 Röntgenstrahlung Schwarzer Löcher

Nach den im letzten Abschnitt geschilderten Pionierarbeiten (selbst die obere Neutronensternmasse wurde von Oppenheimer noch in den vierziger Jahren angegeben) verschwand das Thema der Schwarzen Löcher wieder aus dem Blickfeld der Astronomen und Physiker. Das änderte sich erst mit der Entwicklung der Röntgenastronomie in den späten fünfziger und frühen sechziger Jahren, die kompakte Objekte mit Massen weit oberhalb einiger Sonnenmassen entdeckten. Erst seit dieser Zeit heißen Schwarze Löcher übrigens Schwarze Löcher und nicht mehr Kollapsare. Seither sind die Schwarzen Löcher ein normales Forschungsgebiet der beobachtenden und theoretischen Astronomie.

Man vermutet heute, daß Schwarze Löcher mittelbar für die von Aktiven Galaxienkernen (AGN) und von einigen kompakten galaktischen Quellen beobachtete Röntgenstrahlung verantwortlich sind. Die Vorstellung ist hierbei, daß Materie auf das kompakte Objekt fällt und dabei einen Teil η ihrer potentiellen Energie als Strahlung freisetzt. Ist die Massenakkretionsrate $\dot{M}$ und die Masse des kompakten Objekts M, dann ist die Akkretionsleuchtkraft durch

$$L_{\rm acc} = 2\eta \frac{GM\dot{M}}{R} = \eta \dot{M} c^2$$

gegeben (Frank, King & Raine 1992, eq. 1.5). Hier ist R ein charakteristischer Radius des kompakten Objekts, in der zweiten Gleichung wurde dafür der Schwarzschildradius eingesetzt. Der Faktor η beschreibt also die Effizienz des Akkretionsprozesses. Während für den effizientesten Kernfusionsprozeß, den p-p-Prozeß, $\eta = 0.007$ gilt, kann im Falle der Akkretion $\eta = 0.1$ oder sogar noch höher erreicht werden.

Im Fall der stetigen und sphärisch-symmetrischen Akkretion ist die maximale Leuchtkraft (und damit die maximale Massenakkretionsrate) gegeben durch das Eddington-Limit. Dieses wird dann erreicht, wenn die von der Strahlung des kompakten Objekts auf die Materie wirkende Kraft größer ist als die auf die hineinfallende Materie wirkende Gravitationskraft, da dann das kompakte Objekt die akkretierende Materie wegblasen und sich damit seinen Energienachschub abschneiden würde. Nimmt man der Einfachheit halber an, daß das Gas aus vollständig ionisiertem reinen Wasserstoff besteht, dann wird die Strahlung durch Thomson-Streuung hauptsächlich mit den Elektronen wechselwirken (die auf die Protonen wirkende Kraft ist um einen Faktor $(m_{\rm e}/m_{\rm p})^2$ kleiner, siehe S. 28), während die Gravitation hauptsächlich an den massereichen Protonen angreift. Damit ergibt sich die Gravitationskraft pro H-Atom zu $GMm_{\rm p}/r^2$ und die "Strahlungskraft" zu $L\sigma_{\rm T}/(4\pi c r^2)$ wobei L die Leuchtkraft des kompakten Objekts und $\sigma_{\rm T}$ der Thomson-Wirkungsquerschnitt ist (siehe S. 28). Die Forderung nach Kräftegleichgewicht liefert die maximale Leuchtkraft (Frank, King & Raine 1992, eq. 1.2)

$$L_{\rm Edd} = \frac{4\pi G M m_{\rm p} c}{\sigma_{\rm T}} = 1.3 \times 10^{38}\,\frac{M}{\rm M_\odot}\,{\rm erg/s}$$

Typische Leuchtkräfte für galaktische kompakte Objekte betragen also einige tausend Sonnenleuchtkräfte. Die Massen der Schwarzen Löcher in AGN betragen einige $10^8\,\rm M_\odot$ für eine Eddington-Leuchtkraft von einigen 10^{47} erg/s.

Unter der Annahme, daß der größte Teil der Leuchtkraft nahe des Schwarzen Lochs emittiert wird, kann man mit Hilfe des Stefan-Boltzmann'schen Gesetzes die typischen Temperaturen für das akkretierende Medium ermitteln (Frank, King & Raine 1992, eq. 1.6):

$$T \approx \left(\frac{L_{\rm acc}}{4\pi R^2 \sigma_{\rm B}}\right)^{1/4}$$

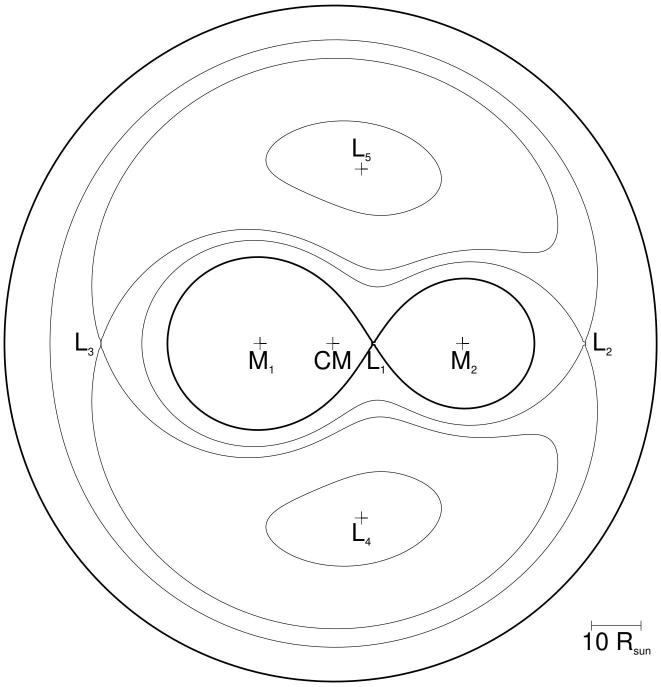

Abbildung 1.1: Rochepotential f"ur das System HDE 226868—Cyg X-1 (berechnet unter Annahme der in Abschnitt 5.1.2 gegebenen Parameter). Weitere Erläuterungen im Text. Abbildung erstellt in Zusammenarbeit mit Peter Kretschmar.

wobei $\sigma_\mathrm{B} = 5.67 \times 10^{-5}\,\mathrm{erg/cm^2\,s\,K^4}$ die Stefan-Boltzmann-Konstante ist. Mit $L = 10^{36}\,\mathrm{erg/s}$ und $R = 10\,\mathrm{km}$ ergibt sich $T \approx 6 \times 10^6\,\mathrm{K}$ und entsprechend ist $kT \approx 0.5\,\mathrm{keV}$ eine typische Temperatur für das Material um ein Schwarzes Loch mit einigen Sonnenmassen. Für größere Schwarzlochmassen wird die Temperatur natürlich wesentlich höher. Aus diesem Grund kann man davon ausgehen, daß die Hauptemission der galaktischen und extragalaktischen Schwarzen Löcher vor allem im Röntgenbereich stattfinden wird.

Alle heute bekannten galaktischen Schwarzlochkandidaten haben einen Begleitstern, der gewährleistet, daß genügend Material zur Akkretion zur Verfügung steht. Die Systemgeometrie dieser Schwarzloch-Stern-Systeme ist durch die Roche-Geometrie gegeben. Bewegen sich der Stern und das Schwarze Loch auf Kreisbahnen um ihren gemeinsamen Schwerpunkt, so ist in einem mitrotierenden Koordinatensystem das Potential gegeben durch (Frank, King & Raine 1992, eq. 4.5)

$$\Phi_\mathrm{R}(\mathbf{r}) = -\frac{GM_1}{|\mathbf{r}-\mathbf{r_1}|} - \frac{GM_2}{|\mathbf{r}-\mathbf{r_2}|} - \frac{(\boldsymbol{\omega}\times\mathbf{r})^2}{2}$$

wobei $\mathbf{r}$ die Position, für die das Potential berechnet wird, $\boldsymbol{\omega}$ die Winkelgeschwindigkeit, $\mathbf{r}_{1,2}$ die Positionen der zwei Körper sind und die anderen Symbole ihre übliche Bedeutung haben. Φ_R wird das Roche-Potential genannt, es ist die Summe der Gravitationspotentiale der zwei Objekte und eines Terms für die Zentrifugalkraft. Ein typisches Rochepotential wird in Abb. 1.1 gezeigt. In einer Region nahe zu jedem Objekt wird die Bewegung der Materie durch dieses Objekt dominiert. Das ist der Roche-Lobe, oder das Roche-Volumen, des Sterns. In Abb. 1.1 ist der Roche-Lobe der zwei Objekte durch die wie das Symbol ∞ geformten Linie gegeben, die die kritische Oberfläche genannt wird. Materie kann die kritische Oberfläche nur dann durchqueren, wenn sie zusätzlichen Impuls, zum Beispiel aus einem Sternwind, mitbringt. In Systemen ohne Sternwind kann Materie nur über den Punkt L_1, den sogenannten inneren Lagrange-Punkt, ausgetauscht werden.

Da außer im Fall von Cygnus X-1 die Begleiter der meisten galaktischen Schwarzlochkandidaten keine Anzeichen für einen starken Sternwind zeigen, geht man davon aus, daß die Begleiter ihre Roche-Lobe vollständig ausfüllen und Materie über L_1 auf das Schwarze Loch überfließt. Da das überfließende Gas einen gewissen Drehimpuls hat, kann es sicherlich nicht einfach sphärisch auf das kompakte Objekt akkretieren, wie oben vereinfachend angenommen wurde. Vielmehr bildet sich eine Akkretionsscheibe heraus, bei der sich das Material mit der lokalen Keplergeschwindigkeit näherungsweise auf Kreisbahnen um das Schwarze Loch bewegt. Aufgrund seiner Viskosität strömt es langsam nach innen, heizt sich dabei auf und strahlt einen Teil seiner Energie ab. Unter der Annahme, daß jeder Radius im Gleichgewicht ist und sich wie ein Schwarzer Körper verhält, ergibt sich aus der Überlagerung dieser Schwarzkörperspektren das charakteristische Spektrum einer solchen einfachen Akkretionsscheibe (Shakura & Sunyaev 1973; Novikov & Thorne 1973). Die genaue Theorie der Akkretionsscheiben ist bei weitem nicht verstanden und insbesondere der Ursprung der Viskosität in den Scheiben ist eine offene Frage. Für eine genauere Einführung in die Theorie der Akkretionsscheiben sei auf Frank, King & Raine (1992), Shore (1992) und die darin zitierte Literatur verwiesen. Tübinger Arbeiten zu diesem Themengebiet werden von Dörrer (1995) geschildert.

Die hier skizzierten Akkretionsscheibenmodelle reichen allerdings nicht aus, um das Röntgenspektrum der galaktischen und extragalaktischen Schwarzlochkandidaten zu erklären. Dieses ist insbesondere durch ein bis zu Photonenenergien von einigen $50\,\mathrm{keV}$ reichendes Potenzgesetzspektrum charakterisiert, das dann in einen exponentiellen Abbruch übergeht. Ferner werden unterhalb von 10 keV Emissionslinien beobachtet. Das Hochenergiespektrum und die niederenergetischen Strukturen werden heute im allgemeinen durch die Reprozessierung der von der Akkretionsscheibe emittierten weichen Röntgenstrahlung erklärt. Hierbei wird angenommen, daß die beobachteten niederenergetischen Linien durch Fluoreszenz in einer kalten Zone der Akkretionsscheibe erzeugt wird, während das Hochenergiespektrum durch Comptonisierung entsteht, daß heißt durch inverse Compton-Stöße der weichen Strahlung an einem heißen, die Scheibe umgebenden, Plasma, einer Akkretionsscheibenkorona. Thema dieser Arbeit ist es, die Entstehung dieser Strahlung genauer zu untersuchen.

In Kapitel 2 wird dabei zunächst auf die für die Reprozessierung wichtigen Strahlungsprozesse Photoionisation, Fluoreszenz und Compton-Streuung eingegangen, die in diesem Kapitel von einem physikalischen Standpunkt her beschrieben werden. Daher beinhaltet Kapitel 2 (fast) keine Astronomie. In Kapitel 3 wird dann auf die Reflektion von Strahlung an kalten Akkretionsscheiben eingegangen. Abgesehen von der Bedeutung dieses Prozesses in Aktiven Galaxienkernen dient dieses Kapitel auch dazu, die Idee der Monte Carlo-Methode zur Lösung von Strahlungstransportproblemen einzuführen. Eine stark modifizierte Monte Carlo-Methode wird auch im folgenden Kapitel 4 verwendet, das die theoretischen Grundlagen der Comptonisierung und selbstkonsistente Simulationen von Akkretionsscheibenkoronen vorstellt. Die Ergebnisse dieses theoretischen Kapitels werden im abschließenden Kapitel 5 auf Beobachtungen des galaktischen Schwarzlochkandidaten Cygnus X-1 angewendet, bei denen zum ersten Mal ein selbstkonsistentes Koronenmodell an ein den ganzen Röntgenbereich umfassendes Breitbandspektrum des Objekts angepaßt wird. Der Anhang dieser Arbeit umfaßt die Beschreibung der meisten den Monte Carlo-Programmen zugrundeliegenden Algorithmen.

Kapitel 2

Strahlungsprozesse

Bevor auf das Hauptthema dieser Arbeit, die Simulation von Compton-Reflektion und von Akkretionsscheibenkoronen, eingegangen werden kann, müssen zunächst die in diesen Simulationen zu berücksichtigenden Strahlungsprozesse behandelt werden, über die in Abb. 2.1 ein Überblick gegeben wird. Zwischen $5\,\mathrm{eV}$ und $10\,\mathrm{keV}$ dominiert Photoionisation, ab $10\,\mathrm{keV}$ gewinnt Comptonstreuung an Bedeutung, während für Photonen über $511\,\mathrm{keV}$ auch die in der Abbildung nicht gezeigte Paarbildung möglich ist (genauer gesagt muß die Gesamtenergie der zwei bei der Paarbildung beteiligten Photonen größer als $2m_\mathrm{e}c^2$ sein). Bei den in dieser Arbeit behandelten Objekten spielt Paarbildung höchstwahrscheinlich keine Rolle. Ein Resultat der Photoabsorption ist, daß Emissionslinien erzeugt werden können. Während Emissionslinien in der optischen Astronomie normalerweise durch Rekombinationskaskaden und durch Elektronenstoßanregung erzeugt werden, ist in der Röntgenastronomie Fluoreszenz der inneren Schalen besonders wichtig.

In diesem Kapitel wird daher zunächst auf die Photoionisation als entscheidendem Niederenergieprozeß eingegangen (Abschnitt 2.1). Aufgrund der engen Verwandtschaft mit der Photoionisation wird danach die Physik der Linienemission in Abschnitt 2.2 behandelt, wobei insbesondere auf die Fluoreszenz eingegangen wird (Abschnitt 2.2.2). Der letzte Teil des Kapitels behandelt die Comptonstreuung (Abschnitt 2.1).

2.1 Photoionisation

Im folgenden soll der Begriff der "Photoionisation" verwendet werden, um alle physikalischen Prozesse zu beschreiben, bei denen die Absorption eines Photons die Ionisation eines Atoms oder Ions zur Folge hat. Häufig wird für diese Prozesse auch der Begriff des "Photoeffekts" verwendet. Weil aber alle in diesem Kapitel behandelten Effekte Photo(nen)-Effekte sind, soll dieser Begriff hier nicht benutzt werden, da "Photoionisation", "Photoabsorption" oder "gebunden-frei Absorption" wesentlich präzisere Begriffe sind.

Die experimentelle Messung des Wirkungsquerschnitts für Photoionisation ist nicht einfach. Daher existieren experimentell bestimmte Wirkungsquerschnitte nur für neutrale Atome und einige einfach geladene Ionen, während für mehrfach geladene Ionen nur sehr wenige Wirkungsquerschnitte gemessen worden sind. Aus diesem Grund muß man häufig auf theoretische Berechnungen ausweichen. Selbst diese sind nicht einfach, da die analytische Berechnung der atomaren Wellenfunktion nur im Fall der wasserstoffähnlichen Ionen möglich ist. Für alle anderen Ionen müssen numerische Methoden verwendet werden, wie sie zum Beispiel bei Friedrich (1991) und Rybicki & Lightman (1979) beschrieben werden.

Das quantitative Verhalten des Photoionisations-Wirkungsquerschnitts σ_bf kann schon in einem auf Kramers (1923) zurückgehenden halbklassischen Zugang erhalten werden: Ist die Photonenenergie E kleiner ist als die Bindungsenergie E_th einer Schale, dann ist $\sigma_\mathrm{bf} = 0$ da das Photon

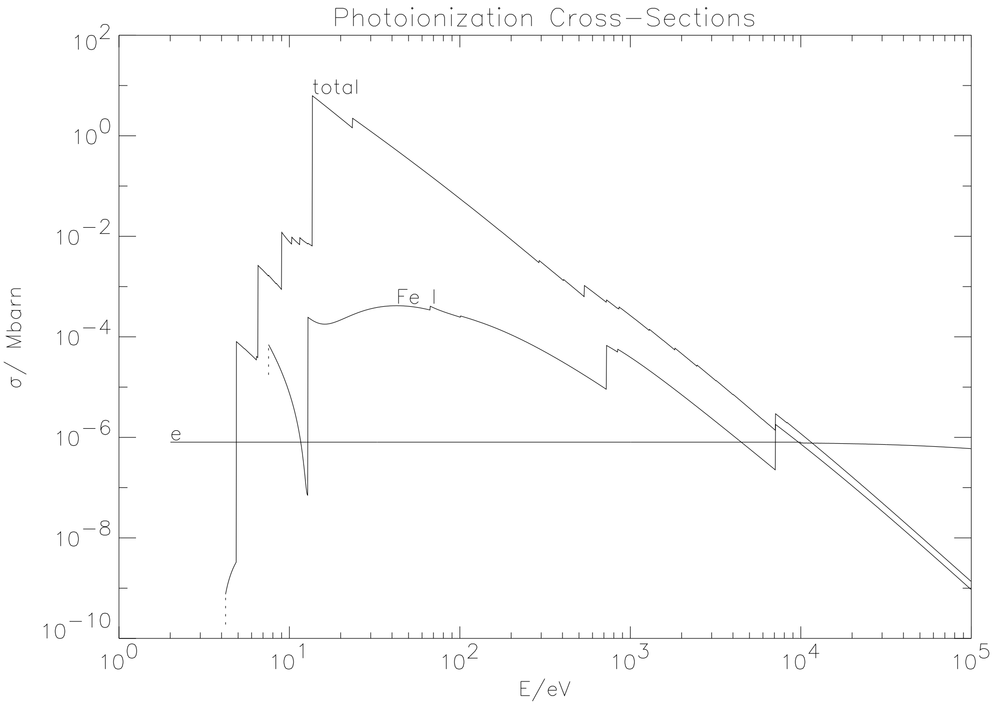

Abbildung 2.1: Gesamtwirkungsquerschnitt f"ur Photoionisation pro Wasserstoffatom f"ur neutrales Gas mit kosmischer H"aufigkeitsverteilung und Wirkungsquerschnitt f"ur Compton-Streuung des gleichen Gases. Zus"atzlich wird der Anteil des neutralen Eisens am Gesamtwirkungsquerschnitt gezeigt. 1 Mbarn=10^{-18} cm^2.

das Atom nicht ionisieren kann. Hingegen ist oberhalb von $E_{\rm th}$ der halbklassische Wirkungsquerschnitt durch

$$\sigma_{\rm bf,c}(E) = \frac{64\pi^4 m_{\rm e} e^{10}}{3\sqrt{3}\,ch^3}\,\frac{Z^4}{n^5 E^3} \tag{2.1}$$

gegeben. Dabei steht der Index bf für "bound-free", also gebunden-frei, während der Index c andeuten soll, daß es sich um einen klassisch erhaltenen Wirkungsquerschnitt handelt. In Gl. (2.1) ist Z die Kernladungszahl, n die Hauptquantenzahl der absorbierenden Schale, $m_{\rm e} = 9.1093897 \times 10^{-28}\,$g die Elektronenmasse, $e = 4.80320680 \times 10^{-10}\,\mathrm{esu}$ die Elementarladung, $h = 6.6260755 \times 10^{-27}\,\mathrm{erg\,s}$ das Planck'sche Wirkungsquantum und $c = 2.99792458 \times 10^{10}\,\mathrm{cm/s}$ die Vakuumlichtgeschwindigkeit. Aufgrund des Korrespondenzprinzips zeigt der quantenmechanische Wirkungsquerschnitt eine ähnliche Energieabhängigkeit wie der klassische. Daher werden die quantenmechanischen Korrekturen zu Gl. (2.1) normalerweise zu einem Gauntfaktor $g_{\rm bf}(nl, E)$ zusammengefaßt, der über $\sigma_{\rm bf} = g_{\rm bf} \cdot \sigma_{\rm bf,c}$ definiert wird. Für wasserstoffähnliche Ionen wurden ausführliche Tabellen von $g_{\rm bf}$ von Karzas & Latter (1961) berechnet. Das Ergebnis dieser Rechnungen ist, daß für Photonenenergien E nahe der Bindungsenergie einer Schale der Gaunt-Faktor ungefähr eins ist, so daß dann $\sigma_{\rm bf} \propto E^{-3}$. Für Photonenenergien, die sehr viel größer als die Bindungsenergie sind, sinkt der Gauntfaktor mit der Energie und der Wirkungsquerschnitt wird ungefähr proportional zu $E^{-3.5}$. Dies bedeutet, daß der Wirkungsquerschnitt bei hohen Photonenenergien kleiner ist als in der halbklassischen Näherung.

Da der Wirkungsquerschnitt unterhalb der Bindungsenergie einer gegebenen Unterschale Null ist, sein Maximum aber nahe der Bindungsenergie hat, ist die Absorptivität eines Ions am stärksten für Photonen nahe der Bindungsenergien seiner einzelnen Orbitale. Das führt zu Absorptionskanten. Ferner ist für $E \gg E_{\rm th}$ die Absorptivität der jeweiligen Unterschale vernachlässigbar.

Um das Verhalten von $\sigma_{\rm bf}$ noch etwas näher zu beleuchten, zeigt Abb. 2.2 den Photoionisa-

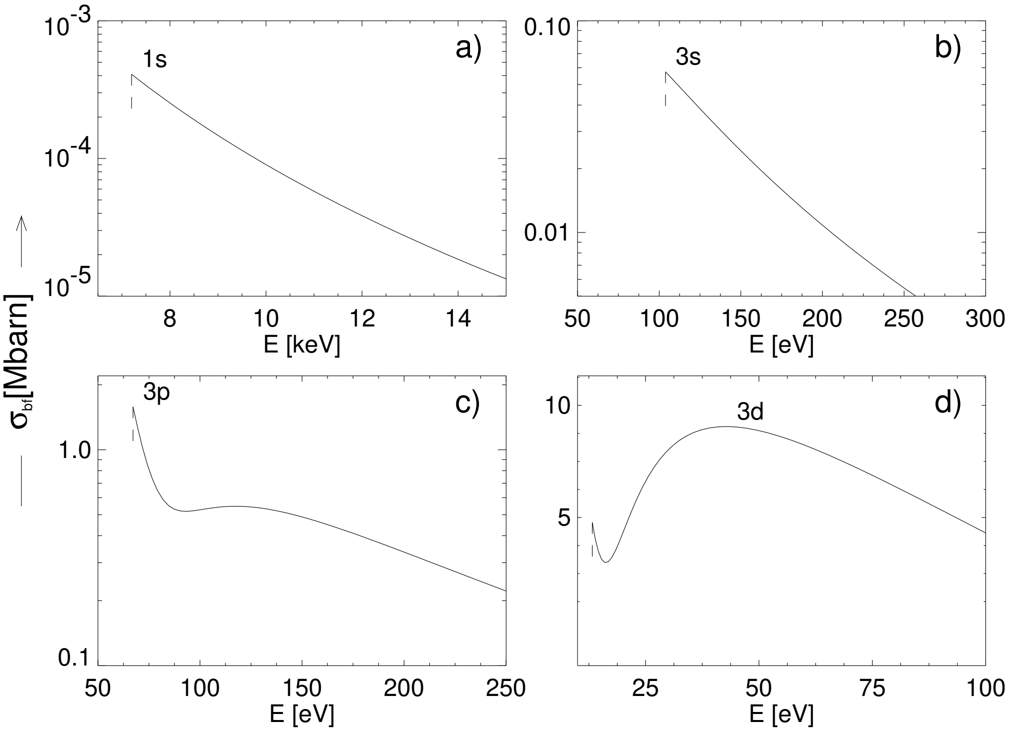

Abbildung 2.2: Photoionisations Wirkungsquerschnitt des neutralen Eisens f"ur die 1s-Unterschale (d.h. die K-Schale) (a), die 3s-Unterschale (b), die 3p-Unterschale (c) und die 3d-Unterschale (d). Einheit von $\sigma_{\rm bf}$ ist Mbarn pro Unterschale (also nicht pro Elektron!) $1\,\mathrm{Mbarn} = 10^{-18}\,\mathrm{cm}^2$. Weitere Erkl"arungen im Text (nach Verner et al. 1993).

tions-Wirkungsquerschnitt für einige Unterschalen des Eisenatoms. Für die inneren Schalen zeigt $\sigma_{\rm bf}$ eine Abhängigkeit wie sie in den letzten Absätzen beschrieben wurde (Abb. 2.2a). Gleichung (2.1) wurde unter der Voraussetzung abgeleitet, daß der dominante Term in der Hamiltonfunktion der Elektronen einem Coulomb-Potential ähnelt. Dies ist für die K-Schale tatsächlich der Fall, da die Aufenthaltswahrscheinlichkeit in der Nähe des Atomkerns am höchsten ist. Der einzige Einfluß, den die Elektronen der äußeren Schalen auf die K-Schale haben, ist die Addition eines ungefähr konstanten mittleren Feldes. Dieses vermindert zwar die berechneten Bindungsenergien, nicht aber das prinzipielle Verhalten von $\sigma_{\rm bf}$. Aus diesem Grund werden die inneren Schalen häufig das "core", also der "Kern der Hülle" genannt und können auch in detaillierten quantenmechanischen Berechnungen durch einfachere Näherungen behandelt werden (Seaton et al. 1992). Für die weiter außen liegenden Schalen wird der Einfluß der Wechselwirkung der Elektronen untereinander immer größer (Abb. 2.2b–d). Ein Ergebnis dieser Wechselwirkung sind die sogenannten Cooper-Minima (Cooper 1964). Ein Beispiel für ein Cooper-Minimum wird in Abb. 2.2c gezeigt, wo es als sehr deutliches Minimum im Wirkungsquerschnitt der 3p-Unterschale des Eisens auftritt. Ein weiterer Effekt der Wechselwirkung der Elektronen untereinander ist, daß die verschiedenen Elektronenkonfigurationen eines Ions, das (fast) im Grundzustand ist, leicht unterschiedliche Bindungsenergien haben. Dieser Effekt kann als Unterstruktur in Absorptionskanten beobachtet werden (S. 19).

Die Kenntnis des Verhaltens von $\sigma_{\rm bf}$ im Periodensystem und in Abhängigkeit von dem Ionisationsgrad eines Gases ist entscheidend für die Analyse astrophysikalischer Plasmen. Einfache systematische Beziehungen sind im Fall konstanter Elektronenzahl (isoelektronische Sequenz), im Fall konstanter Ionisationsstufe (isoionische Sequenz) und im Fall konstanter Kernladungszahl (isonukleare Sequenz) gefunden worden. Der letztere Fall wurde insbesondere von Reilman & Manson (1978) am Beispiel des Photoionisations-Wirkungsquerschnitts des Eisens untersucht[1].

[1] Der in fig. 2 von Reilman & Manson (1978) angegebene Wirkungsquerschnitt des 2s-Orbitals ist um einen Faktor

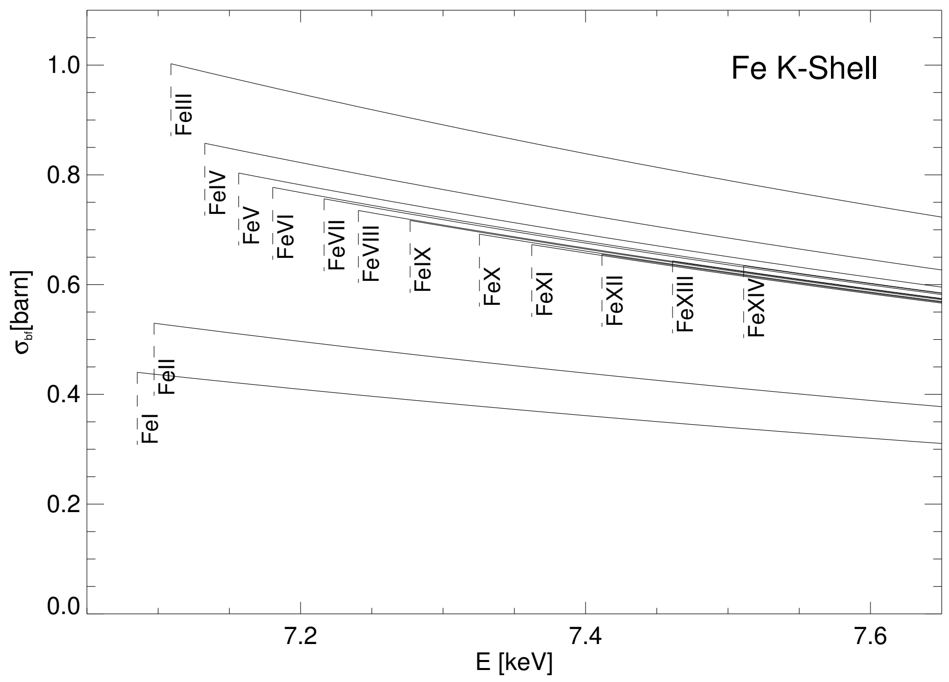

Abbildung 2.3: Wirkungsquerschnitt f"ur Photoionisation der K-Schale des Eisens als Funktion der Ionisationsstufe (Verner et al. 1993). Weitere Erl"auterungen im Text.

Die Struktur der Elektronenhülle des Eisens ist ausreichend kompliziert, so daß es möglich ist, die für Eisen erhaltenen Informationen auch auf andere Elemente mit höheren Z zu übertragen. Für die stark gebundenen inneren Schalen bedeutet eine Änderung der Ionisationsstufe des Ions hauptsächlich eine Änderung ihrer Bindungsenergie. Wie oben schon erwähnt wurde, wird die Wellenfunktion der Elektronen im "Core" hauptsächlich vom Coulomb-Feld des Kerns und einem gemittelten Feld der Elektronen der äußeren Schalen bestimmt. Da die räumliche Ausdehnung der Wellenfunktion der K-Schale wesentlich kleiner ist als die der Elektronen der äußeren Schalen, kann das gemittelte Feld dieser Elektronen ungefähr durch das negativ geladener Kugelschalen beschrieben werden. Die Radien der Kugelschalen entsprechen dabei den Radien der äußeren Schalen (Reilman & Manson 1978). Im Fall der Ionisation reduziert sich die Zahl der Elektronen in den äußeren Schalen. Da sich dadurch die Elektron-Elektron Abstoßung verkleinert, erhöht sich die Bindungsenergie der inneren Schalen, so daß die K-Kanten höher ionisierter Ionen bei höheren Photonenenergien zu finden sind. Da das von den äußeren Schalen erzeugte Potential sphärisch symmetrisch ist, wirken keine Kräfte auf die K-Schale und die Form ihrer Wellenfunktion ändert sich in erster Näherung nicht. Damit bleibt für eine gegebene Photonenenergie auch der Wirkungsquerschnitt verschiedener Ionisationsstufen fast konstant, wie es in Abb. 2.3 für den Fall des Eisenatoms gezeigt wird. Das Entfernen eines 4s-Elektrons zwischen Fe I und II ändert die Form von σ_{bf} kaum, nur die Bindungsenergie wird beeinflußt, was sich in einer Änderung der Kantenlage äußert. Dieser Effekt kann noch deutlicher in der Folge der Wirkungsquerschnitte von Fe III bis Fe XIV gesehen werden. Bei der Ionisation von Fe II nach III wird das zweite 4s-Elektron entfernt. Das führt zu einer starken Erhöhung von σ_{bf}. Während der nächsten zwölf Ionisationsstufen leert sich die M-Schale (Moore 1971). Der einzige Effekt, den dies auf die K-Schale hat, ist, daß die Bindungsenergie langsam ansteigt, der Wirkungsquerschnitt selbst bleibt hingegen fast konstant.

Für Elektronen in den äußeren Schalen ist das durch die Elektron-Elektron-Wechselwirkung

10 falsch (vgl. Reilman & Manson 1979).

erzeugte Potential nicht mehr sphärisch symmetrisch. Daher sind immer mehr Abweichungen von dem oben beschriebenen einfachen Verhalten die Folge. Dennoch bleibt das qualitative Verhalten des Wirkungsquerschnitts unverändert, d.h. der Hauptunterschied zwischen verschiedenen Ionisationszuständen ist die Bindungsenergie. Oberhalb einer Absorptionskante hingegen ist von einer Änderung des Ionisationszustands fast nichts zu merken.

Die eben dargestellte Abhängigkeit von E_{th} vom Ionisationsgrad ist ein wichtiger Effekt für die Röntgenastronomie. Werden Absorptionskanten in einem Spektrum beobachtet und kann das für eine Absorptionskante verantwortliche Element identifiziert werden, dann ist üblicherweise auch seine Ionisationsstufe bestimmbar. Daraus kann mit Hilfe eines Modells für die im Gas wichtigen Ionisations- und Rekombinationsprozesse die Temperatur des Gases bestimmt werden. Um solche Messungen zu ermöglichen, sind in Tabs. B.2 und B.3 im Anhang die Energien der K- und L-Absorptionskanten oberhalb $100\,\mathrm{eV}$ aller Elemente hoher kosmischer Häufigkeit aufgeführt. Zwischen 912 Å und ungefähr $100\,\mathrm{eV}$ sind aufgrund der hohen interstellaren Absorption keine Beobachtungen von Quellen außerhalb des Sonnensystems möglich (S. 20). Bei der Zusammenstellung der Tabellen wurden die von Verner et al. (1993) berechneten theoretischen E_{th} Werte verwendet. Diese können von gemessenen Kantenenergien abweichen. Mir ist keine neuere Zusammenstellung gemessener Kantenenergien bekannt.

Die L-Kante weist eine Unterstruktur in 3 Kanten auf, die aus historischen Gründen die $\mathrm{L_I}$-, $\mathrm{L_{II}}$- und $\mathrm{L_{III}}$-Kanten genannt werden. In der Notation der Atomphysik entsprechen sie Absorptionen von den $2\mathrm{s}_{1/2}$, $2\mathrm{p}_{1/2}$ und $2\mathrm{p}_{3/2}$ Unterschalen. Die in Tab. B.3 angegebenen Werte sind die gemittelten der L_{II}- und $\mathrm{L_{III}}$-Kanten. Die $\mathrm{L_I}$-Kante ist in astronomischen Objekten normalerweise nicht beobachtbar. Aufgrund der niedrigen Energieauflösung der heute in der Röntgenastronomie verwendeten Detektoren ist es nicht notwendig, die $\mathrm{L_{II}}$- und $\mathrm{L_{III}}$- Kanten getrennt aufzuführen.

Wegen der ungefähren E^{-3}-Proportionalität des Wirkungsquerschnitts und seiner Konstanz entlang der isonuklearen Sequenz ist schon früh nach einfachen analytische Formeln für den Wirkungsquerschnitt gesucht worden. So gaben zum Beispiel Daltabuit & Cox (1972) Parameter für die Interpolationsformel von Seaton (1958) für den K-Schalen Wirkungsquerschnitt von C, N, O, Ne, Mg, Si und S an. Eine weitere häufig benutzte Quelle für den Photoionisationswirkungsquerschnitt sind die Tabellen von Reilman & Manson (1979), in denen die totalen Wirkungsquerschnitte für alle Elemente mit $Z \leq 31$ und für Photonenenenergien kleiner $5\,\mathrm{keV}$ angegeben sind. Für höhere Energien müssen die Tabellen daher unter Berücksichtigung des E^{-3}-Gesetzes extrapoliert werden, was beim Vorhandensein von Kanten oberhalb $5\,\mathrm{keV}$ natürlich nur schwer möglich ist. Beispielsweise ist die Eisen-K-Kante in den Tabellen von Reilman & Manson (1979) nicht enthalten.

Um genauere Rechnungen durchführen zu können, wie es das Ziel dieser Arbeit ist, ist es notwendig, die Wirkungsquerschnitte für alle Ionisationsstufen aller Elemente auch oberhalb $5\,\mathrm{keV}$ zu kennen. Eine neue und sehr gute Zusammenstellung der Wirkungsquerschnitte ist von Verner et al. (1993) gegeben worden. Diese Autoren parametrisieren die Ergebnisse ihrer relativistischen Rechnungen in der Form

$$\sigma_{\mathrm{bf}}^{nl}(E) = \sigma_0 F(y)$$

Hier ist

$$F(y) = \left((y-1)^2 + y_w^2\right)^2 y^{-Q} \left(1 + \sqrt{y/y_a}\right)^{-P}$$

und

$$\begin{aligned} y &= E/E_0 \\ Q &= 5.5 + l - 0.5P \end{aligned}$$

Die Fitparameter P, σ_0, y_W und y_a werden von Verner et al. für $(nl) = 1\mathrm{s}, 2\mathrm{s}, 2\mathrm{p}, 3\mathrm{s}, 3\mathrm{p}, 3\mathrm{d}$ und $4\mathrm{s}$ für alle Elemente mit $Z \leq 30$, d.h. Zn, und für alle Ionisationsstufen angegeben.

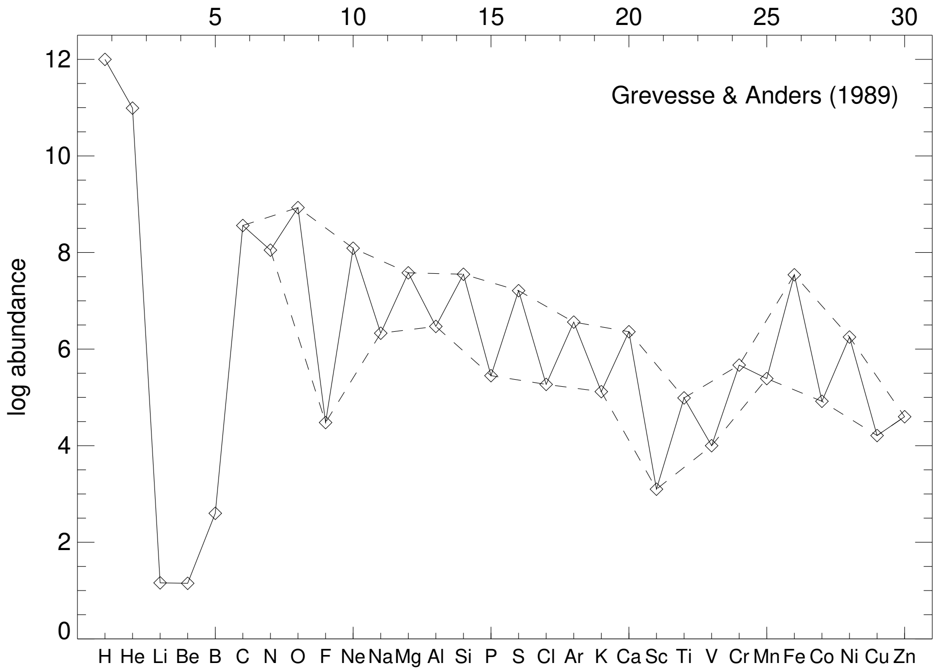

Abbildung 2.4: Photosph"arische H"aufigkeiten nach Grevesse & Anders (1989).

Für wasserstoffähnliche Ionen ist die Fitformel noch einfacher (Band et al. 1990). Für Photonenenergien E oberhalb der Bindungsenergie $E_{1s} = 13.599\,\mathrm{eV} \cdot Z^2$ ist der Wirkungsquerschnitt

$$\sigma_{\mathrm{bf}}^{1s} = 605 \left(Z^2 y^{3/2} (\sqrt{y} + 1)^4 \right)^{-1} \mathrm{Mbarn} \tag{2.2}$$

Hier ist $y = 2 \cdot E/E_{1s}$ und $1\,\mathrm{Mbarn} = 10^{-18}\,\mathrm{cm}^2$. Der Fehler dieser Approximation ist im allgemeinen kleiner als 2%.

Aus den Wirkungsquerschnitten $\sigma_{\mathrm{bf}}^{nl}$ der einzelnen Unterschalen kann durch Summierung der totale Photoionisationswirkungsquerschnitt eines Ions erhalten werden:

$$\sigma_{\mathrm{bf}}^{\mathrm{tot}}(Z, I) = \sum_{(n,l)} \sigma_{\mathrm{bf}}^{nl}(Z, I)$$

Als Beispiel sei der in Abb. 2.1 gezeigte totale Wirkungsquerschnitt des neutralen Eisens aufgeführt.

Durch weitere Summierung der $\sigma_{\mathrm{bf}}^{\mathrm{tot}}(Z, I)$ über alle Elemente und deren Ionisationsstufen kann man daraus die totale Absorptivität eines Gases erhalten, wenn man die Elementhäufigkeiten und die Ionisationsstruktur des Gases kennt. Dies ist für diese Arbeit aus verschiedenen Gründen wichtig. Erstens ist die Absorptivität des Gases innerhalb der Röntgenquelle wichtig, weil dadurch zum Beispiel Fluoreszenzlinien erzeugt werden können; zweitens ist die Reflektivität von Akkretionsscheiben durch die Absorption im weichen Röntgenbereich entscheidend geprägt (siehe Kapitel 3); und drittens wird die beobachtete Röntgenstrahlung durch das interstellare Medium geschwächt, was bei der Auswertung von Röntgenbeobachtungen zu berücksichtigen ist.

Die durch das interstellare Medium verursachte Absorption wird aus historischen Gründen in Form einer äquivalenten Wasserstoffsäulendichte N_{H} angegeben. Die Wasserstoffsäulendichte ist die Zahl der galaktischen Wasserstoffatome pro Einheitsfläche entlang des Sehstrahls. Typische Werte sind in der Größenordnung von $10^{21}\,\mathrm{cm}^{-2}$. Ist das Spektrum eines Objektes außerhalb der Galaxis durch $I_0(E)$ und der Wirkungsquerschnitt für Absorption des interstellaren Mediums pro

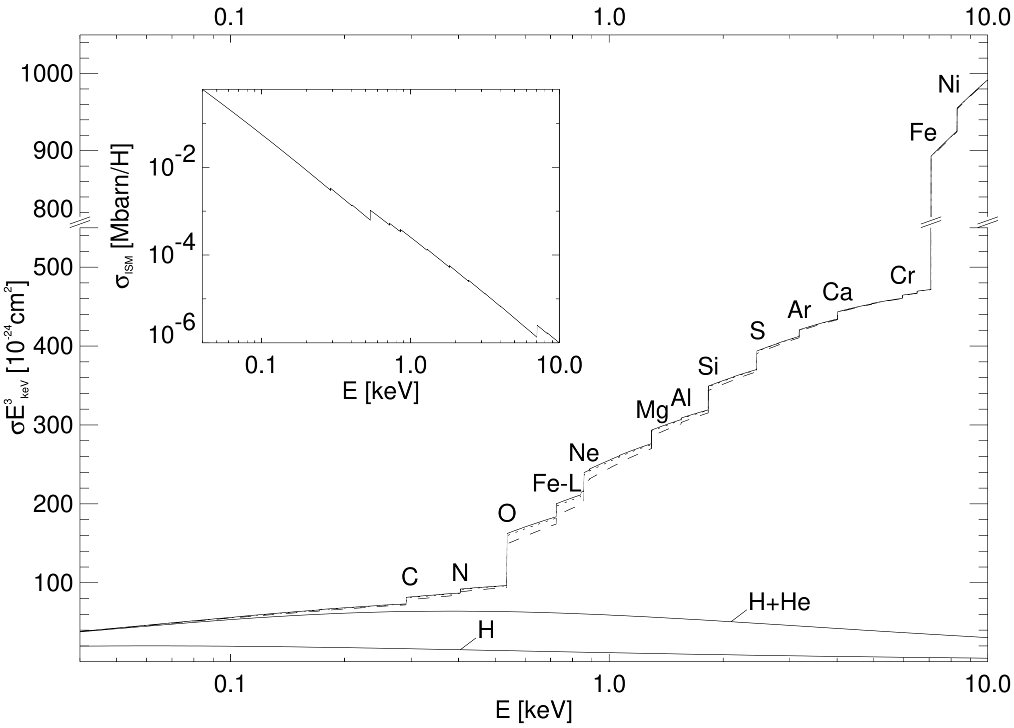

Abbildung 2.5: Absorptivit"at pro Wasserstoffatom f"ur Material solarer H"aufigkeitsverteilung berechnet mit den Wirkungsquerschnitten von Verner et al. (1993). Die gepunktete Linie nahe der durchgezogenen Linie entspricht einer Absorptivit"at mit Staub nach Mathis, Rumpl & Nordsieck (1977, durchschnittliche Dicke ist $d = 0.1\,\mu\mathrm{m}$), w"ahrend die gestrichelte Linie die aus "alteren Messungen folgende Dicke von $d = 0.3\,\mu\mathrm{m}$ verwendet. Die kleine Graphik zeigt den Wirkungsquerschnitt ohne die Multiplikation mit E^3. Zus"atzlich ist auch der Einflu"s von Wasserstoff und Helium sowie von Helium alleine gezeigt, der oberhalb von $1\,\mathrm{keV}$ vernachl"assigbar ist.

Wasserstoffatom durch $\sigma_{\mathrm{ISM}}(E)$ gegeben, dann ist das beobachtbare Spektrum I_{obs}

$$I_{\mathrm{obs}}(E) = I_0(E) \cdot e^{-\sigma_{\mathrm{ISM}}(E) N_{\mathrm{H}}}$$

Die Wasserstoffsäulendichte kann entweder durch eine spektrale Anpassung an das beobachtete Röntgenspektrum bestimmt werden, oder sie kann aus anderen Quellen, wie z.B. einer 21 cm Himmelsdurchmusterung, gewonnen werden. Bei der Verwendung von 21 cm Daten sollte allerdings beachtet werden, daß die ionisierte Komponente des ISM bei solchen Messungen nicht detektiert werden kann. Bei der Berechnung von σ_{ISM} für den Röntgenbereich ist insbesondere die Häufigkeit der Metalle, also der Elemente mit $Z > 2$, von entscheidender Bedeutung, da Wasserstoff selbst wegen der E^{-3}-Proportionalität des Wirkungsquerschnitts kaum Bedeutung hat. Obwohl die Schwächung durch das ISM durch die Angabe von N_{H} charakterisiert wird, spielt also Wasserstoff selbst beim physikalischen Absorptionsvorgang eine untergeordnete Rolle. Ein weiterer Punkt, den es bei der Berechnung von σ_{ISM} zu berücksichtigen gilt, ist, daß ein Teil des ISM in Form von Staub vorliegt (Fireman 1974; Ride & Walker 1977).

Bei der Berechnung der Absorptivitäten für diese Arbeit wurden die von Grevesse & Anders (1989) angegebenen Elementhäufigkeiten verwendet. Diese sind in Tab. B.1 im Anhang angegeben und werden dort mit älteren Elementhäufigkeiten verglichen. Die von Grevesse & Anders angegebenen Werte stammen aus einer Analyse der Sonnenphotosphäre und von Typ I Kohlenstoff-Chondriten. Einer Empfehlung von Shull (1993) folgend werden außer für F und Cl die photosphärischen Werte verwendet, für F und Cl scheinen die aus Meteoriten gewonnenen Werte genauer zu sein. Erst nachdem die Rechnungen in Kapitel 3 und 4 beendet waren wurde ich auf eine jüngst erfolgte Neubestimmung der solaren Eisenhäufigkeit aufmerksam (Biémont et al. 1991; Holweger et al. 1991). Diesen Ergebnissen zufolge sind die Grevesse & Anders-Werte zu groß. Biémont et al. (1991) schätzen die Eisenhäufigkeit in der Photosphäre auf $A_{\text{Fe}} = 7.54$. Dies ist näher an dem auch für Meteoriten erhaltenen Wert.

Bei der Berechnung von $\sigma_{\text{ISM}}(E)$ wurde Ride & Walker (1977) und Fireman (1974) gefolgt und die Wirkungsquerschnitte von Verner et al. (1993) verwendet. Das Ergebnis dieser Rechnungen ist in Abb. 2.5 wiedergegeben. Um die Bedeutung der einzelnen Elemente deutlicher zu machen, wird die Absorptivität in der Darstellung mit E^3 multipliziert, um die E^{-3} Proportionalität von σ_{bf} zu kompensieren. Es soll an dieser Stelle besonders auf die Stärke der Eisenkante hingewiesen werden, die in Röntgenmessungen deutlich zutage tritt und in dieser Arbeit noch von Bedeutung sein wird. Die Übereinstimmung der hier berechneten Absorptivität mit Literaturwerten (Morrison & McCammon 1983; Fireman 1974; Ride & Walker 1977; Lightman & White 1988) ist sehr gut, auch wenn Abweichungen auftreten, die meist auf unterschiedliche Elementhäufigkeiten oder einfache Extrapolation der Wirkungsquerschnitte durch die jeweiligen Autoren zurückgehen.

Tabelle 2.1: Bezeichnungen f"ur die Unterschalen in der Notation von Bohr und Coster und ihre "Aquivalente aus der Atomphysik (Tabelle modifiziert von Sandström 1957, p. 81). Manchmal werden anstelle der r"omischen Nummern arabische verwendet.

Bohr	K	$\mathrm{L_I}$	$\mathrm{L_{II}}$	$\mathrm{L_{III}}$	$\mathrm{M_I}$	$\mathrm{M_{II}}$	$\mathrm{M_{III}}$	$\mathrm{M_{IV}}$	$\mathrm{M_V}$
atomic	$1s_{1/2}$	$2s_{1/2}$	$2p_{1/2}$	$2p_{3/2}$	$3s_{1/2}$	$3p_{1/2}$	$3p_{3/2}$	$3d_{3/2}$	$3d_{5/2}$

2.2 Linienstrahlung

In diesem Abschnitt soll eine kurze Einführung in das Thema der Erzeugung von Röntgenlinien gegeben werden. Im ersten Teil wird die verwendete Notation vorgestellt und dann das Verhalten der Linien entlang der isoelektronischen und der isonuklearen Sequenz beschrieben. Danach wird eine Zusammenstellung der wichtigsten Röntgenlinien, die in der Astronomie beobachtbar sind, beschrieben. Der zweite Teil dieses Abschnittes ist der Beschreibung der Fluoreszenz gewidmet.

2.2.1 Röntgenlinien

Die in der Röntgenastronomie benutzten Bezeichnungen für Linien und Kanten ist aus der in der Physik der Röntgenstrahlen verwendeten abgeleitet und daher aus historischen Gründen von der in der Atomphysik gebräuchlichen verschieden. Die inneren Schalen der Atome werden normalerweise mit einer auf Bohr und Coster zurückgehenden Notation bezeichnet, aufgrund deren man man zum Beispiel von K-Absorptionskanten und nicht von $2s_{1/2}$-Absorptionskanten spricht. Dieser werden in Tab. 2.1 die in der Atomphysik benutzten Bezeichnungen gegenübergestellt. Im Falle der Linienstrahlung werden häufig auf Siegbahn zurückgehende Bezeichnungen verwendet, für dir gebräuchlichsten Linien ist in der nebenstehenden Tab. 2.2 die Übersetzung von der Siegbahn-Notation in eine Notation der Form Schale$_1$-Schale$_2$ angegeben, wobei der Übergang von Schale$_2$ nach Schale$_1$ ist.

$\mathrm{K}\alpha_1$	$\mathrm{K\,L_{III}}$
$\mathrm{K}\alpha_2$	$\mathrm{K\,L_{II}}$
$\mathrm{K}\beta_1$	$\mathrm{K\,M_{III}}$
$\mathrm{K}\beta_3$	$\mathrm{K\,M_{II}}$
$\mathrm{K}\beta_5$	$\mathrm{K\,M_{IV,V}}$
$\mathrm{L}\alpha_1$	$\mathrm{L_{III}\,M_{IV}}$
$\mathrm{L}\alpha_2$	$\mathrm{L_{III}\,M_V}$

Tabelle 2.2: Siegbahn- vs. Röntgennotation

Die Abhängigkeit der Röntgenemissionslinien entlang der isoelektronischen und isonuklearen Sequenzen ist dem Verhalten der Absorptionskanten sehr ähnlich, da die Linien das Ergebnis von Übergängen zwischen einzelnen Schalen sind, während die Kanten Übergänge in das Kontinuum beschreiben. Aus diesem Grund sollen hier nur kurz die Ergebnisse von Abschnitt 2.1 auf Röntgenlinien übertragen werden. Die Bindungsenergie der inneren Schalen wird mit dem Ionisationsgrad zu höheren Energien hin verschoben. Diese Verschiebung ist für die K- und die

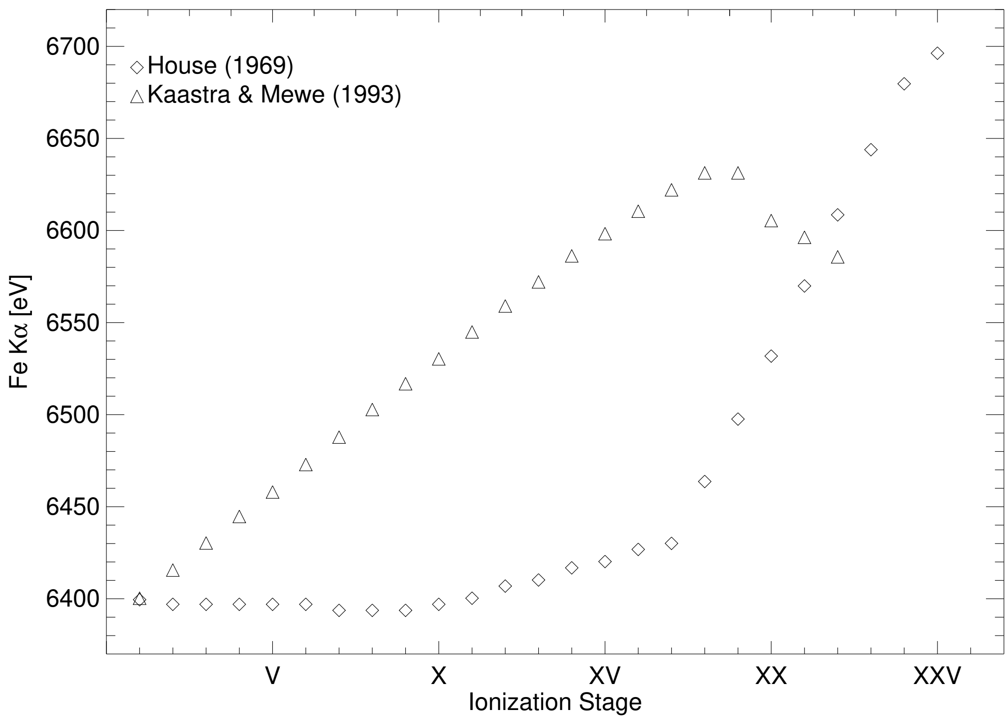

Abbildung 2.6: Energie der Eisen $\mathrm{K}\alpha$-Linie f"ur alle Ionisationsstufen. Die Energien mit der Bezeichnung "House (1969)" sind die "experimentellen" Werte aus Tab. B.4, sie liegen näher am tatsächlichen Verhalten. Die Ionisationsstufen IX und XVII entsprechen der Wegnahme des letzten 3d- und 3s-Elektrons, daher ist die Änderung der Energie dort stärker. Energiewerte aus Tab. B.4.

L-Schale nicht die gleiche. Somit hängt die Linienenergie der $\mathrm{K}\alpha$-Linie auch vom Ionisationsgrad ab, und zwar dergestalt, daß die Energie der $\mathrm{K}\alpha$-Linie für höhere Ionisationsstufen auch größer ist (Abb. 2.6). Da die Fe $\mathrm{K}\alpha$-Linie die stärkste in der Astronomie beobachtbare Röntgenlinie ist, ist dieser Effekt häufig verwendet worden, um den Ionisationszustand der strahlenden Materie in diesen Quellen zu messen. Mit der Entwicklung neuer Röntgendetektoren hoher Energieauflösung wird die Liniendiagnostik in der nahen Zukunft in der Röntgenastronomie eine sehr wichtige Rolle spielen.

Da ausreichend gute Tabellen für die Identifikation von beobachteten Linien noch nicht verfügbar sind, wurde eine Liste der $\mathrm{K}\alpha$, $\mathrm{K}\beta$ und $\mathrm{L}\alpha$ Linien der astrophysikalisch wichtigen Elemente zusammengestellt (Tab. B.4, B.5 und B.6 im Anhang). Die meisten der angegebenen Werte sind das Ergebnis theoretischer Rechnungen, da experimentelle Messungen der Röntgenlinien nur für einige neutrale und für einige hochionisierte Spezies verfügbar sind. Die Messungen an neutralen Spezies erfolgten normalerweise im Festkörper, während die hochionisierten Spezies Plasmamessungen entstammen. Um die Unsicherheit der theoretischen Rechnungen zu illustrieren, wurden zwei Energien in den Tabellen angegeben. Die erste Energie ist das Nebenergebnis der Rechnungen von Kaastra & Mewe (1993) zur Bestimmung der Fluoreszenzausbeuten aller Ionen mit $Z \leq 30$. Diesen Rechnungen lagen Hartree-Slater-Fock Wellenfunktionen von McGuire (1972, und früher; eine Diskussion der genauen Quellen findet sich bei Kaastra & Mewe) und empirische Schalenenergien von Lotz (1967, 1968) zugrunde. Der zweite angegebene Wert entstammt entweder genaueren Rechnungen oder experimentellen Messungen (die Quellen sind jeweils angegeben). Die Ungenauigkeit zwischen diesen zwei Linienenergien kann bis zu $100\,\mathrm{eV}$ betragen (Abb. 2.6). Da die Werte von Kaastra & Mewe konsistent mit den hier verwendeten Fluoreszenzausbeuten sind, wurden diese Energien für den Rest dieser Arbeit verwendet (die Fluoreszenzausbeuten sind wesentlich genauer als die Linienenergien, da bei ihrer Berechnung die Energie kaum

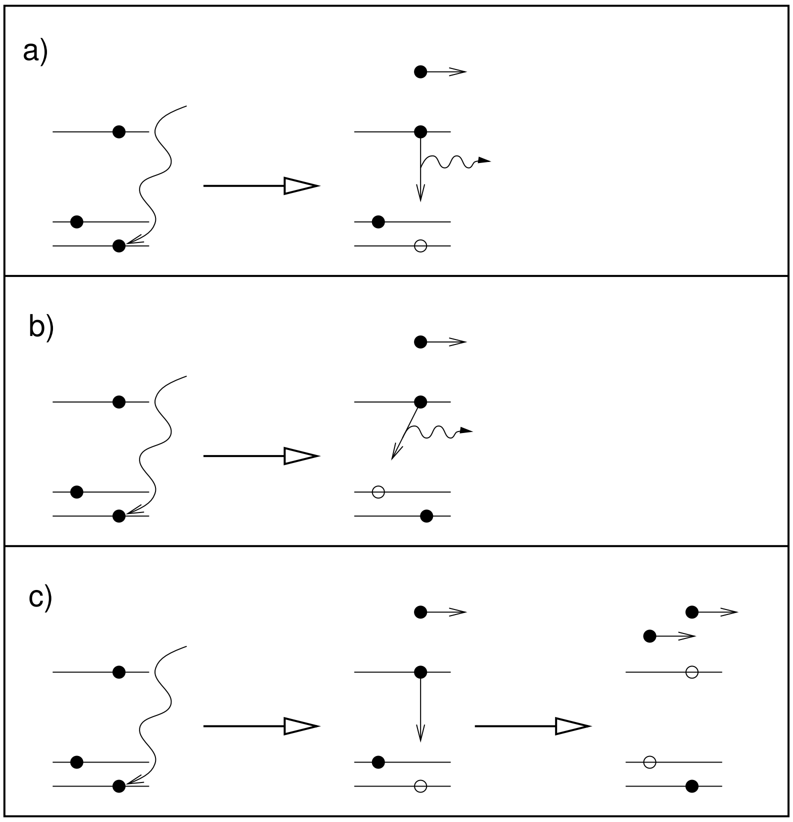

Abbildung 2.7: Nach der Absorption eines Photons in einer inneren Schale kann Fluoreszenz, d.h. die Emission eines charakteristischen R"ontgenquants (a), Fluoreszenz nach einem Coster-Kronig "Ubergang (b), oder die Emission eines Auger-Elektrons (c) die Folge sein. Coster-Kronig "Uberg"ange sind nur bei der Fluoreszenz aus der L-Schale und h"oheren Schalen von Bedeutung, daher wird auf sie nicht weiter eingegangen.

eine Rolle spielt, sondern nur die Übergangswahrscheinlichkeit).

Die Zukunft der Röntgenastronomie liegt sicherlich auch in der Liniendiagnostik, insbesondere wenn man die in den nächsten Jahren zur Verfügung stehenden Satelliten betrachtet (XTE, SAX, Astro-E, ABRIXAS, XMM, . . .). Aus diesem Grund ist eine neue und genaue Zusammenstellung von Röntgenlinien dringend erforderlich. Meines Wissens ist die letzte derartige Zusammenstellung experimentell bestimmter Energien von Bearden (1967) gegeben worden. Es ist dringend erforderlich, die verfügbaren Datenbanken noch einmal genauer zu durchsuchen, um die von Bearden (1967) angegebenen Werte kritisch zu überprüfen und mit neueren Daten zu verbessern. Dies sollte eine wesentlich größere und genauere Liste erbringen, als das in der Zusammenstellung der Tabellen B.4ff. möglich war.

2.2.2 Fluoreszenz

Der wichtigste linienerzeugende Prozeß in der Röntgenastronomie ist die Fluoreszenz. Fluoreszenzlinien sind in allen Objekten, die in dieser Arbeit behandelt werden, zu beobachten. In diesem Abschnitt wird ein kurzer Überblick über die Atomphysik der Fluoreszenz der inneren Schalen gegeben, bevor genaue auf die im Rest der Arbeit verwendeten Fluoreszenzausbeuten eingegangen wird. In diesen Abschnitt flossen insbesondere Informationen aus den Übersichtsartikeln von Bambynek et al. (1972) und Bergström & Nordling (1965) ein.

Bei der Absorption eines Röntgenphotons durch ein Elektron einer inneren Schale wird das Photon angeregt und verläßt normalerweise das Ion. Die sich daraus ergebende Vakanz in der

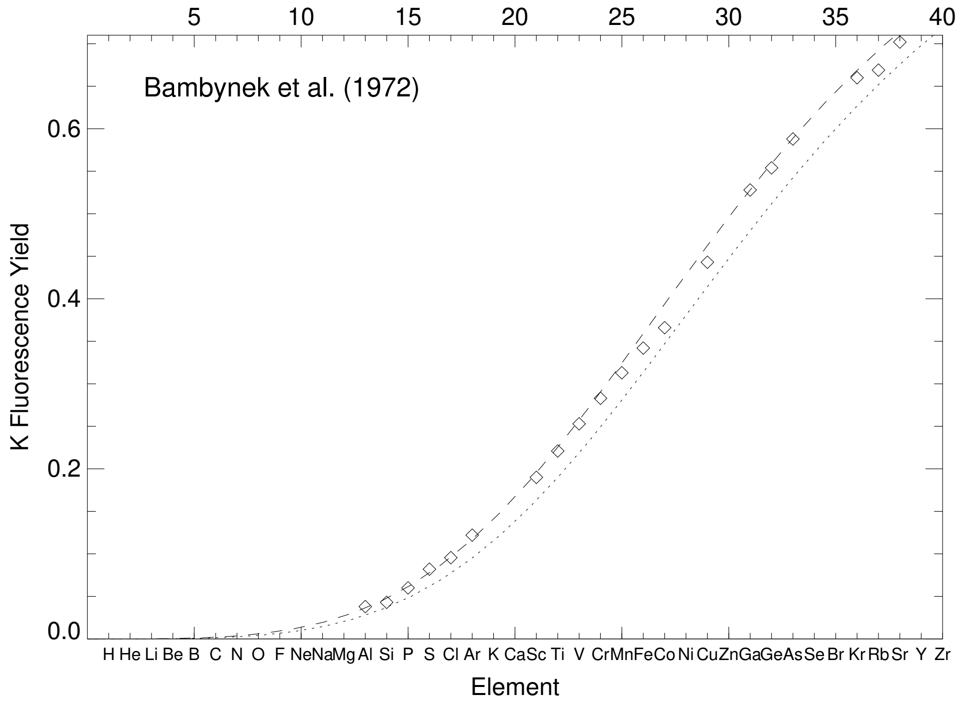

Abbildung 2.8: Fluoreszenzausbeuten der K-Schale, Y_K, nach Bambynek et al. (1972). Die Rauten sind experimentelle Werte aus Bambynek et al. (1972), w"ahrend die gestrichelte Linie den Fit (2.4) und die gepunktete Linie den Fit (2.3) wiedergibt.

inneren Schale kann dann durch ein Elektron einer höheren Schale gefüllt werden. Wenn dieses seine Überschußenergie in Form von Strahlung abgibt, dann wird dieser Vorgang Fluoreszenz genannt. Eine andere Möglichkeit ist, daß die Überschußenergie dazu verwendet wird, ein weiteres Elektron freizusetzen, welches ebenfalls das Ion verläßt (Auger-Effekt, Abb. 2.7c). Nach dem ersten Übergang befindet sich das Atom meist noch in einem angeregten Zustand, der durch weitere Auger-Übergänge abgeregt wird, bis das Loch in dieser "Auger-Kaskade" die äußerste Schale erreicht hat. Wegen der Auger-Kaskade hat die Absorption durch innere Schalen häufig den Effekt, daß der Ionisationsgrad des Ions um mehr als eins erhöht wird. Da die während der Kaskade emittierenden Atome angeregt sind, sind die Linienenergien von denen der Grundzustandsatome leicht unterschiedlich und werden daher auch "Satellitenlinien" genannt, weil sie die starken Fluoreszenzlinien begleiten. Satellitenlinien werden häufig während solarer Flares beobachtet (siehe z.B. Sylwester, Mewe & Schrijver 1980). Andere Quellen sind normalerweise zu schwach, als daß Satellitenlinien beobachtet werden könnten.

Die Emission eines Fluoreszenzphotons und der Auger-Effekt können gleichzeitig ablaufen wodurch jeder Fluoreszenzprozeß nur mit einer gewissen Wahrscheinlichkeit möglich ist. Diese wird durch die Fluoreszenzausbeute Y ausgedrückt, die als "die Wahrscheinlichkeit, daß eine Vakanz in einer Schale oder Unterschale durch einen Strahlungsübergang gefüllt wird" definiert ist (übersetzt aus Bambynek et al. 1972, p. 718). Für die K-Schale, die zwei $\mathrm{s}_{1/2}$ Elektronen enthält, ist die Fluoreszenzausbeute Y_K gegeben durch

$$Y_\mathrm{K} = N_\mathrm{K}/n_\mathrm{K}$$

Hier ist N_K die Zahl der emittierten charakteristischen Röntgenphotonen und n_K die Zahl der primären K-Schalen Vakanzen. Einige Autoren (insbesondere Bambynek et al. 1972) verwenden das Symbol ω anstelle von Y für die Fluoreszenzausbeute.

Aus der Definition der Fluoreszenzausbeute kann man leicht ersehen, daß diese im Falle der

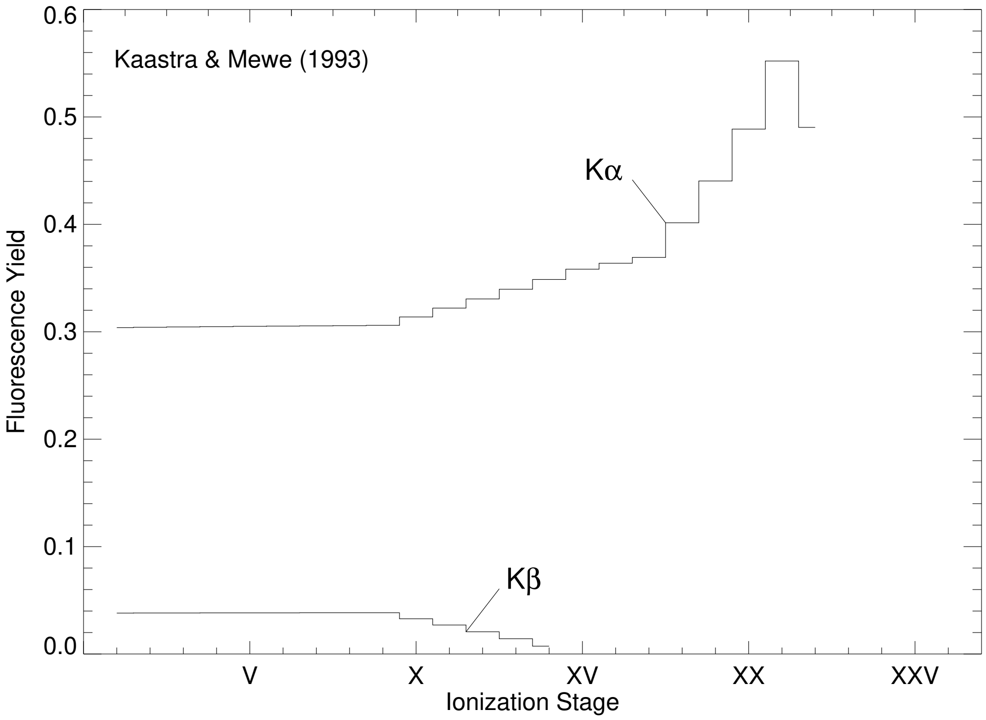

Abbildung 2.9: Fluoreszenzausbeuten f"ur Fe $\mathrm{K}\alpha$ und $\mathrm{K}\beta$ als Funktion des Ionisationsgrades nach Kaastra & Mewe (1993). Die Zahlenwerte sind in Tab. 2.3 angegeben.

K-Schale in der Form

$$Y_\mathrm{K} = \frac{P_\mathrm{KX}}{P_\mathrm{KX} + P_\mathrm{KA}}$$

geschrieben werden kann (Bergström & Nordling 1965, eq. 4). Hier beschreibt P_KX die Wahrscheinlichkeit für die Emission eines Photons und P_KA die Wahrscheinlichkeit für die Emission eines Auger-Elektrons aus der K-Schale. Wentzel (1924) hat gezeigt, daß in erster Ordnung $P_\mathrm{KA} = b$ gilt (unabhängig von Z!). Da die Strahlungsübergänge elektrische Dipolübergänge sind, ist $P_\mathrm{KX} = aZ^4$. Daher ist

$$Y_\mathrm{K}(Z) = \frac{aZ^4}{b + aZ^4} = \frac{1}{1 + \alpha Z^{-4}} \tag{2.3}$$

wobei $\alpha = b/a \approx 10^6$ (Bambynek et al. 1972). Eine bessere empirische Formel ist

$$\left(\frac{Y_\mathrm{K}(Z)}{1 - Y_\mathrm{K}(Z)}\right)^{1/4} = A + BZ + CZ^3 \tag{2.4}$$

wobei $A = 0.015 \pm 0.010$, $B = 0.0327 \pm 0.0005$, und $C = -(0.64 \pm 0.07) \times 10^{-8}$ (Bambynek et al. 1972). Abb. 2.8 vergleicht diese beiden Approximationen mit den experimentellen Werten. Die Fluoreszenzausbeute steigt also mit Z an. Für $Z = 30$ ist Y_K ungefähr 0.5, d.h. für alle in der Astronomie wichtigen Elemente ist sie kleiner als 50%.

In dieser Arbeit werden die theoretischen Fluoreszenzausbeuten von Kaastra & Mewe (1993) verwendet. Die Grundlagen dieser Berechnungen wurden auf S. 23 beschrieben. In den Fällen, bei denen experimentelle Werte von Bambynek et al. (1972) vorliegen, wurden die Ausbeuten von Kaastra & Mewe auf die experimentellen Werte korrigiert. Tab. 2.3 gibt die numerischen Werte für Y für alle Ionisationsstufen des Eisens, in denen Fluoreszenz möglich ist. Da die $\mathrm{K}\alpha_1$- und $\mathrm{K}\alpha_2$-Linien mit den heutigen Instrumenten in astronomischen Quellen nicht aufgelöst werden können, wird auch die gesamte Fluoreszenzausbeute und die mittlere Energie der $\mathrm{K}\alpha$-Linien

Tabelle 2.3: Fluoreszenzausbeuten und Linienenergien von Eisen Kα und Kβ nach Kaastra & Mewe (1993). Die Ermittlung der mittleren Energien ist im Text beschrieben.

		Kα						Kβ					
		Kα_1		Kα_2		reduced		Kβ_1		Kβ_3		reduced	
Z	I	E	Y	E	Y	E_{red}	Y_{tot}	E	Y	E	Y	E_{red}	Y_{tot}
Fe	I	6391.5	0.1013	6404.7	0.2026	6400.3	0.3039	7056.7	0.0127	7058.3	0.0254	7057.8	0.0381
	II	6407.7	0.1014	6419.5	0.2028	6415.6	0.3042	7081.1	0.0127	7082.7	0.0255	7082.2	0.0382
	III	6422.4	0.1015	6434.3	0.2030	6430.3	0.3045	7105.6	0.0127	7107.2	0.0255	7106.7	0.0382
	IV	6435.8	0.1016	6449.1	0.2032	6444.7	0.3048	7128.5	0.0128	7131.8	0.0255	7130.7	0.0383
	V	6449.1	0.1017	6462.5	0.2034	6458.0	0.3051	7151.5	0.0128	7153.2	0.0255	7152.6	0.0383
	VI	6464.0	0.1018	6477.4	0.2035	6472.9	0.3053	7176.3	0.0128	7179.6	0.0255	7178.5	0.0383
	VII	6478.9	0.1018	6492.3	0.2037	6487.8	0.3055	7202.8	0.0128	7204.4	0.0256	7203.9	0.0384
	VIII	6493.8	0.1019	6507.3	0.2038	6502.8	0.3057	7224.4	0.0128	7227.7	0.0256	7226.6	0.0384
	IX	6508.8	0.1020	6520.8	0.2040	6516.8	0.3060	7249.4	0.0128	7251.0	0.0256	7250.5	0.0384
	X	6522.3	0.1046	6534.3	0.2092	6530.3	0.3138	7272.8	0.0131	7272.8	0.0197	7272.8	0.0328
	XI	6535.8	0.1074	6549.4	0.2147	6544.9	0.3221	7294.6	0.0135	7294.6	0.0135	7294.6	0.0270
	XII	6550.9	0.1102	6563.0	0.2204	6559.0	0.3306	7304.7	0.0138	7304.7	0.0069	7304.7	0.0207
	XIII	6563.0	0.1132	6576.6	0.2264	6572.1	0.3396	7324.9	0.0142			7324.9	0.0142
	XIV	6578.1	0.1162	6590.2	0.2325	6586.2	0.3487	7345.1	0.0073			7345.1	0.0073
	XV	6590.2	0.1194	6602.4	0.2389	6598.3	0.3583						
	XVI	6602.4	0.1213	6614.5	0.2425	6610.5	0.3638						
	XVII	6613.0	0.1231	6626.7	0.2461	6622.1	0.3692						
	XVIII	6631.3	0.1606	6631.3	0.2409	6631.3	0.4015						
	XIX	6631.3	0.2202	6631.3	0.2202	6631.3	0.4404						
	XX	6605.4	0.3258	6605.4	0.1629	6605.4	0.4887						
	XXI	6596.3	0.5521			6596.3	0.5521						
	XXII	6585.7	0.4903			6585.7	0.4903						

angegeben. Ist Y_1 die Fluoreszenzausbeute für die Erzeugung eines Kα_1-Photons und Y_2 die Fluoreszenzausbeute für die Erzeugung eines Kα_2-Photons, dann ist die gesamte Fluoreszenzausbeute für die Erzeugung eines $\mathrm{K}\alpha$ Photons durch $Y_1 + Y_2$ gegeben. Die mittlere Energie der Linie ist $(Y_1E_1 + Y_2E_2)/(Y_1 + Y_2)$. Da die Y_i wie die statistischen Gewichte skalieren, ist dies das gleiche prinzipielle Vorgehen wie das bei der Berechnung der mittleren Linienenergien für Tab. B.4–B.6. Um die Abhängigkeit von Y von der Ionisationsstufe zu illustrieren sind die Werte von Tab. 2.3 auch in Abb. 2.9 wiedergegeben. Für $\mathrm{K}\alpha$ steigt die Fluoreszenzausbeute mit steigender Ionisation. Das liegt an der geringer werdenden Wahrscheinlichkeit für die Erzeugung von Auger-Elektronen in höher ionisierten Spezies. Die Fluoreszenzausbeute von $\mathrm{K}\beta$ ist kleiner als die der $\mathrm{K}\alpha$-Schale, da die Übergangswahrscheinlichkeit von der M- zur K-Schale geringer ist als die von der L- zur K-Schale.

Eine sehr detaillierte Studie der Fluoreszenzausbeute des Eisens ist von Jacobs & Rozsnyai (1986) unternommen worden. Ein Vergleich ihrer Werte mit denen von Kaastra & Mewe (1993) kann zur Abschätzung der Unsicherheit der Rechnungen von Kaastra & Mewe herangezogen werden. Die von Jacobs & Rozsnyai gefundenen Werte sind generell einige Prozent kleiner als die von Kaastra & Mewe. Zum Beispiel finden Jacobs & Rozsnyai für Fe XII $Y_\mathrm{K} = 0.30$, während Kaastra & Mewe $Y_\mathrm{K} = 0.33$ angeben. Dieser Unterschied rührt vermutlich daher, daß Kaastra & Mewe empirische Übergangswahrscheinlichkeiten verwenden, während Jacobs & Rozsnyai ihre Übergangswahrscheinlichkeiten selbstkonsistent mit einer relativistischen Hartree-Fock-Methode berechnen. Empirische Übergangswahrscheinlichkeiten liefern in der Regel bessere Ergebnisse als Hartree-Fock-Methoden, da die Hartree-Fock-Methode das Energiematrixelement $< n|1/r|m >$ optimiert, was zu Unsicherheiten bei der Berechnung des Dipolmatrixelements $< n\,|r|m >$ führt, das in die Übergangswahrscheinlichkeit eingeht.

2.3 Compton-Streuung

Compton-Streuung ist die Streuung eines Photons an einem Elektron. In diesem Abschnitt soll eine kurze Einführung in die Physik der Compton-Streuung gegeben werden und die Formeln zitiert werden, die im Rest dieser Arbeit wichtig sind. Aufgrund der Schwierigkeiten, polarisierte Strahlung in der Röntgenastronomie zu messen, soll dabei nur auf unpolarisierte Strahlung eingegangen werden, ferner soll zunächst nur die Streuung an freien Elektronen betrachtet werden.

Thomson (1906, p. 321) war der erste, der die elastische Streuung von Lichtwellen an freien Elektronen studierte. Er zeigte, daß der aus der klassischen Elektrodynamik erhaltene totale Wirkungsquerschnitt durch

$$\sigma_\mathrm{T} = \frac{8\pi}{3} r_0^2 = 6.652 \times 10^{-25}\,\mathrm{cm}^2 \approx 2/3\,\mathrm{barn}$$

gegeben ist. Hier ist $r_0 = e^2/m_\mathrm{e}c^2 = 2.82 \times 10^{-13}\,\mathrm{cm}^2$ der klassische Elektronenradius. Der differentielle Wirkungsquerschnitt ist durch

$$\frac{\mathrm{d}\sigma_\mathrm{T}}{\mathrm{d}\Omega} = \frac{3}{8\pi}\,\sigma_\mathrm{T} \left(\frac{1+\cos^2\theta}{2}\right) \tag{2.5}$$

gegeben, wobei θ den Winkel zwischen der ursprünglichen und der neuen Richtung der Lichtwelle beschreibt (Abb. 2.10). Der differentielle Wirkungsquerschnitt ist symmetrisch zur Richtung der einfallenden Strahlung und proportional zu m_e^{-2}. Das hat zur Folge, daß der Wirkungsquerschnitt für Compton-Streuung an Protonen um einen Faktor $(m_\mathrm{e}/m_\mathrm{p})^2 \approx 10^{-7}$ kleiner ist als der an Elektronen. Aus diesem Grund kann Compton-Streuung an allen Teilchen außer dem Elektron normalerweise vernachlässigt werden, da kaum Impuls vom Photon auf diese Teilchen übertragen werden kann.

Fast zwanzig Jahre nach Thomson bemerkten Compton (1923) und Debye (1923), daß Comptons Beobachtungen der Streuung von Röntgenstrahlen an Festkörpern nur unter Verwendung des quantenmechanischen Prinzips eines Licht-Teilchens, eines Photons, erklärt werden konnten. In diesem Bild wird im Ruhesystem des Elektrons ein Teil der Energie und des Impulses des Photons auf das Elektron übertragen, was dazu führt, daß das Photon eine neue Energie und eine neue Richtung erhält. Im folgenden wird die Energie des Photons vor der Streuung mit E und nach der Streuung mit E' bezeichnet. Nach der Streuung hat das Elektron eine kinetische Energie T, wobei wegen der Energieerhaltung $T = E - E'$. Da es sich um einen Zweikörperprozeß handelt ist Azimutalsymmetrie gegeben. Aus einfacher relativistischer Kinematik ergibt sich

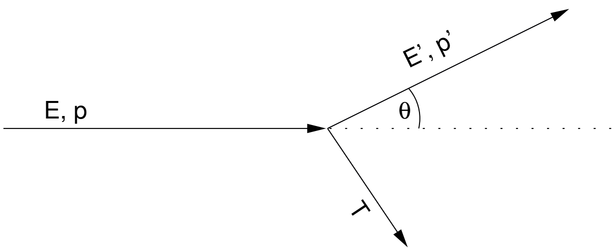

Abbildung 2.10: Geometrie der Compton-Streuung

$$E' = \frac{E}{1 + \frac{E}{m_e c^2}(1 - \cos\theta)} \tag{2.6}$$

beziehungsweise

$$\lambda' - \lambda = \frac{h}{m_e c}(1 - \cos\theta)$$

wobei λ und λ' die Wellenlängen des Photons vor und nach dem Streuakt sind und $h/m_e c = 2.426 \times 10^{-10}$ cm die Compton-Wellenlänge ist. Für $E/m_e c^2 \ll 1$ wird Gl. (2.6) zu

$$E' \approx E \left(1 - \frac{E}{m_e c^2}(1 - \cos\theta)\right) \tag{2.7}$$

Unter der Annahme, daß der differentielle Wirkungsquerschnitt nicht von θ abhängt, kann Gl. (2.7) über alle Raumwinkel gemittelt werden um die Größenordnung des mittleren Energieverlusts des Photons zu erhalten:

$$\frac{\Delta E}{E} \approx -\frac{E}{m_e c^2} \tag{2.8}$$

Das heißt zum Beispiel, daß der mittlere Energieverlust eines Photons der Energie $E = 6.4\,\mathrm{keV}$ (die Energie der Fe Kα Linie) ungefähr $0.2\,\mathrm{keV}$ beträgt.

Eine erste Ableitung des quantenmechanischen Wirkungsquerschnitts wurde schon von Schrödinger (1927) versucht, gedoch gelang es erst nach der Entwicklung der relativistischen Quantenmechanik, einen genauen Wirkungsquerschnitt zu berechnen. Klein & Nishina (1929) zeigten, daß der differentielle Wirkungsquerschnitt für Compton-Streuung an einem freien und unbewegten Elektron durch

$$\frac{\mathrm{d}\sigma_{\mathrm{es}}}{\mathrm{d}\Omega} = \frac{3}{16\pi}\sigma_{\mathrm{T}} \left(\frac{E'}{E}\right)^2 \left(\frac{E}{E'} + \frac{E'}{E} - \sin^2\theta\right) \tag{2.9}$$

gegeben ist. Einführung von $x = E/m_e c^2$ und Substitution von Gl. (2.6) ergibt

$$\frac{\mathrm{d}\sigma_{\mathrm{es}}}{\mathrm{d}\Omega} = \frac{3}{8\pi}\sigma_{\mathrm{T}} \left(\frac{1+\cos^2\theta}{2}\right) \cdot \left(\frac{1}{1 + x(1-\cos\theta)}\right)^2 \cdot \left(1 + \frac{x^2(1-\cos\theta)^2}{(1+\cos^2\theta)(1 + x(1-\cos\theta))}\right)$$

Der differentielle Wirkungsquerschnitt ist auch in Abb. 2.11 wiedergegeben. Im Gegensatz zur klassischen Thomson-Formel (2.5), die asymptotisch für kleine E erhalten wird, ist der relativistische Wirkungsquerschnitt nicht mehr vorwärts-rückwärts symmetrisch. Für hohe Energien ist

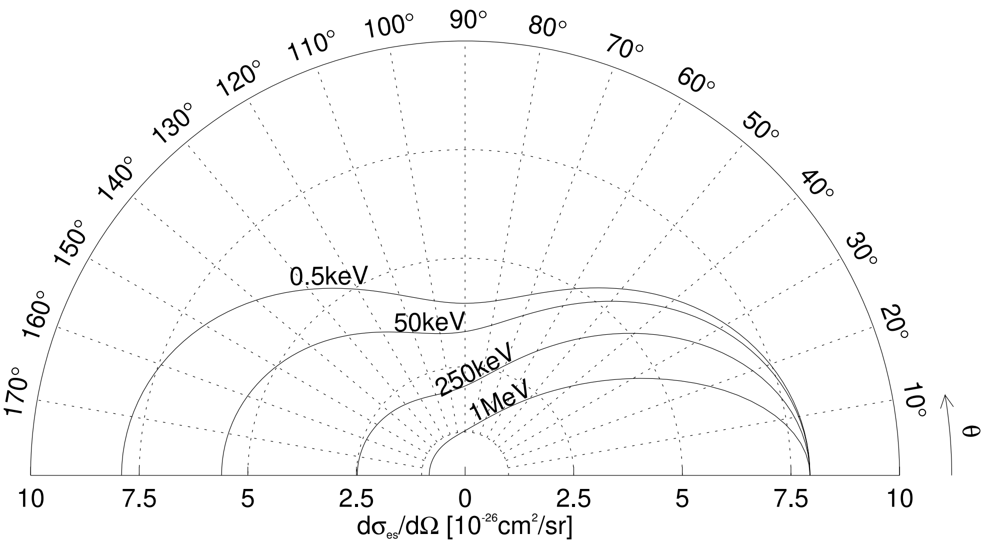

Abbildung 2.11: Differentieller Klein-Nishina-Wirkungsquerschnitt pro Elektron f"ur Energien des streuenden Photons von 0.5 keV, 50 keV, 250 keVund 1 MeV. Das Photon kommt von links. Bei 0.5 keV entspricht der Wirkungsquerschnitt dem in Gl. (2.5) gegebenen klassischen, während eine starke relativistische Vorwärtsstreuung für die höheren Energien gesehen werden kann.

die Wahrscheinlichkeit für Rückwärtsstreuung stark verkleinert, während die Wahrscheinlichkeit für Vorwärtsstreuung auf ihrem klassischen Wert bleibt. Dies hat einigen Einfluß auf die durch Comptonstreuung resultierenden Spektren, wie in Abschnitt 4.1 gezeigt werden wird.

Die Integration von Gl. (2.9) über alle Streuwinkel ergibt den totalen Wirkungsquerschnitt (Rybicki & Lightman 1979; Longair 1992)

$$\sigma_{\mathrm{es}} = \frac{3}{4}\sigma_{\mathrm{T}}\left[\frac{1+x}{x^3}\left\{\frac{2x(1+x)}{1+2x}-\ln(1+2x)\right\}+\frac{1}{2x}\ln(1+2x)-\frac{1+3x}{(1+2x)^2}\right] \quad (2.10)$$

$$= \frac{3}{8}\sigma_{\mathrm{T}}\frac{1}{x}\left\{\left[1-\frac{2(x+1)}{x^2}\right]\ln(2x+1)+\frac{1}{2}+\frac{4}{x}-\frac{1}{2(2x+1)^2}\right\} \quad (2.11)$$

Diese Gleichung wird als die Klein-Nishina-Formel bezeichnet. Ihr Verhalten wird in Abb. 2.12 veranschaulicht. Für ultrarelativistische Photonen kann die Klein-Nishina-Formel durch

$$\sigma_{\mathrm{es}} \approx \frac{3}{8}\sigma_{\mathrm{T}}\frac{1}{x}\left(\ln(2x)+0.5\right) \propto \frac{1}{x} \quad (2.12)$$

approximiert werden.

Man kann Gl. (2.9) verwenden, um den differentiellen Wirkungsquerschnitt für die Streuung eines Photons der Primärenergie x in den Energiebereich $[rx, rx+\mathrm{d}(rx)]$ zu berechnen. Hier ist r die relative Energieänderung. Verwendet man die Axialsymmetrie des Streuprozesses, um $\mathrm{d}\Omega$ durch $\mathrm{d}\cos\theta$ zu ersetzen, dann erhält man

$$\frac{\mathrm{d}\sigma_{\mathrm{es}}}{\mathrm{d}r} = \frac{\mathrm{d}\sigma}{\mathrm{d}\Omega}\cdot\frac{\mathrm{d}\Omega}{\mathrm{d}r} = \frac{\mathrm{d}\sigma_{\mathrm{es}}}{\mathrm{d}\Omega}2\pi\frac{\mathrm{d}\cos\theta}{\mathrm{d}r}$$

Mit $\mu = \cos\theta$ und x, r von oben kann, Gl. (2.6) als

$$r = \frac{1}{1+x-x\mu}$$

geschrieben werden. Daher ist

$$\frac{\mathrm{d}\sigma_{\mathrm{es}}}{\mathrm{d}r} = \frac{3\sigma_{\mathrm{T}}}{8x}\left(\frac{1}{r}+r+\mu^2-1\right)$$

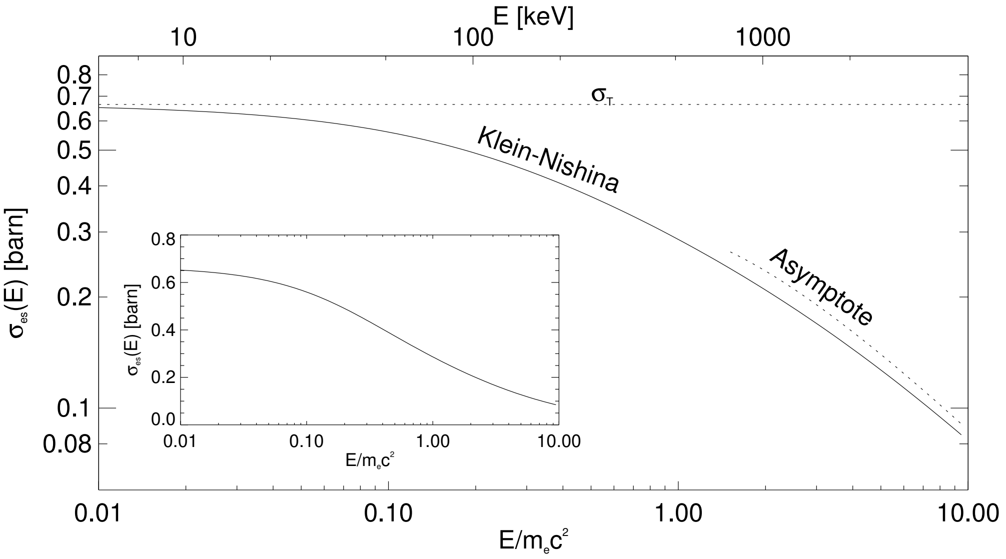

Abbildung 2.12: Wirkungsquerschnitt pro Elektron nach der Klein-Nishina-Formel als Funktion der anf"anglichen Photonenenergie. Zus"atzlich werden der Thomson-Wirkungsquerschnitt σ_{T} als Grenzwert f"ur niedrige und die in Gl. (2.12) angegebene Asymptote als Grenzwert für hohe Energien gezeigt. Der Klein-Nishina Wirkungsquerschnitt σ_{es} ist kleiner als die Asymptote, die *nicht* verschoben wurde. Der Einsatz zeigt $\sigma_{\mathrm{es}}(E)$ in einem log-lin-Diagramm.

Nach Normierung (d.h. Division durch $\int \mathrm{d}\sigma_{\mathrm{es}}/\mathrm{d}r\,\mathrm{d}r = \sigma_{\mathrm{es}}$) erhält man die Energieverteilung eines Compton-gestreuten Photons:

$$f(r) = \frac{3}{8x}\frac{\sigma_{\mathrm{T}}}{\sigma_{\mathrm{es}}}\left(\frac{1}{r} + r + \mu^2 - 1\right) \tag{2.13}$$

Diese Gleichung ist in astrophysikalischem Kontext zuerst von Lingenfelter & Hua (1991) und Hua & Lingenfelter (1992) angewandt worden. Wegen Gl. (2.6) ist $(2x+1)^{-1} \leq r \leq 1$.

Bei allen bisher angegebenen Formeln war angenommen worden, daß das Elektron ruhend und nicht gebunden war. Dies ist normalerweise nicht der Fall. Entweder ist das streuende Elektron an einen Atomkern gebunden, oder es ist frei, aber Teil eines heißen Plasmas, in dem die thermische Bewegung der Elektronen nicht vernachlässigbar ist. Der Einfluß der thermischen Bewegung wird detailliert in Kapitel 4.1 behandelt, während die physikalisch interessanten Effekte, die bei gebundenen Elektronen auftreten, in halbklassischer Näherung bei Evans (1958) beschrieben werden. Genaue quantenelektrodynamische Rechnungen sind nur im Fall des für die Astrophysik besonders wichtigen Wasserstoffatoms möglich, wobei Gorshkov, Mikhaĭlov & Sherman (1973) gezeigt haben, daß die Klein-Nishina-Formel immer dann eine sehr gute Näherung ist, wenn die Photonenenergie wesentlich größer als 13.6 eV ist. Das kann bei den in dieser Arbeit behandelten Plasmen immer angenommen werden.

Kapitel 3

Compton-Reflektion an kalten Scheiben

Das sich aus der Bestrahlung einer “kalten” Scheibe mit Röntgenstrahlung ergebende charakteristische Spektrum ist in der galaktischen und extragalaktischen Röntgenastronomie von großem Interesse. Mészáros (1974) war der erste, der sich mit der Linienemission von Akkretionsscheiben um Schwarze Löcher beschäftigte, jedoch bemerkte erst Basko (1978, 1980) die Bedeutung der Reflektion von Röntgenstrahlung und der dadurch erzeugten Fluoreszenzlinien .

Eine optisch dicke Scheibe reflektiert bei der Bestrahlung mit Röntgenphotonen im Energiebereich von ungefähr $0.1\,\mathrm{keV}$ bis $1\,\mathrm{MeV}$ ungefähr 10% der einfallenden Photonen. Der Rest der Photonen wird absorbiert und die absorbierte Energie als weiche Strahlung abgestrahlt (“Reprozessierung”). Die ungefähre Form des reflektierten Spektrums ergibt sich aus dem Verhalten der für Reflektion wichtigen Strahlungsprozesse. Bei Energien über $10\,\mathrm{keV}$ wird die Opazität der kalten Materie von Elektronenstreuung dominiert. Wegen Gl. (2.8) ist bei Compton-Streuung die relative Energieänderung durch $-\Delta E/E \propto E$ gegeben, das heißt, daß hochenergetische Photonen einen viel größeren Energieverlust haben als niederenergetische. Für die Reflektion bedeutet das, daß die durch Compton-Streuung verursachte Absorptivität bei hohen Photonenenergien größer ist und zu *niedrigen* Energien hin abfällt. Unterhalb von $10\,\mathrm{keV}$ hingegen ist Photoabsorption der dominierende Absorptionsmechanismus. Für Energien im Röntgenbereich ist die Absorptivität proportional zu E^{-3}, das heißt, sie fällt zu *hohen* Energien hin ab (Gl. 2.1). Berücksichtigt man diese zwei Tatsachen, dann ist die Form des Reflektionsspektrums klar: Bei hohen Energien werden die meisten Photonen durch den Compton-Effekt zu niederen Energien gestreut, wodurch nur wenige reflektierte Photonen Energien größer als ungefähr $100\,\mathrm{keV}$ haben werden. Auf der anderen Seite werden niederenergetische Photonen entweder die Scheibe verlassen (da sie zurückgestreut werden), oder absorbiert und damit reprozessiert werden. Da die Wahrscheinlichkeit für Photoabsorption bei niedrigeren Energien größer wird, werden die meisten Photonen mit Energien niedriger als $10\,\mathrm{keV}$ nicht reflektiert. Aus diesen zwei Punkten ergibt sich, daß das Reflektionsspektrum wie ein Buckel aussieht, der sein Maximum bei einigen $10\,\mathrm{keV}$ hat. Das kann man als ein Härterwerden des im Spektralbereich von 1–$15\,\mathrm{keV}$ beobachteten Spektrums sehen.

Ein Ergebnis der Photoabsorption ist, daß Fluoreszenzlinien, insbesondere eine starke Fe Kα-Linie, im Spektrum erscheinen. Werden diese in einem astronomischen Objekt beobachtet, dann kann dies als eine erste Indikation für Reflektion gewertet werden. Daher wurde das Interesse an der Physik der Reflektion von kalten Scheiben von Beobachterseite auch durch die vielen Detektionen einer starken Eisenlinie in Aktiven Galaxienkernen (AGN) gefördert. Die wichtigsten Objekte, die Reflektionsstrukturen oder starke Eisenlinien zeigen, sind Cen A (Mushotzky, Holt & Serlemitsos 1978), MCG-6-30-15 (Nandra et al. 1989; Matsuoka et al. 1990; Otani et al. 1996), NGC 3227 (Pounds et al. 1989; George, Nandra & Fabian 1990), NGC 5548 (Pounds et al. 1989; Nandra et al. 1991), NGC 6814 (Turner et al. 1992) und NGC 6552 (Reynolds et al. 1994). Besonders seit der Entdeckung einer relativistisch verformten Eisen $\mathrm{K}\alpha$-Linie im Spektrum von MCG-6-30-15 (Tanaka et al. 1995) wird das Vorhandensein von reflektierendem Material in der

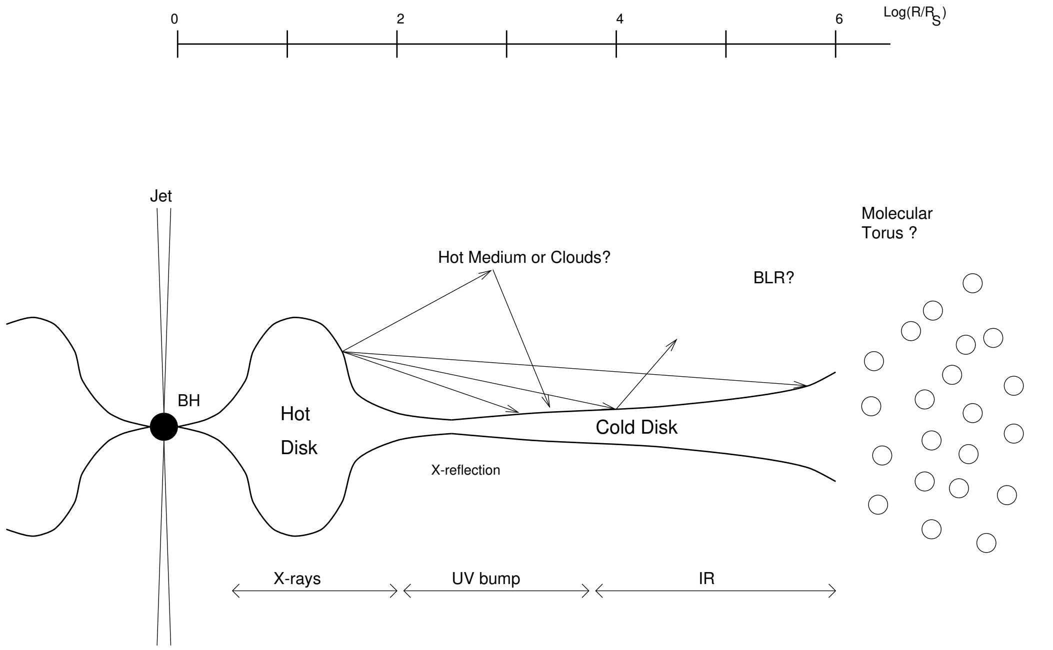

Abbildung 3.1: Ein vorstellbares Modell, wie Reflektionsstrukturen in Aktiven Galaxienkernen entstehen k"onnten (nach Collin-Souffrin 1994).

Nähe des zentralen Schwarzen Lochs zumindest bei einigen AGN als sicher angesehen. Dennoch ist Reflektion nicht in allen AGN beobachtet worden, zum Beispiel zeigt eine der am häufigsten beobachteten Seyfert-Galaxien, NGC 4151, keine Reflektion (Maisack & Yaqoob 1991).

Ein Modell, das erklärt, wie Reflektionsstrukturen in AGN entstehen könnten, wird in Abb. 3.1 gezeigt. Andere Geometrien sind natürlich möglich und auch die Form der in der Abbildung gezeigten Scheibe könnte falsch sein (siehe Dörrer 1995).

Diese Beobachtungen regten sehr viele weiterführende theoretische Arbeiten an. Lightman & White (1988) berechneten die Reflektion von kalten und heißen Scheiben mit Hilfe der Zweistromnäherung und von Ergebnissen von Monte Carlo-Rechnungen für die Green'sche Funktion für die Compton-Streuung relativistischer Photonen (White, Lightman & Zdziarski 1988). Auf diese Überlegungen wird in Abschnitt 3.1.1 noch näher eingegangen. Detailliertere Simulationen unter Verwendung der linearen Monte Carlo-Methode wurden von George, Nandra & Fabian (1990), George & Fabian (1991) und Matt, Perola & Piro (1991) unternommen. Alle diese Untersuchungen beinhalten als Strahlungsprozesse Compton-Streuung, Photoabsorption und Fluoreszenz, Matt, Perola & Piro berücksichtigten zusätzlich auch die durch eine relativistische Akkretionsscheibe verursachten kinematischen Effekte. Beide Gruppen fanden starke Fluoreszenzlinien mit Äquivalentbreiten der $\mathrm{K}\alpha$-Linie von ungefähr $150\,\mathrm{eV}$. Seit diesen ersten Arbeiten haben verschiedene Gruppen diese Rechnungen wiederholt und sie auf verschiedene Geometrien erweitert. Matt et al. (1992) erweiterten ihre vorherigen Rechnungen um den vollrelativistischen Grenzwert, Życki & Czerny (1994) simulierten die Reflektion und Fluoreszenz von teilweise ionisierten α- und β-Scheiben, Nandra & George (1994) simulierten die Reflektion von sphärischen Wolken, Reynolds et al. (1994) verallgemeinerten die Behandlung der Fluoreszenz auf andere Elemente als Eisen, Matt (1994) untersuchte die resonante *Absorption* der Eisenlinie in einem warmen Absorber, und Matt, Fabian & Ross (1993a, 1993b) und Życki et al. (1994) berechneten selbstkonsistente Modelle von Akkretionsscheiben, die auch die Heizung des Materials durch durch die reflektierenden Photonen beinhalten.

In diesem Kapitel wird zunächst gezeigt, wie man analytisch die ungefähre Form des Reflektionsbuckels erhalten kann (Abschnitt 3.1.1). Wenn diese Form bekannt ist, dann kann sie an Beobachtungen als eine zusätzliche spektrale Komponente angepaßt werden, deren Stärke normalerweise mit Hilfe eines geometrischen Bedeckungsfaktors interpretiert wird (Abschnitt 3.1.2). Nach diesem ersten theoretischen Abschnitt wird die lineare Monte Carlo-Methode beschrieben, die für die eigenen Rechnungen verwendet wurde (Abschnitt 3.2). Im letzten Abschnitt 3.3 werden einige Ergebnisse dieser Rechnungen vorgestellt.

3.1 Reflektion von kalten Scheiben

3.1.1 Das Reflektionsspektrum

Eine halbanalytische Näherung an das Reflektionsspektrum einer kalten Scheibe kann mit einer von Lightman & White (1988) entwickelten Methode erhalten werden.

Im folgenden wird die Photonenenergie der Einfachheit halber in Einheiten der Elektronenruhemasse $m_\mathrm{e}c^2$ gemessen und als $x = E/m_\mathrm{e}c^2$ geschrieben. Ist die Greensche Funktion $G(x, x_0)$ des Strahlungstransportproblems, das heißt die Wahrscheinlichkeit, daß ein Photon der Anfangsenergie x_0 aus der Scheibe mit einer Energie x entkommt, bekannt, so ist das Reflektionsspektrum durch

$$S_\mathrm{out}(x) = \int_x^{x_c} G(x, x_0) S_\mathrm{in}(x_0) \mathrm{d}x_0$$

gegeben wobei S_in das eingestrahlte und S_out das reflektierte Spektrum bezeichnet. Da für niedrige Photonenenergien Photoabsorption und für hohe Energien der Compton-Effekt dominiert, kann das Spektrum durch einen niederenergetischen und einen hochenergetischen Teil dargestellt werden. Im niederenergetischen Teil, für $E < 15\,\mathrm{keV}$, kann $G(x, x_0)$ mit der Eddington'schen Zweistromnäherung bestimmt werden:

$$G(x, x_0) \approx \frac{1 - \epsilon^{1/2}}{1 + \epsilon^{1/2}}\, \delta(x - x_0)$$

wo $\epsilon = \kappa_\nu/(\kappa_\nu + \kappa_\mathrm{es})$, $\kappa_i = \sigma_i n_i$ und n_i die Teilchendichte der jeweiligen Streuzentren ist.

Oberhalb von $15\,\mathrm{keV}$ kann Photoabsorption in erster Ordnung vernachlässigt werden. Daher kann die Greensche Funktion als

$$G(x, x_0) \approx W(x, x_0)\, G_\mathrm{es}(x, x_0)$$

geschrieben werden, wobei $W(x, x_0)$ ein die Photoabsorption berücksichtigender Korrekturterm und $G_\mathrm{es}(x, x_0)$ die Greensche Funktion für Comptonstreuung alleine ist. Diese Funktion wurde mit Hilfe von Monte Carlo-Methoden von White, Lightman & Zdziarski (1988) und Magdziarz & Zdziarski (1995) berechnet.

Substitution von $y = 1/x$ und $y_0 = 1/x_0$ ergibt wegen Energieerhaltung:

$$\int_0^{+\infty} G(\Delta y, y_0) \mathrm{d}\Delta y = -\int_0^{x_0} G(x, x_0) \mathrm{d}x = 1$$

Mit $\Delta y = x^{-1} - x_0^{-1}$ ist daher

$$-G(x, x_0) = G(\Delta y, y_0) \frac{\mathrm{d}\Delta y}{\mathrm{d}x} = -x^{-2} G(\Delta y, y_0)$$

(in White, Lightman & Zdziarski 1988 fehlen die Minuszeichen). $G(\Delta y, y_0)$ kann aus

$$G(\Delta y, y_0) = \begin{cases} B\,[(y_0 + 2)/y]^\beta & \text{für } \Delta y < 2 \\ A(\Delta y)^{-3/2} \left(\frac{\Delta y_c}{\Delta y}\right)^\alpha & \text{für } 2 < \Delta y < \Delta y_c \\ A(\Delta y)^{-3/2} & \text{für } \Delta y_c < \Delta y \end{cases}$$

berechnet werden, wobei

$$
\begin{aligned}
\Delta y_c &= 10^3 - y_0 \\
A &= 0.56 + 1.12 y_0^{-0.785} - 0.34 y_0^{-1.04} \\
\alpha &= -0.30 y_0^{-0.51} + 0.06 y_0^{-0.824} \\
\beta &= 0.37 - y_0^{0.85} \\
\gamma &= \begin{cases} [(\Delta y_c/2)^{\alpha+1/2} - 1]/(\alpha + 1/2) & \text{für } \alpha \neq -1/2 \\ \ln(\Delta y_c/2) & \text{für } \alpha = -1/2 \end{cases} \\
B &= \frac{1 - A \cdot (2+\gamma)/\Delta y_c^{1/2}}{y_0^{1-\beta}(y_0+2)^{\beta}[(1+2/y_0)^{1-\beta} - 1]/(1-\beta)}
\end{aligned}
$$

Der Korrekturfaktor $W(x, x_0)$ ist die Wahrscheinlichkeit dafür, daß ein Photon der Anfangsenergie x_0 vor Erreichen der Energie x nicht absorbiert wurde. Diese Wahrscheinlichkeit kann aus der Transportgleichung berechnet werden (die Transportgleichung ist die Strahlungstransportgleichung, in der die Zeit t anstelle der Entfernung $r = ct$ freie Variable ist).

$$\frac{\partial W}{c \partial t} = -\kappa_\nu(x) \rho W$$

Da die Energieänderung des Photons für niedrigere Energien ungefähr stetig ist, kann $\Delta E \propto -E^2$ verwendet werden. Daher ist die Rate der Energieänderung durch $\mathrm{d}x/\mathrm{d}t = -c\kappa_{\mathrm{es}} \rho x^2$ gegeben und dadurch

$$\frac{\mathrm{d}W}{\mathrm{d}x} = \frac{\kappa_\nu}{\kappa_{\mathrm{es}}} x^{-2} W$$

Diese Differentialgleichung kann unter Berücksichtigung der Randbedingung $W(x_0, x_0) = 1$ gelöst werden, um

$$W(x, x_0) = \exp\left[- \int_x^{x_0} \frac{\kappa_\nu(x')}{\kappa_{\mathrm{es}}} x'^{-2} \mathrm{d}x' \right]$$

zu erhalten. Unter der Annahme, daß $\kappa_\nu \approx C \kappa_{\mathrm{es}} x^{-\alpha}$, ist dies

$$W(x, x_0) \approx \exp\left[\frac{C}{\alpha+1} \left(x_0^{-(\alpha+1)} - x^{-(\alpha+1)} \right) \right]$$

Lightman & White wählen $C \approx 10^{-5}$ und $\alpha = 3$, für die Wirkungsquerschnitte von Verner et al. (1993) ist $C = 1.25 \times 10^{-5}$.

3.1.2 Der Bedeckungsfaktor

Bei der Spektralanalyse in der Röntgenastronomie werden aufgrund der geringen Energieauflösung der verwendeten Detektoren normalerweise spektrale Modelle an die beobachteten Daten angepaßt. Daher wird Reflektion normalerweise als eine zusätzliche Komponente beim spektralen Fitten angeboten. Die meisten Berechnungen des Reflektionsspektrums haben angenommen, daß die Reflektionskomponente durch die Einstrahlung eines bis zu sehr hohen Energien fortgesetzten Potenzgesetz-Spektrums auf die Scheibe verursacht wird. In diesem Fall ist die einzige für die spektrale Anpassung freie Variable das Verhältnis zwischen der reflektierten Komponente, f_{refl}, und der nicht-reflektierten, “primären”, Komponente f_{prim}. Daher wird das spektrale Modell häufig als

$$f_{\mathrm{obs}}(E) = f_{\mathrm{prim}}(E) + A f_{\mathrm{refl}}(E) \tag{3.1}$$

angesetzt. Wegen der streng mathematischen Definition von A ist es möglich, daß $A > 1$. Häufig wird A fehlerhaft als Bedeckungsfaktor (englisch "covering factor") bezeichnet und dadurch mit einer geometrischen Interpretation versehen.

Diese geometrische Interpretation ist jedoch nicht immer gültig. Wenn unter einer Punktquelle, die das Spektrum $f_{\mathrm{inc}}(E)$ isotrop in alle Richtungen abstrahlt, eine kalte Scheibe großer optischer Tiefe mit der Winkelausdehnung Ω plaziert wird ist das von der Scheibe reflektierte Spektrum durch $f_{\mathrm{refl}}(f_{\mathrm{inc}}; E)$ gegeben. Das von dieser Konfiguration zu beobachtende Spektrum ist

$$f_{\mathrm{obs}}(E) = f_{\mathrm{inc}} + \frac{\Omega}{2\pi} \cdot f_{\mathrm{refl}}(f_{\mathrm{inc}}; E) \tag{3.2}$$

Diese Gleichung ist der Gl. (3.1) sehr ähnlich, unterscheidet sich aber in zwei Punkten:

- In Gl. (3.2) wird angenommen, daß das reflektierte Spektrum von der einfallenden Strahlung erzeugt wird, was bei Gl. (3.1) nicht der Fall ist.
- In Gl. (3.2) hat $\Omega/2\pi$ eine geometrische Bedeutung, sie ist die von der Punktquelle aus gesehene Bedeckungsdichte der Scheibe. Daher ist $\Omega/2\pi \leq 1$. In Gl. (3.1) ist A hingegen eine Zahl.

Nur wenn das gleiche Spektrum wie f_{inc} als f_{prim} verwendet wird und nur wenn A kleiner als eins ist, ist die geometrische Interpretation von A als Bedeckungsdichte gerechtfertigt. Für alle anderen Geometrien ist A nur eine Zahl, die die Stärke des reflektierten Spektrums angibt.

Gleichung (3.1) ist nicht die einzige Gleichung, mit der in der Literatur versucht wurde, das reflektierte Spektrum zu charakterisieren. Döbereiner et al. (1995) verwenden

$$f_{\mathrm{obs}}(E) = (1 - B) f_{\mathrm{inc}} + B f_{\mathrm{refl}}(f_{\mathrm{inc}})$$

wo B eine Normalisierungskonstante ist, wohingegen Marshall et al. (1993) den absoluten Fluß der Reflektionskomponente bei einer vorgegebenen Energie angeben, usw.

Meiner Meinung nach ist der zweite Weg, die reflektierte Komponente zu charakterisieren, der sinnvollere, da dieser Ansatz alle geometrische Interpretation vermeidet. In den vergangenen Jahren hat es sich jedoch durchgesetzt, A anzugeben und als $\Omega/2\pi$ zu interpretieren. Um es noch einmal zu wiederholen: Wegen der streng *mathematischen* Interpretation von A kann dies zu Bedeckungsdichten größer eins führen.

3.2 Die lineare Monte Carlo-Methode

Obwohl die in Abschnitt 3.1.1 gegebenen analytischen Resultate schon viel von der Physik der Compton-Reflektion zeigen, ist es mit ihnen allerdings nur schwer möglich, genaue Spektren zu erhalten. Für hochenergetische Photonen können Klein-Nishina-Korrekturen wichtig werden, deren Berücksichtigung in analytischen Methoden zu sehr umständlichen Formulierungen führt. Ferner ist es ein großes Problem, die Behandlung der Reflektion auf nicht-scheibenförmige Geometrien auszuweiten. Aus diesem Grund werden numerische Methoden benötigt, mit denen das exakte Problem für alle Geometrien lösbar ist.

Eine der einfachsten Lösungsmethoden ist die Verwendung einer linearen Monte Carlo-Methode, bei der Lösung des Strahlungstransportproblems auf die Simulation der Bewegung eines Photons unter Berücksichtigung der korrekten Systemgeometrie zurückgeführt wird. Dabei versucht man, bei der Simulation so nahe wie möglich an der realen Welt zu bleiben:

Algorithmus 1 *Einfache Monte Carlo-Methode*

- *Generiere ein Photon an einer gewissen Position und Ausbreitungsrichtung.*

- *Generiere die Entfernung, die das Photon zurücklegen darf, unter Verwendung der Tatsache, daß die Wahrscheinlichkeit für das Zurücklegen einer der optischen Tiefe τ entsprechenden Weglänge $e^{-\tau}$ beträgt (dies ergibt sich aus dem Absorptionsgesetz), d.h. generiere die zurückzulegende optische Tiefe τ aus einer Exponentialverteilung. Die optische Tiefe kann unter Verwendung des Wirkungsquerschnitts σ und der Teilchendichte n des streuenden Materials in eine physikalische Länge $l = \tau/n\sigma$ umgerechnet werden, wobei σ der totale Wirkungsquerschnitt für Absorption* und *Compton-Streuung ist.*
- *Wenn das Photon die Scheibe verläßt, gehe zum ersten Schritt und erzeuge ein neues Photon.*
- *Entscheide unter Verwendung der Wirkungsquerschnitte für Compton-Streuung, $\sigma_{\rm es}$, und Photoabsorption, $\sigma_{\rm bf}$ ob das Photon absorbiert oder Compton-gestreut wird. Zum Beispiel ist die Wahrscheinlichkeit für Compton-Streuung $P_{\rm es} = \sigma_{\rm es}/(\sigma_{\rm es} + \sigma_{\rm bf})$. Wenn α eine auf $]0,1]$ gleichverteilte Zufallszahl ist, dann wird das Photon Compton-streuen, wenn $\alpha < P_{\rm es}$.*
- *Simuliere den Streuvorgang: Entweder wird Compton-Streuung unter Verwendung der korrekten Mikrophysik simuliert, oder das Photon wird absorbiert. Im zweiteren Fall ist die Wahrscheinlichkeit, daß das Photon durch Fluoreszenz "re-emittiert" wird, durch die Fluoreszenzausbeute gegeben. Wird das Photon nicht wieder emittiert, wird es gelöscht und das nächste Photon generiert.*
- *Simuliere den nächsten Schritt.*

Die meisten der oben skizzierten Schritte verwenden probabilistische Ideen. Diese sollen in diesem Kapitel nicht beschrieben werden, da dies vom eigentlichen Thema, der Berechnung der Reflektivität von Akkretionsscheiben, ablenken würde. Auf die meisten der bei der Programmierung eines Monte Carlo-Codes erforderlichen Algorithmen wird in Anhang A eingegangen.

Der oben beschriebene Algorithmus 1 ist aus verschiedenen Gründen sehr ineffizient, da die meisten der simulierten Photonen niemals in das emittierte Spektrum gelangen, da sie vorher absorbiert werden. Auch wird die Fluoreszenz sehr ineffizient simuliert. Tests mit einem derartigen Programm zeigen, daß mehr als 10^6 Photonen benötigt werden, um eine zuverlässige Statistik im emittierten Spektrum zu erhalten. Das entspricht etwa einer CPU-Stunde auf einer Sun 10/40. Es ist also notwendig, den obigen Algorithmus zu verbessern.

Eine der effizientesten Methoden, den Algorithmus zu beschleunigen, verwendet probabilistische Ideen. Es ist nicht notwendig, einzelne Photonen zu simulieren, sondern man kann auch "Pakete" von Photonen verwenden. Das nennt man die "Gewichtsmethode" in der Theorie der Monte Carlo-Methode, oder auch eine "photon splitting technique" in der Astronomie (dies hat natürlich nichts mit dem aus der QED bekannten physikalischen Prozeß der Photonenaufspaltung in starken Magnetfeldern zu tun). Für röntgenastronomische Rechnungen wurde diese Methode zuerst von Pozdnyakov, Sobol & Sunyaev (1983) und Górecki & Wilczewski (1984) verwendet, in anderen Feldern ist sie wesentlich früher benutzt worden (siehe z.B. bei Marchuk et al. 1980, wo die Verwendung in der Atmosphärenoptik beschrieben wird). Die grundlegende Idee der Methode ist, jedem Photon ein statistisches Gewicht w zuzuweisen, das die jeweilige "Bedeutung" des Photons charakterisiert. Soll zum Beispiel die Entstehung der Fe Kα-Linie studiert werden, dann kann angenommen werden, daß das Photon bei *jedem* Absorptionsvorgang von der Eisen-K-Schale absorbiert wird, falls das energetisch möglich ist. In der Natur ist die Wahrscheinlichkeit für dieses Ereignis durch $\sigma_{\rm ph,Fe}/\sigma_{\rm ph,tot}$ gegeben, ferner ist die Wahrscheinlichkeit für die Reemission des Photons durch die Fluoreszenzausbeute Y gegeben. Anstelle diese Wahrscheinlichkeiten zu simulieren, wie das in dem obigen Algorithmus 1 getan wird, kann einfach das Gewicht des Photons mit diesen Wahrscheinlichkeiten multipliziert werden. Das heißt, daß das Photon nach dem Absorptionsereignis nur noch das statistische Gewicht $w' = w \cdot \sigma_{\rm bf,Fe}/\sigma_{\rm bf,tot} \cdot Y$ hat. Ferner bekommt es die Linienenergie zugewiesen. Diese Methode ist wesentlich schneller als die einfache Monte Carlo-Methode, da so gut wie jeder simulierte Photonenweg zu einem von der Scheibe emittierten Photon führt. Zusätzlich wird dadurch auch die Zahl der Photonenwege, bei denen mehr als ein Streuereignis vorkam, im emittierten Spektrum größer, was zu einer großen Verminderung des statistischen Rauschens im Spektrum führt. Als Beispiel sei angeführt, daß

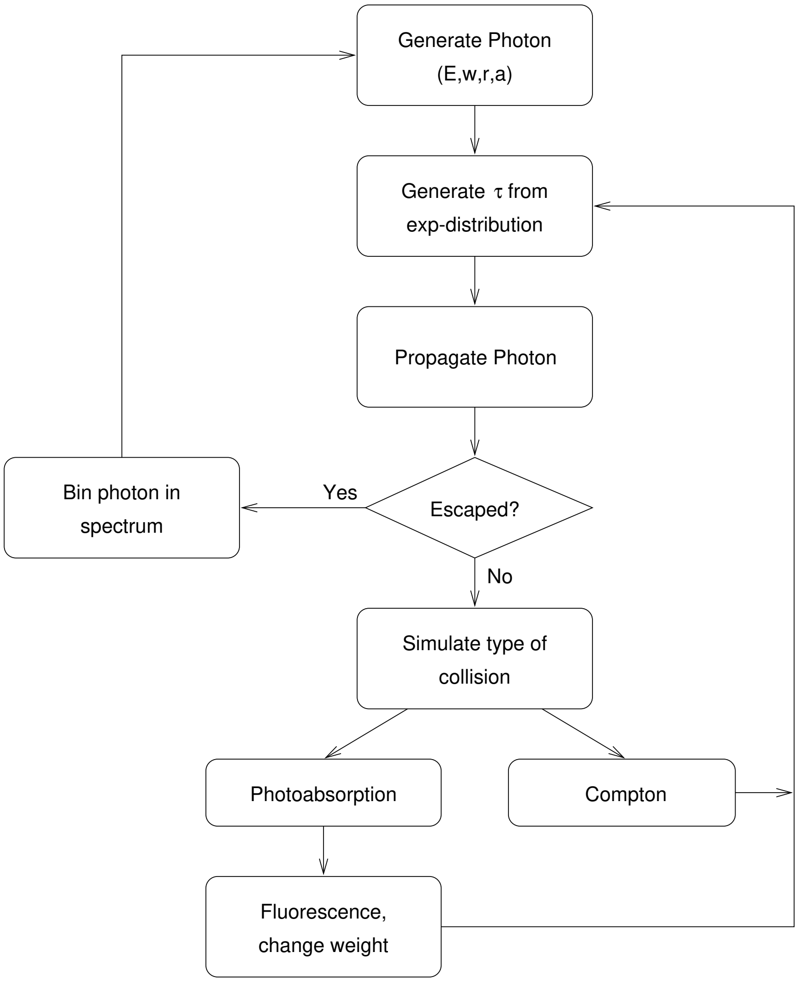

Abbildung 3.2: Flu”sdiagramm zur Erl”auterung des Prinzips des Strahlungstransports mit einer linearen Monte Carlo-Methode.

mit der Methode des Algorithmus 1 mehrere Millionen Photonen generiert werden müssen, um eine sichtbare Eisenlinie im Spektrum zu erhalten. Die Methode der statistischen Gewichte führt hingegen schon nach einigen 100 000 simulierten Photonenpaketen zum Ziel.

Unter Berücksichtigung dieser Gedanken kann die folgende Verbesserung von Algorithmus 1 angegeben werden:

Algorithmus 2 *Monte Carlo-Methode mit statistischen Gewichten*

1. *Generiere ein Photon der Energie E mit statistischem Gewicht w, Position $\mathbf{x} = (x, y, z)$ und Richtung $\mathbf{a} = (a, b, c)$.*
2. *Generiere eine mittlere freie "Weglänge" τ aus einer Exponentialverteilung.*
3. *Propagiere das Photon über eine Länge l, die unter Berücksichtigung der Photonenrichtung als Lösung der Gleichung $\tau = \int_0^l \sigma_{\mathrm{tot}}(s)n(s)\mathrm{d}s$ erhalten wird. Dabei ist $\sigma_{\mathrm{tot}}(s)$ der Gesamtwirkungsquerschnitt, d.h. $\sigma_{\mathrm{tot}} = \sigma_{\mathrm{es}} + \sigma_{\mathrm{bf}}$.*
4. *Teste ob das Photon die Scheibe verläßt. Wenn Ja: Ausgabe von $\mathbf{x}$, $\mathbf{a}$, w, und E. Gehe zu 1*
5. *Das Photon wurde nicht emittiert. Entscheide, ob das Photon Compton-gestreut oder absorbiert wird. Generiere eine gleichverteilte Zufallszahl α zwischen 0 und 1. Wenn $\alpha < \sigma_{\mathrm{es}}/\sigma_{\mathrm{tot}}$ gehe zu Schritt 5b.*
   - 5a *Das Photon wird absorbiert. Emittiere es, falls möglich, als Fluoreszenzphoton:*
     - 5aa *Berechne den Wirkungsquerschnitt aller Atomschalen, die in der Rechnung berücksichtigt werden, σ_{fluor}.*
     - 5ab *Wenn $\sigma_{\mathrm{fluor}} = 0$ ist keine Fluoreszenz möglich. Lösche das Photon und gehe zu Schritt 1.*
     - 5ac *Fluoreszenz ist möglich. Entscheide unter Verwendung der Absorptionswahrscheinlichkeiten $\sigma_{nl}/\sigma_{\mathrm{fluor}}$, welches Element und welche Schale nl das Photon emittiert.*
     - 5ad *Falls von Schale nl mehr als eine Linie emittiert werden kann, entscheide mit Hilfe der statistischen Gewichte g, welche Linie emittiert wird.*
     - 5ae *Justiere das statistische Gewicht: $w := w \cdot Y_{nl} \cdot \sigma_{\mathrm{fluor}}/\sigma_{\mathrm{tot}}$.*
   - 5b *Simuliere die Compton-Streuung.*
6. *Gehe zu 2.*

Ein Flußdiagramm des Algorithmus ist in Abb. 3.2 gegeben. In der Abbildung wird das von der Scheibe emittierte Photon in ein Spektrum gebinnt, anstelle der Ausgabe von $\mathbf{x}$, $\mathbf{a}$, w und E im obigen Schritt 4. Da das statistische Gewicht proportional zur Photonenzahl ist, heißt das, daß das statistische Gewicht des Photonenpakets zu dem emittierten Spektrum addiert wird. Die Interpretation von (w, E) als einem Photonenpaket vereinfacht auch die Simulation des einfallenden Spektrums $N_{\mathrm{ph}}(E)$, wo $N_{\mathrm{ph}}(E)$ die Photonendichte bei der Energie E ist (Einheit: $\mathrm{ph\,cm^{-2}\,s^{-1}\,keV^{-1}}$). Zunächst werden die Photonenenergien mit Hilfe einer beliebigen Wahrscheinlichkeitsdichte $p(E)$ erzeugt. Wird dann $w(E) \propto N_{\mathrm{ph}}(E)/p(E)$ gewählt, so wird das korrekte einfallende Spektrum simuliert. Sehr häufig wird $p(E) \propto E^{-1}$ gewählt, da dies eine gleichförmige Energieauflösung über das gesamte Spektrum liefert, die dringend benötigt wird, da die typischen simulierten Spektren einen Energiebereich von $0.1\,\mathrm{keV}$ bis $1\,\mathrm{MeV}$ überstreichen müssen. In dem Fall, daß das Photonenspektrum einem Potenzgesetz genügt, mit einem Fluß $f(E) \propto E^{-\alpha}$ wird dann $w(E) \propto E^{-(\alpha+1)}/E^{-1} \propto E^{-\alpha}$ gewählt.

Die oben gegebene Wahrscheinlichkeitsdichte $p(E) \propto E^{-1}$ ist nicht die einzige mögliche Wahl für die Energieverteilung der einfallenden Photonen. Wenn eine bessere Auflösung bei niedrigen Energien erforderlich ist (z.B. wegen der starken Absorption bei diesen Energien) kann zum Beispiel $p(E) \propto E^{-2}$ oder sogar eine noch steilere Verteilung sinnvoll sein.

Algorithmus 2 funktioniert sehr gut im Falle hoher optischer Tiefen. Daher wurden die im nächsten Abschnitt beschriebenen Simulationen mit dieser Version des Algorithmus durchgeführt. Im Falle niedriger optischer Tiefen, also zum Beispiel bei der Berechnung der Transmission von Strahlung durch dünnes Gas der optischen Tiefe $\tau_{\max}$, ist der Algorithmus immer noch nicht effizient genug. Die Wahrscheinlichkeit, daß ein Photon *nicht* streut, ist durch $\exp(-\tau_{\max})$ gegeben. Ist $\tau_{\max}$ klein, dann müssen im obigen Algorithmus sehr viele Photonen simuliert werden, um die wenigen streuenden zu finden. Ist die optische Tiefe zum Rand des Mediums während des i-ten Simulationsschrittes des Photons durch τ_i gegeben, dann ist nach dem oben Gesagten die Wahrscheinlichkeit dafür, daß das Photon den Rand erreicht, $\exp(-\tau_i)$ und daher die Wahrscheinlichkeit für ein Verbleiben des Photons im Medium $1 - \exp(-\tau_i)$. Man kann sich dies zunutze machen, in dem man jeden Schritt des Monte Carlo-Algorithmus in zwei Schritte zerlegt: einen Schritt, bei dem das Photon das System verläßt und dem Spektrum hinzugefügt wird, und einen, bei dem das Photon im System verbleibt. Das heißt, daß man nach jedem Schritt i das statistische Gewicht $w_i \cdot \exp(-\tau_i)$ dem emittierten Spektrum hinzufügt und gleichzeitig das statistische Gewicht des Photons um denselben Faktor verringert. Da angenommen wird, daß das Photon im System verbleibt, ist die Wahrscheinlichkeitsverteilung seiner mittleren freien Weglänge nicht mehr $1 - \exp(-\tau)$, sondern

$$P(\tau < \tau_i) = \frac{1 - \exp(-\tau)}{1 - \exp(-\tau_i)}$$

Unter Verwendung dieser Wahrscheinlichkeitsverteilung wird ein sehr schnellen Monte Carlo-Code erhalten, der auch im Falle kleiner optischer Tiefen noch effizient ist. Die Simulation optischer Tiefen mit der obigen Wahrscheinlichkeitsverteilung kann mit Hilfe der Inversionsmethode aus Anhang A effizient durchgeführt werden.

3.3 Ergebnisse

Der in Abschnitt 3.2 geschilderte Algorithmus wurde verwendet um die Compton-Reflektion von einer kalten Scheibe sehr hoher optischer Tiefe zu simulieren. Hierzu wurden Photonen mit einer vorgegebenen Richtungsverteilung in die Scheibe injiziert und ihnen dann bis zum Verlassen der Scheibe gefolgt. In den hier geschilderten Simulationen wurden typischerweise ein bis fünf Millionen Photonen verwendet, um eine zuverlässige Statistik im reflektierten Spektrum zu erhalten. Die Rechenzeit betrug einige Stunden pro Simulation auf einer Sun 10/40 oder einer mit 150 MHz getakteten DEC 3000 Alpha Workstation.

3.3.1 Das Reflektionsspektrum

In Abb. 3.3 wird das gesamte Reflektionsspektrum für ein einfallendes Potenzgesetzspektrum mit $\Gamma = 1.7$ gezeigt. Bei dieser Simulation wurde angenommen, daß das einfallende Spektrum von einer weit entfernten Quelle stammt, so daß die Photonen parallel zur Oberflächennormalen der Scheibe eingestrahlt wurden. Ein Vergleich der Abb. 3.3 mit George & Fabian (1991, fig. 12) zeigt die Ähnlichkeit dieser zwei Abbildungen, obwohl die Abbildung von George & Fabian's die Abhängigkeit von dem Betrachtungswinkel auf das reflektierte Spektrum zeigt und nicht das gesamte reflektierte Spektrum. Die Winkelabhängigkeit des reflektierten Spektrums wird weiter unten behandelt.

Die Wahl des Photonen-Index $\Gamma = 1.7$ für die in Abb. 3.3 dargestellte Simulation ist dadurch begründet, daß lange Zeit gedacht worden war, daß dieser Index charakteristisch für das von Seyfert-Galaxien beobachtete spektrale Kontinuum sei. Die dieser Vermutung zugrunde liegenden beobachteten Spektren waren alle unter der Annahme ausgewertet worden, daß keine Reflektionskomponente in ihnen vorhanden ist. Aus Abb. 3.3 kann man ersehen, daß der Einfluß

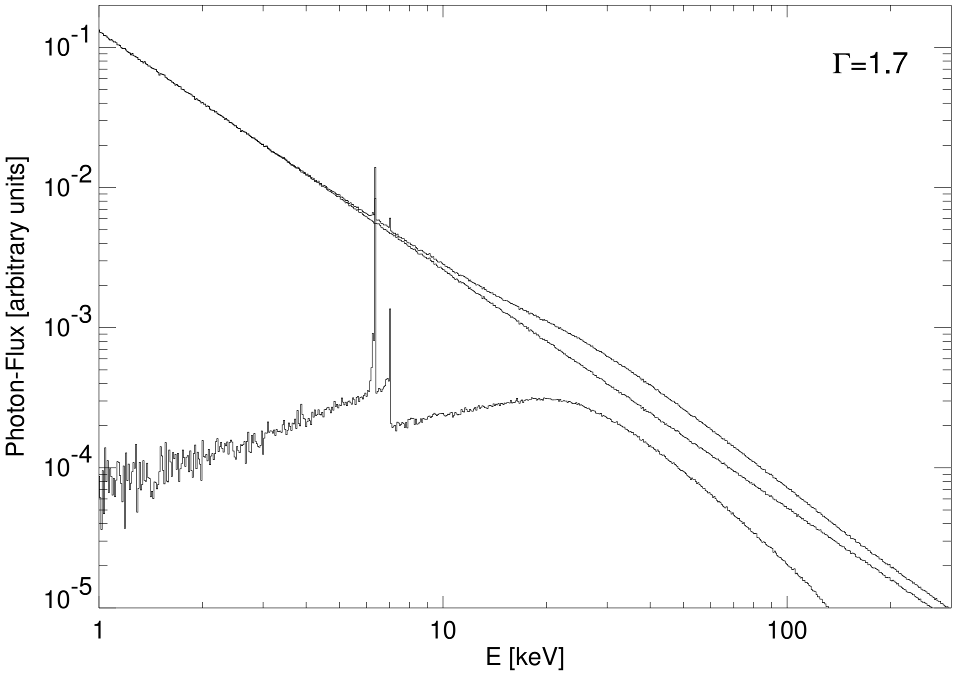

Abbildung 3.3: ”Uber alle Winkel gemitteltes Reflektionsspektrum, einfallendes Spektrum, und Summe des reflektierten und des einfallenden Spektrums. Das einfallende Spektrum folgt einem Potenzgesetz von $0.1\,\mathrm{keV}$ bis $500\,\mathrm{keV}$. Der Energieindex ist $\Gamma = 1.7$. Die Spektren sind als Photonenspektren dargestellt, um den Vergleich mit George & Fabian (1991, fig. 12) zu erm”oglichen.

einer Reflektionskomponente das Spektrum bei Energien um $10\,\mathrm{keV}$ herum härtet. Das heißt, daß das gemessene Γ im 5–10 keV-Band durch Reflektion vermindert wird. Tatsächlich zeigt eine neuere Analyse der Seyfert-Spektren, die unter Annahme des Vorhandenseins von Reflektion durchgeführt wurde, daß der generische Spektralindex der Seyfert-Galaxien eher bei $\Gamma = 1.9$ liegt (Pounds et al. 1994).

Außer einem Härten des Spektrums können in den Reflektionsspektren auch starke Eisen Kα und Kβ Linien, sowie eine K-Absorptionskante des Eisens beobachtet werden. In der Abb. 3.3 zugrundeliegenden Simulation war Eisen das einzige Element, bei dem Fluoreszenz zugelassen war. Die Eisenstrukturen werden Abschnitt 3.3.2 noch genauer untersucht. An dieser Stelle soll jedoch festgehalten werden, daß die *sehr* starke Eisenlinie im Reflektionsspektrum die von Jourdain & Roques (1995) forcierte Möglichkeit ausschließt, daß das Spektrum von NGC 4151 ein reines Reflektionsspektrum ist. Die Simulationen von Jourdain & Roques beinhalten als Strahlungsprozesse nur den Photoeffekt und Compton-Streuung, nicht aber die für das spektrale Aussehen sehr wichtige Fluoreszenz.

Da $\Gamma = 1.9$ näher an dem generischen Spektralindex der Seyfert-Galaxien liegt, sollen nun die Reflektionseigenschaften der kalten Scheibe für diesen Spektralindex genauer studiert werden. Das sich für diesen Spektralindex ergebende Gesamtspektrum wird in Abb. 3.4 dargestellt. Bei dieser Simulation wurde Fluoreszenz von allen Elementen mit $Z \leq 30$ erlaubt. Das führt dazu, daß das Reflektionsspektrum 3.4 wesentlich reicher an Linien ist, als das aus Abb. 3.3. Bei $1.7\,\mathrm{keV}$ ist eine Si $\mathrm{K}\alpha$ Linie zu erkennen, während bei $2.3\,\mathrm{keV}$ die $\mathrm{K}\alpha$-Linie von Schwefel zu finden ist. Die Struktur bei $2.9\,\mathrm{keV}$ ist entweder eine statistische Fluktuation, oder es handelt sich um die $\mathrm{K}\alpha$-Linie von Argon. Im Gegensatz zu den Simulationen von George & Fabian (1991) ist keine Nickel-Linie im Spektrum zu erkennen. Obwohl Fluoreszenzphotonen des Nickel während der Simulation emittiert wurden, wurden nahezu alle von Eisen wieder absorbiert (die Ni

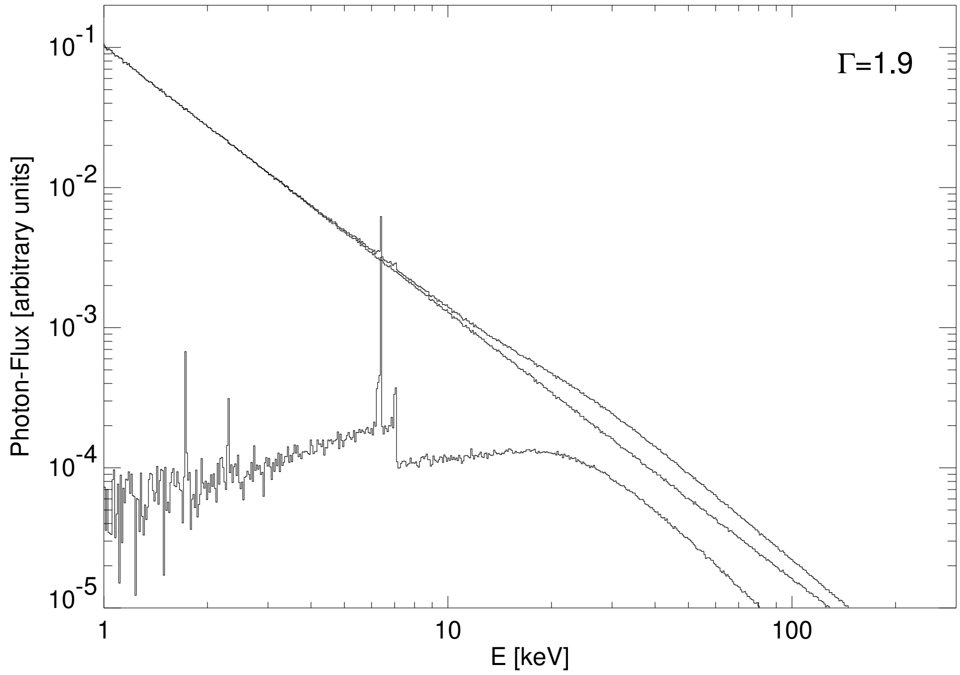

Abbildung 3.4: "Uber alle Winkel gemittelte Spektren f"ur ein einfallendes Potenzgesetzspektrum mit $\Gamma = 1.9$. Fluoreszenz von allen Elementen mit $Z \leq 30$ war bei dieser Simulation m"oglich.

$\mathrm{K}\alpha$-Linienenergie ist nahe der K-Absorptionskante des Eisens). Die Simulationen von George & Fabian wurden mit wesentlich mehr Photonen durchgeführt (ein Faktor 10 bis 100), als das hier aus Rechenzeitgründen möglich war. Daher können in den Simulationen von George & Fabian (1991) auch Linien mit wesentlich kleinere Äquivalentbreiten erhalten werden, als in den in dieser Arbeit vorgestellten. Es sei jedoch angemerkt, daß George & Fabian nur Eisen und Nickel als fluoreszierende Elemente in ihren Simulationen zulassen, während die hier präsentierten Simulationen die ersten 30 Elemente enthalten.

In Abb. 3.5 ist die Albedo der Scheibe für die $\Gamma = 1.9$-Simulation für Photonenenergien von 5, 10, 20 und 50 keV dargestellt. Die Albedo wurde hierbei als das Verhältnis zwischen einfallendem und reflektiertem Photonenfluß in einem 1 keV breiten Energieband um die jeweilige Energie herum definiert. Bei allen Energien ist klar das von einem diffusen Streuer zu erwartende Verhalten zu erkennen, d.h. die Albedo ist proportional zu $1 - \mu^2$ wo μ der Cosinus des Winkels zwischen der Scheibenoberfläche und der Sichtlinie des Beobachters ist (dies wird auf S. 46 auch für die Emissionslinien gezeigt). Die Scheibe reflektiert daher den größten Teil der einfallenden Strahlung senkrecht zu ihrer Oberfläche weg, während der reflektierte Fluß bei großen Inklinationen unterdrückt wird. Die verschieden große Albedo bei den verschiedenen Energien drückt die Form des Reflektionsspektrums aus. Bei einigen 10 keV ist die Albedo größer als 1, d.h. es werden mehr Photonen reflektiert, als bei dieser Energie eingestrahlt werden. Es sind dies die Photonen, die von höheren Energien herabgestreut wurden und im Reflektionsbuckel emittiert werden. Oberhalb von 50 keV wird die Albedo wieder kleiner, dieses Verhalten der Albedo wird in Abb. 3.5 der Übersichtlichkeit halber nicht dargestellt. Die Gesamtalbedo der Scheibe im Band von 5 bis 150 keV ist im Falle der $\Gamma = 1.9$-Simulation 20%, was ein typischer Wert für alle Simulationen ist.

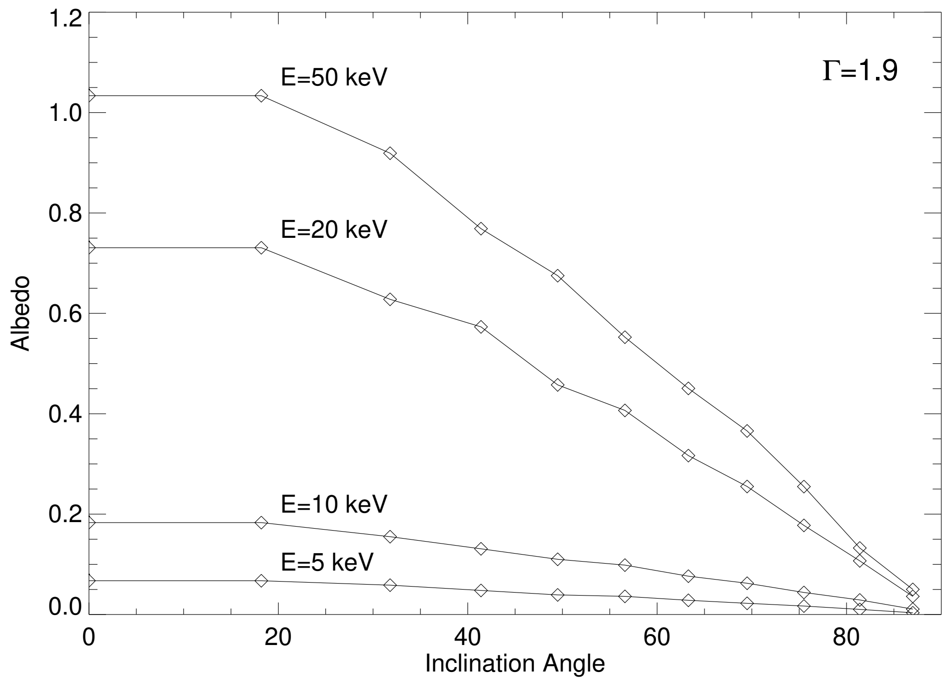

Abbildung 3.5: Reflektivit"at der Akkretionsscheibe in B"andern von 1 keV Breite um die Photonenenergien 5, 10, 20 und 50 keV als Funktion des Betrachtungswinkels (inclination angle).

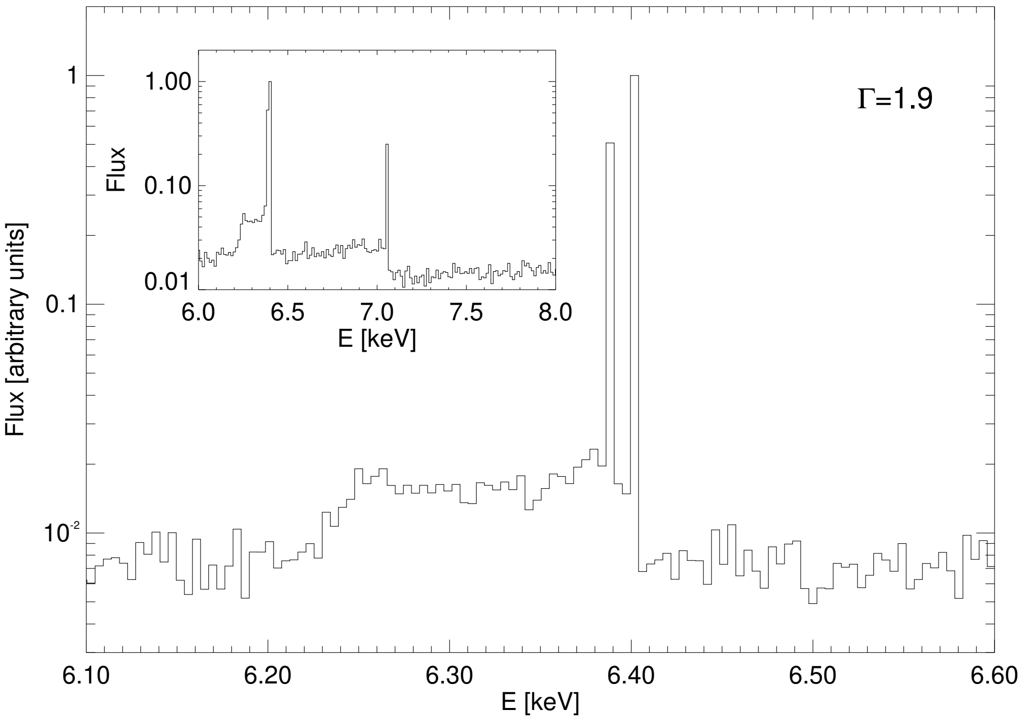

Abbildung 3.6: Flu"sspektrum des Eisen $\mathrm{K}\alpha$-Bandes f"ur die $\Gamma = 1.9$-Simulation, da"s die f"ur Compton-Streuung charakteristische Linienverbreiterung und die Komponenten der $\mathrm{K}\alpha$-Linie zeigt. Der Einsatz zeigt alle in den Simulationen vorhandenen Eisenstrukturen: Die verbreiterte $\mathrm{K}\alpha$-Linie, die $\mathrm{K}\beta$-Linie (wo die Verbreiterung kaum zu erkennen ist), und die K-Absorptionskante.

3.3.2 Das Eisen-Band

Die Eisenstrukturen sind sicherlich die auffälligsten im Reflektionsspektrum zu sehenden Strukturen, und insbesondere die Fe $\mathrm{K}\alpha$-Linie besitzt viele interessante Eigenschaften, die zeigen, wie Reflektion das Spektrum beeinflußt. In Abb. 3.6 ist das Band der Fe $\mathrm{K}\alpha$-Linie der $\Gamma = 1.9$-Simulation gezeigt. In dieser Auflösung können die $\mathrm{K}\alpha_1$- und $\mathrm{K}\alpha_2$-Linie getrennt werden. In den 150 eV unterhalb 6.4 keV kann ein Überschuß an Photonen festgestellt werden. Während die Linienphotonen bei 6.4 keV die Scheibe ohne weitere Streuungen verlassen haben, sind die Photonen in diesem Band noch einmal Compton-gestreut worden. Die Photonen, die mit einer Energie von 6.24 keV die Scheibe verlassen sind die, die direkt in die Scheibe hinein emittiert und dann einmal rückwartsgestreut wurden (Streuwinkel $\theta = 180°$). Das ergibt sich aus Gl. (2.6), S. 29. Für ein 6.4 keV-Photon liefert diese Gleichung eine Energie von 6.24 keV für Rückwärtsstreuung. Das Gesamtprofil der Linie kann aufgrund der anderen Energieauflösung im Einsatz von Abb. 3.6 besser gesehen werden. Weitere Details zum Linienprofil finden sich bei Hua & Lingenfelter (1992, und darin angegebene Literatur).

Normalerweise werden Linienstärken in Form der Äquivalentbreite angegeben. Für Emissionslinien ist diese definiert als

$$\mathrm{EW} = \frac{\int_{\mathrm{Line}} (F_{\mathrm{obs}}(E) - F_{\mathrm{cont}}(E))\mathrm{d}E}{\int_{\mathrm{Line}} F_{\mathrm{cont}}(E)\mathrm{d}E} \tag{3.3}$$

wobei ist $F_{\mathrm{obs}}(E)$ der gemessene spektrale Fluß, inklusive der Linie, und $F_{\mathrm{cont}}(E)$ ist das spektrale Kontinuum, also ohne die Linie. Für die Bestimmung der hier angegebenen Äquivalentbreiten wurde das Kontinuum durch Anpassung eines Potenzgesetzes an das Spektrum außerhalb der Linie bestimmt. Hierzu wurde eine einfache lineare Regression an $\log F_{\mathrm{obs}}$ verwendet.

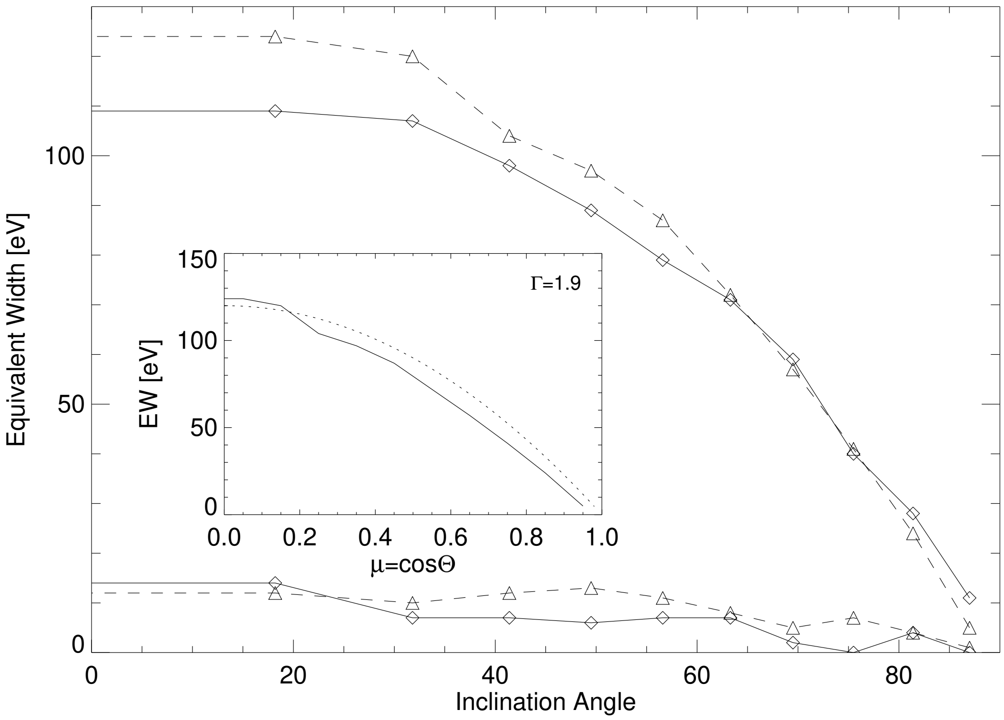

Abbildung 3.7: "Aquivalentbreiten der Fe Kα- und Fe Kβ-Fluoreszenzlinien f"ur die Modelle mit $\Gamma = 1.9$ (durchgezogene Linie) und $\Gamma = 1.7$ (gestrichelte Linie) als Funktion des Betrachtungswinkels (Inclination angle). Die Fe Kα-Linie hat die wesentlich gr"o"sere "Aquivalentbreite. Der Einsatz stellt die "Aquivalentbreite als eine Funktion des Cosinus des zur Scheibenoberfl"ache gemessenen Winkels $\mu = \cos\theta$ und die Funktion $122(1 - \mu^2)\,\mathrm{eV}$ f"ur $\Gamma = 1.9$ dar.

In Abb. 3.7 wird die Abhängigkeit der Äquivalentbreiten der Fe Kα- und der Fe Kβ-Linien vom Betrachtungswinkel i für die $\Gamma = 1.7$ und die $\Gamma = 1.9$ Simulation dargestellt. Der Betrachtungswinkel ist hier definiert als der Winkel zwischen der Scheibennormalen und dem Betrachter. Scheiben, die direkt von oben betrachtet werden, lassen eine wesentlich stärkere Linie zu als Scheiben, die von der Seite betrachtet werden. Der Einsatz in Abb. 3.7 zeigt, daß die Äquivalentbreite der Fe Kα-Linie im Falle des $\Gamma = 1.9$-Modells gut durch die Funktion $(1 - \mu^2)\,\mathrm{eV}$ beschrieben werden kann, wo $\mu = \cos\theta$ und θ der gegen die Scheibenoberfläche gemessene Winkel ist. Es ist also $\theta + i = 90°$. Diese Funktion bestimmt die Randverdunkelung für eine unendlich ausgedehnte Scheibe unendlicher optischer Tiefe.

Kapitel 4

Akkretionsscheibenkoronen: Theorie

Sowohl von Seite der Beobachtung wie auch von Seite der Theorie sprechen viele Gründe für die Annahme, daß die Akkretionsscheiben in vielen Röntgendoppelsternen, Seyfert-Galaxien und Quasaren Koronen besitzen. In dieser Arbeit soll dabei eine Akkretionsscheibenkorona als ein Plasma definiert werden, das die Akkretionsscheibe umgibt und eine wesentlich höhere Temperatur als die Effektivtemperatur der Akkretionsscheibe hat. Das Hochenergiespektrum vieler galaktischer und extragalaktischer Schwarzlochkandidaten kann qualitativ durch ein Potenzgesetz mit Index $\Gamma \approx 1.6$ und einem Abbruch bei hohen Energien (80 bis $120\,\mathrm{keV}$) beschrieben werden. Bei niedrigen Energien wird das Spektrum durch Eisenstrukturen modifiziert (Kapitel 3). Um dies zu verdeutlichen sind in Abb. 4.1 die Spektren des radioleisen Quasars PG 1416-129 und der typischen Seyfert-Galaxie NGC 4151 zusammengestellt. Ein ähnliches Breitbandspektrum des galaktischen Schwarzlochkandidaten Cygnus X-1 (Abb. 5.9, S. 93) wird in Kapitel 5 ausführlich besprochen.

Die Hochenergiespektren dieser Objektklassen sind also einander sehr ähnlich, weil sie alle näherungsweise durch ein Potenzgesetz, das bei hohen Energien in einen exponentiellen Abbruch übergeht, beschrieben werden können. Das Potenzgesetz wird manchmal auch als die “harte” spektrale Komponente beschrieben. Im Falle der radioleisen Objekte ist das einfachste Modell, das die Beobachtungen erklären kann, eines, bei dem thermische Strahlung einer Akkretionsscheibe in einer Akkretionsscheibenkorona comptonisiert, also durch inverse Comptonstöße zu hohen Energien hin gestreut, wird. Normalerweise wird angenommen, daß die Korona scheibenförmig ist und eine homogene Temperatur- und Dichteverteilung besitzt.

Insbesondere für radiolaute extragalaktische Aktive Galaxienkerne existieren jedoch auch andere Modelle, die ebenfalls die beobachteten Spektren erklären könnten. Für Quellen wie die Blazare könnte auch Comptonisierung der Photonen in einem relativistischen Jet in Frage kommen (Schlickeiser & Dermer 1995; Sikora, Begelman & Rees 1994 und die dort angegebene Literatur). In diesen Synchrotron-Selbst-Compton Modellen werden die weichen Photonen durch Synchrotronstrahlung im compton-streuenden Jet selbst erzeugt. Da die Elektronenverteilung in den Jets hochgradig nichtthermisch ist, würde dies auch erklären, warum manche Blazare noch bei Energien oberhalb einiger $100\,\mathrm{MeV}$ beobachtet worden sind. Eine andere Möglichkeit, die nichtthermischen harten Spektren der AGN zu erklären, wäre durch elektromagnetische Kaskaden, bei denen ein Teil der Energie von relativistischen Protonen oder Neutronen transportiert wird, die ebenfalls weiche Photonen zu großen Energien streuen können (Stern, Sikora & Svensson 1992; Mastichiadis & Kirk 1995; Falcke & Biermann 1996 und die darin zitierte Literatur). Obwohl der im folgenden beschriebene Computercode auch zur Simulation dieser Alternativen zu den Koronamodellen benutzt wurde, soll im folgenden nur noch auf das Koronamodell eingegangen werden.

Das beobachtete Spektrum der galaktischen Schwarzlochkandidaten wird im allgemeinen gut mit spektralen Modellen beschrieben, bei denen die Temperatur des comptonisierenden Mediums

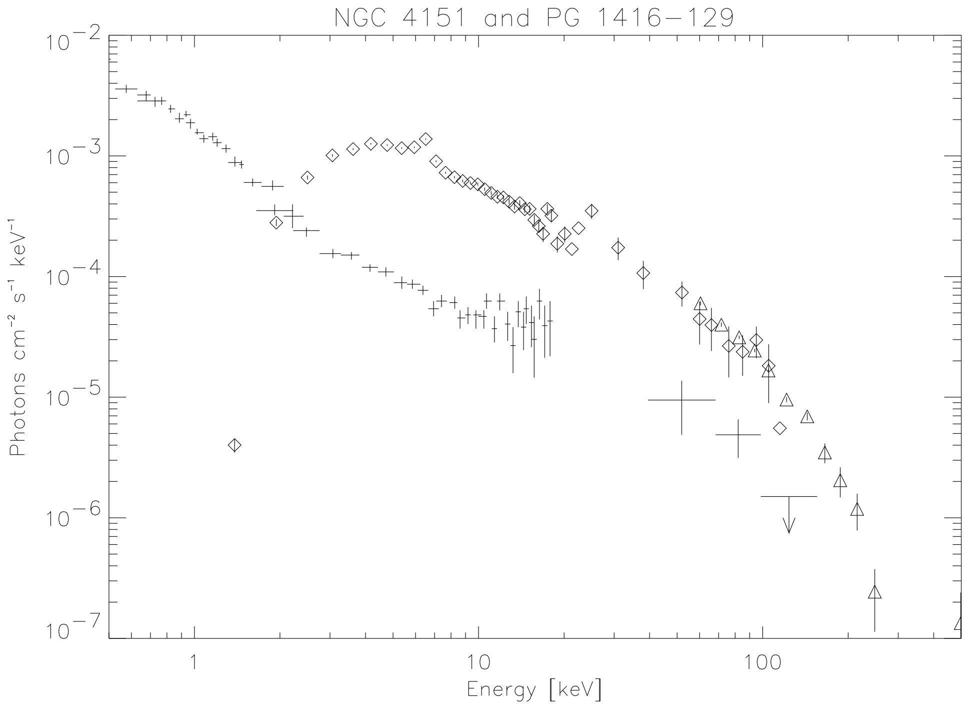

Abbildung 4.1: Breitbandspektren von PG 1416-129 (Kreuze, Beobachtungen von ROSAT [de Kool & Meurs 1994], Ginga [Williams et al. 1992], und CGRO/OSSE [Staubert & Maisack 1996]) und NGC 4151 (Rauten und Dreiecke, Beobachtungen von HEXE, Ginga [Maisack & Yaqoob 1991] und OSSE [Maisack et al. 1993]), die das Verhalten der AGN-Spektren zwischen 0.5 und $250\,\mathrm{keV}$ illustrieren. Die spektralen Abbr"uche bei niederen Energien werden durch galaktische Absorption verursacht; diese ist besonders stark im Fall von NGC 4151.

um einiges höher ist als die der Akkretionsscheibe. Die optische Tiefe in diesen Modellen ist $\tau \approx 1$–5 (Shapiro, Lightman & Eardley 1976; Liang & Price 1977; Bisnovatyi-Kogan & Blinnikov 1977; Sunyaev & Titarchuk 1980; Titarchuk 1994). Im Gegensatz dazu sind zur Erzeugung der harten Komponente in Seyfert-Galaxien und Quasaren Koronen erforderlich, die einige tausend mal heißer sind als die darunterliegende Scheibe. In diesem Fall ist die optische Tiefe des Plasmas ungefähr 0.1 (Zdziarski & Krolik 1993). Diese Fähigkeit der Comptonmodelle, die Beobachtungsdaten zu beschreiben, gilt als Hauptgrund für die Vermutung, daß diese kompakten Objekte Koronen besitzen. Da alle Eigenschaften der Koronen aus den spektralen Anpassungen an die Beobachtungen hergeleitet werden, ist es sehr wichtig, daß die Modellierung des Spektrums so selbstkonsistent wie möglich unternommen wird. Alle theoretischen Arbeiten der vergangenen Jahre basieren auf linearen Comptonmodellen, die eine vorgegebene, normalerweise homogene, Temperaturstruktur der Korona annehmen (Sunyaev & Titarchuk 1980; Titarchuk 1994; Hua & Titarchuk 1995; Haardt & Maraschi 1991; Haardt, Maraschi & Ghisellini 1994). Da der thermische Zustand des Plasmas aufgrund der starken Compton-Kühlung stark vom lokalen Strahlungsfeld abhängt, sind derartige lineare Comptonmodelle nicht selbstkonsistent. Die in diesem Kapitel beschriebenen Koronamodelle sind die ersten, die sowohl die spektrale Form der von der Korona emittierten Photonen als auch die Temperaturstruktur der Korona selbstkonsistent beschreiben. Für ähnliche Parameter unterscheidet sich daher die spektrale Form der berechneten Modelle von der der linearen Modelle.

Da die Comptonisierung ein sehr wichtiger Baustein der in diesem Kapitel präsentierten Theorie ist, soll hier zunächst die grundlegende Form der von einer heißen comptonisierenden Elektronenwolke emittierten Strahlung beschrieben werden. Insbesondere wird dabei auch auf die

Schwierigkeit einer korrekten Beschreibung des Spektrums hingewiesen (Abschnitt 4.1). Im darauf folgenden Abschnitt 4.2 wird auf die heute diskutierten Theorien, wie Koronen entstehen könnten, eingegangen. Nach diesen zwei theoretischen Teilen wird der nichtlineare Monte Carlo-Code `kotelp` beschrieben, mit dem die hier vorgestellten Modelle gerechnet wurden (Abschnitt 4.3). Im letzten Teil des Kapitels werden dann einige ausgewählte Ergebnisse vorgestellt (Abschnitt 4.4).

4.1 Thermische Comptonisierung

"Comptonization is the problem of energy exchange in the scattering of photons off electrons" (Titarchuk 1994). Wenn die Photonen eine geringe Energie haben, d.h. wenn sie "weich" sind, und durch inverse Comptonstöße mit den heißen thermischen Elektronen Energie gewinnen, dann spricht man von "thermischer Comptonisierung". Thermisch bedeutet in diesem Zusammenhang, daß angenommen wird, daß die Impulsverteilung der Elektronen einer (eventuell relativistischen) Maxwellverteilung folgt. Das Verständnis der thermischen Comptonisierung ist das zentrale Problem bei der Berechnung der Spektren der Akkretionsscheibenkoronen und ist daher das Ziel dieses Kapitels. Obwohl die Ergebnisse von Monte Carlo-Simulationen exakter sind als die Ergebnisse analytischer Rechnungen, geben sie keinen tatsächlichen physikalischen Einblick in die Physik der Comptonisierung. Daher soll das Problem hier zunächst analytisch angegangen werden.

Auf S. 29, Gl. (2.8), wurde gezeigt, daß die mittlere Energieänderung eines Photons der Energie E im Ruhesystem des streuenden Elektrons durch

$$\frac{\Delta E}{E} \approx -\frac{E}{m_{\mathrm{e}}c^2} \tag{4.1}$$

gegeben ist. Wenn sich die Elektronen bewegen ist diese Gleichung nicht mehr richtig, da dann in inversen Comptonstößen Energie von den Elektronen auf die Photonen übertragen werden kann. Unter der Annahme, daß die Elektronen Maxwell-verteilt sind und die mit der Maxwellverteilung assoziierte Temperatur kT_{e} klein im Vergleich zu $m_{\mathrm{e}}c^2$ ist, ist die mittlere relative Energieänderung der Photonen durch

$$\frac{\Delta E}{E} \approx \frac{4kT_{\mathrm{e}} - E}{m_{\mathrm{e}}c^2} \tag{4.2}$$

gegeben (Rybicki & Lightman 1979, eq. (7.36)). Die Energieänderung ist positiv im Falle $E < 4kT_{\mathrm{e}}$. In diesem Fall gewinnt das Photon an Energie und kühlt dabei das Gas. Gilt $E \ll 4kT_{\mathrm{e}}$, dann dominiert der erste Term in Gl. (4.2), und die meisten Photonen werden durch den inversen Compton Effekt zu höheren Energien hin gestreut. Diesen Prozeß nennt man Comptonisierung. Die mittlere Energieverstärkung des Photons, der Compton-Verstärkungsfaktor, wird durch

$$A_{\mathrm{nr}} = 4\frac{kT_{\mathrm{e}}}{m_{\mathrm{e}}c^2} = 4\Theta$$

gegeben wo $\Theta = kT_{\mathrm{e}}/m_{\mathrm{e}}c^2$. Nicht alle Photonen verändern ihre Energie genau um ΔE. Ross, Weaver & McCray (1978, eqns. (2), (5) und (10)) haben gezeigt, daß die tatsächliche Verteilung der Energieänderung durch eine auf ΔE zentrierte Gaußverteilung der Breite

$$\frac{\sigma}{E} = \sqrt{\frac{2kT_{\mathrm{e}}}{m_{\mathrm{e}}c^2}} \tag{4.3}$$

gegeben ist. Die ungefähre *gesamte* Energieänderung eines Photons, das sich durch ein Medium der optischen Tiefe $\tau_{\mathrm{e}} = n_{\mathrm{e}}\sigma_{\mathrm{T}}R = n_{\mathrm{e}}\sigma_{\mathrm{T}}ct$ bewegt, kann durch Multiplikation der Zahl der

Streuakte mit der mittleren Energieänderung pro Streuung erhalten werden. Die mittlere Energie pro Streuvorgang wird in Gl. (4.2) gegeben, während sich die mittlere Zahl der Streuakte aus der Theorie der Random Walks zu $n_{\mathrm{scat}} = \max(\tau_{\mathrm{e}}, \tau_{\mathrm{e}}^2)$ ergibt. Daher ist die gesamte Energieänderung durch

$$y = 4\,\frac{kT_{\mathrm{e}}}{m_{\mathrm{e}}c^2}\,\max(\tau_{\mathrm{e}}, \tau_{\mathrm{e}}^2) \tag{4.4}$$

gegeben, wenn Elektronenrückstöße (der "recoil effect") vernachlässigt werden können. Der Parameter y wird das Compton-y genannt. Eine relativistische Verallgemeinerung von y ist schwer zu finden. Ein allgemeiner Konsens besteht darin, daß die relativistische Verallgemeinerung des Compton-Verstärkungsfaktors durch

$$A = 1 + 4\Theta\frac{K_3(1/\Theta)}{K_2(1/\Theta)} \approx 4\Theta + 16\Theta^2$$

gegeben ist (Zdziarski 1985, eqs. (4) and (7)), worin K_i die modifizierten Bessel-Funktionen zweiter Art vom Grade i sind. Die Verallgemeinerung von y selbst ist schwieriger, da die naive Verallgemeinerung des nichtrelativistischen y falsch ist (siehe Pietrini & Krolik 1995 und die dort angegebene Literatur für eine Diskussion dieser Problematik).

Da die Comptonisierung des Spektrums durch viele Streuakte von Photonen an Elektronen hervorgerufen wird, ist es angebracht, die Comptonisierung der Photonen mit Hilfe eines Diffusionsprozesses zu beschreiben, bei dem Photonen im Phasenraum so lange diffundieren, bis eine Gleichgewichtssituation erreicht wird. In der statistischen Mechanik werden derartige Prozesse durch die Master-Gleichung beschrieben. Diese Gleichung erhält man, wenn man die (Energie-) Verluste und Gewinne für jede Energiezelle $\mathrm{d}E'$ im Phasenraum gleichsetzt. Wird die Wahrscheinlichkeit, daß ein beliebiges Teilchen in einem statistischen Ensemble zum Zeitpunkt t die Energie E besitzt, mit $N(E,t)\mathrm{d}E$ bezeichnet, dann ist die Master-Gleichung (Reif 1987; Pathria 1972, eq. 13.5.1)

$$\frac{\partial N(E,t)}{\partial t} = \int_{-\infty}^{+\infty} \left(-N(E,t)W(E,E') + N(E',t)W(E',E)\right)\mathrm{d}E' \tag{4.5}$$

Hierbei ist $W(E,E')\mathrm{d}E'\mathrm{d}t$ die Wahrscheinlichkeit für den Übergang eines Teilchens während des Zeitintervalls $\mathrm{d}t$ von der Energie Energie E zur Energie E'. Unter der Annahme, daß die einzigen wichtigen Übergänge die sind, bei denen E' sehr nahe an E liegt, ist $W(E,E')$ nur in einem kleinen Bereich um (E,E') herum von Null verschieden. In diesem Fall macht es Sinn, auf eine neue Variable $\xi = E' - E$ zu transformieren und anstelle von W eine neue Funktion $W_E(\xi)$ einzuführen, die ein starkes Maximum bei $\xi = 0$ besitzt. Dann kann Gl. (4.5) in eine Taylorreihe zweiter Ordnung in ξ entwickelt werden, wodurch die Fokker-Planck-Gleichung

$$\frac{\partial N(E,t)}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial E}\left(\mu_1(E)N(E,t)\right) + \frac{1}{2}\,\frac{\partial^2}{\partial E^2}\left(\mu_2(E)N(E,t)\right) \tag{4.6}$$

erhalten wird. Die Fokker-Planck-Koeffizienten μ_1 und μ_2 sind durch

$$\begin{aligned} \mu_1(E) &= \int_{-\infty}^{+\infty} \xi W_E(\xi)\mathrm{d}\xi \\ \mu_2(E) &= \int_{-\infty}^{+\infty} \xi^2 W_E(\xi)\mathrm{d}\xi \end{aligned}$$

gegeben, sie werden häufig auch das erste und zweite Moment von $W_E(\xi)$ genannt.

Für die Beschreibung der Streuung von Photonen an Maxwell-verteilten, nichtrelativistischen, Elektronen ist $N(E,t)$ durch die spektrale Photonendichte gegeben, und μ_1 ist die mittlere Energieänderung des Photons pro Zeiteinheit, $\mu_1 = <\Delta E/\Delta t>$, während μ_2 das mittlere Quadrat der

Energieänderung, $\mu_2 = \mathrm{d} <\Delta E^2> /\mathrm{d}t$, ist. Zeitunabhängige Versionen dieser zwei Parameter sind aber schon in den Gln. (4.1) und (4.2) angegeben worden! Damit sind nach Multiplikation mit $n_\mathrm{e}\sigma_\mathrm{T}c$ die Momente:

$$\begin{aligned}\frac{\mu_1}{E} &= n_\mathrm{e}\sigma_\mathrm{T}c\left(-\frac{E}{m_\mathrm{e}c^2}+\frac{4kT_\mathrm{e}}{m_\mathrm{e}c^2}\right)\\ \frac{\mu_2}{E^2} &= n_\mathrm{e}\sigma_\mathrm{T}c\frac{2kT_\mathrm{e}}{m_\mathrm{e}c^2}\end{aligned}$$

Die Berechnung von μ_1 und μ_2 im Falle der relativistischen Compton-Streuung ist wesentlich komplizierter, da der Klein-Nishina Wirkungsquerschnitt verwendet werden muß. Für kaltes Gas sind die Momente μ_1 und μ_2 mit hoher Genauigkeit von Xu, Ross & McCray (1991) angegeben worden.

Anstelle der Fokker-Planck-Gleichung und der Phasenraumdichte ist es häufig einfacher, die Photonenbesetzungszahl n zu benutzen. Diese wird über die spektrale Photonendichte $I(E)$ durch $n = I(E)\,(hc)^2/8\pi E^3$ definiert. Wird dies in Gl. (4.6) substitutiert und werden die nichtrelativistischen Momente verwendet, ergibt sich die Kompaneets-Gleichung[1]:

$$\frac{\partial n}{\partial y} = \frac{1}{x^2}\frac{\partial}{\partial x}x^4\left(n+n^2+\frac{\partial n}{\partial x}\right) \tag{4.7}$$

Hier wurden $x = E/kT$ und der Kompaneets-Parameter $y = (kT_\mathrm{e}/m_\mathrm{e}c^2)\sigma_\mathrm{T}n_\mathrm{e}ct$ benutzt (siehe Gl. (4.4); leider ist es üblich, den Kompaneets-Parameter mit dem gleichen Buchstaben zu beschreiben, wie das Compton-y).

Falls die Photonenstreuung durch Diffusion gut beschrieben werden kann, ist alle Physik der Comptonisierung in Gl. (4.7) enthalten: Der Term $\partial n/\partial x$ beschreibt die Doppler-Bewegung der Elektronen, der Term n den Rückstoßeffekt der Elektronen und der Term n^2 beschreibt induzierte, bzw. stimulierte Streuung. In der Hochenergie-Röntgenastronomie ist das Strahlungsfeld normalerweise so schwach, daß $n \ll 1$. In diesem Fall kann die induzierte Emission vernachlässigt werden.

Die einfachste Lösung der Gl. (4.7) wird in dem Fall erhalten, in dem sowohl n als auch n^2 vernachlässigt werden können. In diesem Fall muß das Strahlungsfeld natürlich sehr schwach sein. Die sich in diesem Grenzwert ergebende Gleichung besitzt die Form einer Diffusionsgleichung, die die durch den Doppler-Effekt der Elektronen hervorgerufene Änderung des Photonenspektrums beschreibt (Zeldovich & Sunyaev 1969). Die wichtigste astrophysikalische Anwendung dieses Sunyaev-Zeldovich-Effekts ist, daß die Messung der durch ihn hervorgerufenen Änderung der kosmischen Hintergrundstrahlung durch das heiße Gas in Galaxienhaufen benutzt werden kann, einen von anderen Annahmen unabhängigen Wert der Hubble-Konstante H_0 zu erhalten (Rephaeli 1995).

Sunyaev & Titarchuk (1980, ST80) haben eine der vollständigsten Studien der Gl. (4.7) gegeben. Sie bemerkten, daß die Wahrscheinlichkeit für ein Photon, der Wolke nach $u = n\sigma_\mathrm{T}ct$ Streuakten zu entweichen, asymptotisch in der Form $P(u) = \beta\exp(-\beta u)$ geschrieben werden kann:

- Für sphärische Geometrie mit einer Thomson-Streutiefe τ_e (Abb. 4.2a)

$$\beta = \left(\frac{m_\mathrm{e}c^2}{4kT}\right)\frac{4\pi^4}{12(\tau_\mathrm{e}+2/3)}$$

  Dieses Ergebnis ist exakt im Falle einer Anfangsverteilung der Quellphotonen der Form $\tau_\mathrm{e}/\pi\tau\cdot\sin(\pi\tau/\tau_\mathrm{e})$ wo $\tau = \sigma_\mathrm{T}(r/R)$. Der Radius der Kugel ist R.

[1] Das ist nicht exakt richtig, da bei der Herleitung der Kompaneets-Gleichung von der Fokker-Planck-Gleichung den n^2-Term nicht erhalten wird. Dieser Term beschreibt einen Quanteneffekt, der aus klassischen Argumenten nicht erhalten werden kann. Die Herleitung der Kompaneets-Gleichung mit stimulierter Emission ist nicht sehr von der hier gezeigten verschieden. Eine Ableitung der Kompaneets-Gleichung aus der Boltzmann-Gleichung unter Berücksichtigung der stimulierten Emission ist bei Rybicki & Lightman (1979, chapter 7.6) gegeben.

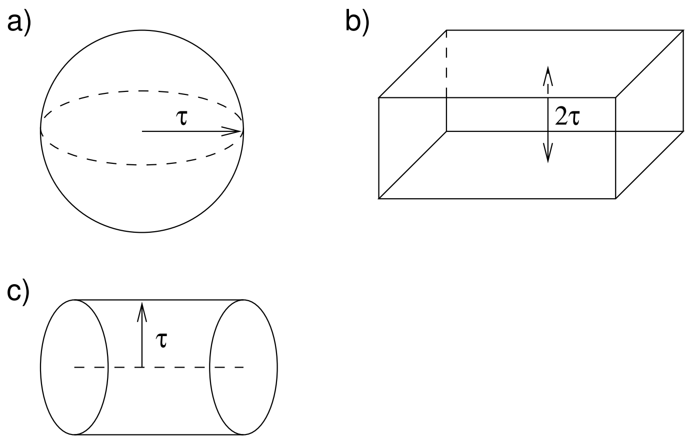

Abbildung 4.2: Definition der optischen Tiefe f'ur die verschiedenen von Sunyaev & Titarchuk (1980) behandelten Geometrien.

- Für eine Scheibe mit halber Dicke τ_e (Abb. 4.2b)

$$\beta = \frac{\pi^2}{12(\tau_\mathrm{e} + 2/3)^2}$$

- Für einen Zylinder mit Radius τ_e (Abb. 4.2c)

$$\beta = \frac{3\pi^2}{16(\tau_\mathrm{e} + 2/3)^2}$$

Bei allen Geometrien wird angenommen, daß die Plasmawolke eine isotrope Temperatur besitzt. Ist die Anfangsverteilung der Photonen zeitunabhängig, so kann das aus der Wolke entweichende Spektrum unter Zuhilfenahme von $P(u)$ geschrieben werden als

$$F(x) = \int n(x, u) P(u) \mathrm{d}u$$

Im zeitunabhängigen Fall kann die Kompaneets-Gleichung über u integriert werden, um

$$\frac{1}{x^2} \frac{\partial}{\partial x} x^4 \left(\frac{\mathrm{d}N}{\mathrm{d}x} + N \right) = \gamma \left(N - \frac{f(x)}{x^3} \right)$$

zu erhalten. Hier beschreibt $f(x)$ das Quellspektrum und $\gamma = \beta/\Theta$. Nach Substitution von $N(x) = x^{-2} \exp(-x/2) W(x)$ ergibt sich

$$\frac{\mathrm{d}^2 W}{\mathrm{d}x^2} + \left(-\frac{1}{4} + \frac{2}{x} + \frac{1/4 - (9/4 + \gamma)}{x^2} \right) = -\frac{\gamma f(x) \exp(+x/2)}{x^3} \tag{4.8}$$

Aufgrund von Druckfehlern in ST80 sind sowohl die Gl. (4.8) als auch die Definition von $N(x)$ von ST80 (eq. 22) verschieden.

Für $f(x) = 0$ reduziert sich Gl. (4.8) auf die Whittaker-Gleichung (Abramowitz & Stegun 1964, eq. 13.1.3), mit den Lösungen $W_{2,(9/4+\gamma)^{1/2}}$ und $M_{2,(9/4+\gamma)^{1/2}}$. Die Whittaker-Funktionen sind nahe verwandt mit den hypergeometrischen Funktionen, für die sehr gute numerische Näherungen bekannt sind. Da damit die Lösung für $f(x) = 0$ bekannt ist, kann die Methode der Green'schen Funktionen benutzt werden, um eine Lösung für den Fall $f(x) \neq 0$ zu erhalten. Ist $G(x, x_0)$ de Lösung von Gl. (4.8) für $f(x) = x_0 \delta(x - x_0)$, d.h. eine Spektrallinie der Energie x_0, dann folgt für das Spektrum $F(x)$ einer allgemeinen anfänglichen Photonenverteilung

$$F(x) = \int \frac{G(x, x_0)}{x_0} f(x_0) \mathrm{d}x \tag{4.9}$$

Die Green'sche Funktion ist bei ST80 abgeleitet:

$$G(x,x_0) = \begin{cases} \dfrac{\alpha(\alpha+3)}{2\alpha+3}\left(\dfrac{x}{x_0}\right)^{\alpha+3} & \text{für } 0 \le x < x_0 \\ B(\gamma,x_0)x\exp(-x/2)W_{2,(9/4+\gamma)^{1/2}}(x) & \text{für } x \ge x_0 \end{cases} \tag{4.10}$$

wo

$$\alpha = \left(\frac{9}{4}+\gamma\right)^{1/2} - \frac{3}{2} \tag{4.11}$$

und

$$B(\gamma,x_0) = \frac{\alpha(\alpha+3)\Gamma(\alpha)x_0^\alpha}{\Gamma(2\alpha+4)}$$

Unter Verwendung der Integralgleichung der Whittaker-Funktionen (Abramowitz & Stegun 1964, eq. 13.2.1) kann der Zweig für $x \ge x_0$ geschrieben werden als

$$G(x,x_0) = \frac{\alpha(\alpha+3)x_0^\alpha}{\Gamma(2\alpha+4)}x^3\exp(-x)\int_0^\infty t^{\alpha-1}\exp(-t)\left(1+\frac{t}{x}\right)^{\alpha+3}\mathrm{d}t$$

Dieses Integral kann für ganzzahlige α analytisch ausgewertet werden.

Ist die Anfangsenergie x_0 der Photonen wesentlich kleiner als ihre Energie x nach vielen Streuakten, so wird die Green'sche Funktion $G(x,x_0)$ dem der Quelle entweichenden Spektrum selbst im Fall eines nicht-linienähnlichen Anfangsspektrums sehr ähnlich sein. Das ist intuitiv einsichtig, da die Photonen nach vielen Streuakten ihre Erinnerung an die ursprüngliche spektrale Verteilung verloren haben. Aus diesem Grund muß die Faltung (4.9) hier nicht mehr durchgeführt werden.

Für $x \gg 1$ ist $G(x,x_0)$ proportional zu $x^3\exp(-x)$, d.h. proportional zu einem Wien-Spektrum mit einer mittleren Energie von $3kT_\mathrm{e}$. Dies ist verständlich, da für harte Photonen mit $E \approx 4kT_\mathrm{e}$ die mittlere Energieänderung Null ist (siehe Gl. 4.2, S. 49) und sie daher keine weitere Energie mehr gewinnen können. Da bei der Compton-Streuung die Photonenzahl erhalten bleibt, bildet sich daher eine Bose-Einstein-Verteilung aus, die als Wien-Buckel im emittierten Spektrum zu sehen ist. Der Wien-Buckel ist immer dann zu sehen, wenn genug Photonen zu Energien gestreut werden, die der thermischen Energie der Photonen entsprechen, was großen Werten des Compton-y entspricht. Da sich die Photonen bei einer Energie von circa $3kT_\mathrm{e}$ aufhäufen, nennt man dies eine gesättigte Comptonkaskade (Abb. 4.3). Werden nicht ausreichend Photonen zu Energien von $3kT_\mathrm{e}$ gestreut, bricht das Hochenergiespektrum exponentiell ab. Hier spricht man von einer ungesättigten Compton-Kaskade. Offensichtlich muß y in diesem Fall klein sein.

Auf der anderen Seite ist im Niederenergiespektrum, wo $x \ll 1$, die Green'sche Funktion $G(x)$ proportional zu $(x/x_0)^{-\alpha}$. In diesem Fall ist das Photonenspektrum also durch ein Potenzgesetz charakterisiert. Da α eine Funktion der Temperatur und der Quellgeometrie ist, ist es möglich, ein gemessenes α zur Abschätzung der Temperatur der Plasmawolke zu verwenden.

Durch Integration über das Comptonisierungsspektrum kann man das Verhältnis zwischen der Leuchtkraft der injizierten weichen Photonen, L_soft, und der Leuchtkraft der hochgestreuten harten Photonen, L_X, erhalten (Sunyaev & Trümper (1979); ST80):

$$\frac{L_\mathrm{X}}{L_\mathrm{soft}} = \left(1+2.9\frac{kT_\mathrm{e}}{<E_\mathrm{soft}>}\right)^{1-\alpha} \tag{4.12}$$

Hier ist T_e die Plasmatemperatur und $< E_\mathrm{soft} >$ die ungefähre Energie der injizierten weichen Photonen. Im Fall eines schwarzen Körpers der Temperatur T_soft ist $<E_\mathrm{soft}> = 2.7 \cdot kT_\mathrm{soft}$. Mit Hilfe des Stefan-Boltzmann-Gesetzes ist die weiche Leuchtkraft durch $L_\mathrm{soft} = 2\pi r^2\sigma_\mathrm{B}T_\mathrm{soft}^4$ gegeben, wobei σ_B die Stefan-Boltzmann-Konstante ist. Kann die ungefähre Größe des Systems

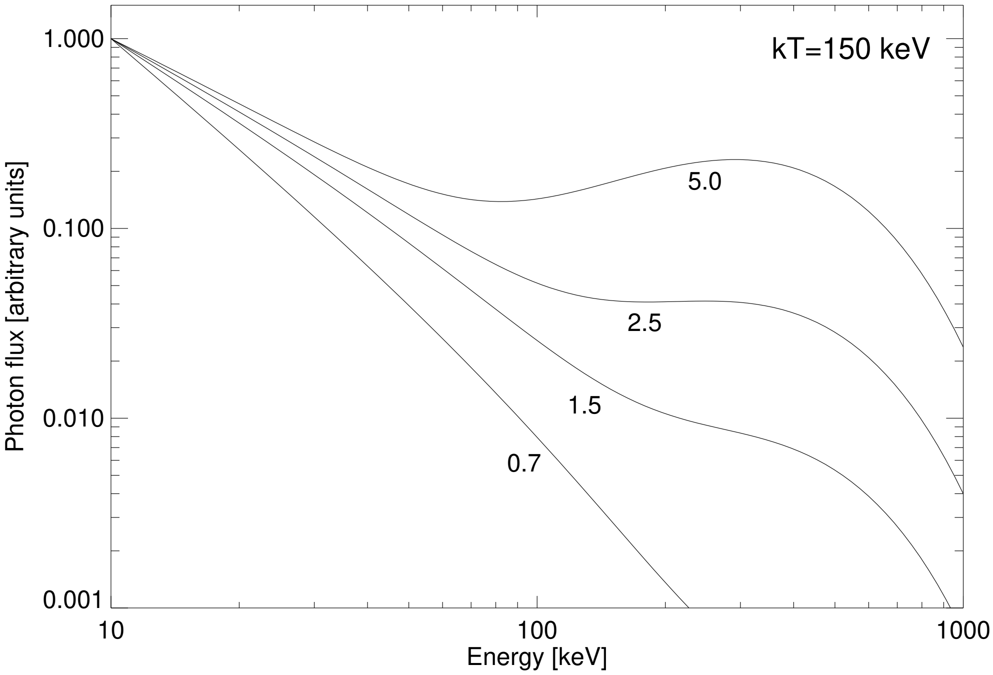

Abbildung 4.3: "Ubergang von einer nichtges"attigten Comptonkaskade zu einer ges"attigten Comptonkaskade f"ur ein Gas der Temperatur $kT_\mathrm{e} = 150\,\mathrm{keV}$. Die optischen Tiefen τ_e der Plasmakugeln sind 0.7, 1.5, 2.5 und 5.0. Das Comptonisierungsspektrum wird von einem Potenzgesetz mit einem exponentiellen Abbruch oder einem Wien-Buckel charakterisiert. Gen"aherte nichtrelativistische Comptonisierungsspektren nach Zdziarski (1985).

aus Variabilitätsbetrachtungen oder anderen Quellen erhalten werden, dann kann das beobachtete Röntgenspektrum zur Abschätzung der Temperatur der weichen Photonen verwendet werden. Dies wurde zuerst von Sunyaev & Trümper (1979) benutzt, um näherungsweise die Temperatur der Akkretionsscheibe in Cyg X-1 zu erhalten.

Es ist wichtig, noch einmal die Annahmen zusammenzufassen, unter denen das Comptonisierungsspektrum (4.10) erhalten wurde:

- Das Spektrum wurde unter Verwendung der Kompaneets-Gleichung (4.7) erhalten. Diese Gleichung ist nur gültig, wenn die Photonen häufig gestreut wurden und wenn die Energieänderung pro Streuvorgang klein ist. Daher ist das Spektrum nur für große τ_e gültig.
- In der Ableitung der Kompaneets-Gleichung wurde angenommen, daß die mittlere Energieänderung während eines Compton-Stoßes klein ist (das war die Annahme, daß $W_E(\xi)$ nur nahe $\xi = 0$ von Null abweicht). Im Fall hoher Gastemperaturen ist das wegen $\Delta E/E \propto kT_\mathrm{e}$ nicht mehr der Fall. Somit ist auch die Annahme, daß die Photonen aus dem Gas diffundieren, nicht mehr gerechtfertigt und die Fokker-Planck-Gleichung ist nicht mehr anwendbar.
- Klein-Nishina-Korrekturen sind nur in erster Ordnung in $E/m_\mathrm{e}c^2$ enthalten, wodurch das Spektrum nur für nicht zu große Photonenenergien gilt.

In der Einführung zu diesem Kapitel wurde gezeigt, daß die Spektren der meisten galaktischen und extragalaktischen Schwarzlochkandidaten durch Potenzgesetze mit einem Abbruch oberhalb $100\,\mathrm{keV}$ charakterisiert werden können. Die Spektren zeigen keine Anzeichen für einen Wien-Buckel. Um sie mit Comptonisierung-Spektren nach Gl. (4.10) erklären zu können, werden Temperaturen und optische Tiefen außerhalb des Gültigkeitsbereichs der ST80-Theorie benötigt. Aus diesem Grund kann sie auf diese Objekte nicht angewendet werden.

Um dieses Problem zu überwinden, hat Titarchuk (1994) eine wesentlich genauere Ableitung des Comptonisierungsspektrums angegeben, die auch noch im Fall relativistischer Temperaturen und niedriger optischer Tiefen gültig ist. Sein Zugang zu diesem Problem entspricht im Prinzip dem oben beschriebenen, nur gestalten sich die Rechnungen aufgrund der größeren Allgemeinheit der Lösung wesentlich schwieriger. Daher sollen hier nur die wichtigsten Ergebnisse der Arbeit von Titarchuk zitiert werden:

Die oben angegebenen Formeln für β sind nur im Fall großer optischer Tiefen gültig, ihre auch für niedrige optische Tiefen gültige Form ist (Titarchuk 1994):

- Für eine Kugel

$$\beta = \frac{\pi^2}{3(\tau_\mathrm{e}+2/3)^2}\left(1-e^{-0.7\tau_\mathrm{e}}\right)+e^{1.4\tau_\mathrm{e}}\log\frac{4}{3\tau_\mathrm{e}}$$

- Für eine Scheibe

$$\beta = \frac{\pi^2}{12(\tau_\mathrm{e}+2/3)^2}\left(1-e^{-1.35\tau_\mathrm{e}}\right)+0.45e^{-3.7\tau_\mathrm{e}}\log\frac{10}{3\tau_\mathrm{e}}$$

Unter Verwendung dieser modifizierten Parameter ist die Lösung des Comptonisierungsproblems durch

$$G(x,x_0) = \begin{cases} \dfrac{\alpha_0(\alpha_0+3)}{2\alpha_0+3}\,\dfrac{1}{x_0}\left(\dfrac{x}{x_0}\right)^{3+\alpha_0} & \text{für } 0 \le x < x_0 \\ \alpha_0(\alpha_0+3)\dfrac{e^{-x}}{x_0}\left(\dfrac{x}{x_0}\right)^{-\alpha_0}\dfrac{\int_0^\infty t^{\alpha-1}(x+t)^{\alpha+3}e^{-t}\mathrm{d}t}{\Gamma(2\alpha+4)} & \text{für } x_0 \le x < x_\star \\ c_0 x^3 e^{-x-f(x)} & \text{für } x_\star \le x \end{cases} \tag{4.13}$$

gegeben, wo x_0 die Anfangsenergie der weichen Photonen ist und

$$\begin{aligned} \alpha &= \sqrt{9/4+\gamma}-3/2 \\ \alpha_0 &= \sqrt{9/4+\gamma_0}-3/2 \\ x_\star &= 0.5+\gamma_0 \end{aligned}$$

Die Parameter γ und γ_0 können aus

$$\gamma = \begin{cases} \dfrac{\beta\lambda_\mathrm{tr}}{\Theta\mu} & \text{für } \tau_\mathrm{e} > 2 \\ \gamma_0(1+4.6z+1.1z^2) & \text{für } \tau_\mathrm{e} \le 2 \end{cases}$$

und

$$\gamma_0 = \begin{cases} \dfrac{\beta}{\Theta(1+f_0(\Theta))} & \text{für } \tau_\mathrm{e} > 2 \\ \dfrac{\beta(1+(15/8)\Theta)}{\Theta(1+(19/8)\Theta)} & \text{für } \tau_\mathrm{e} \le 2 \end{cases}$$

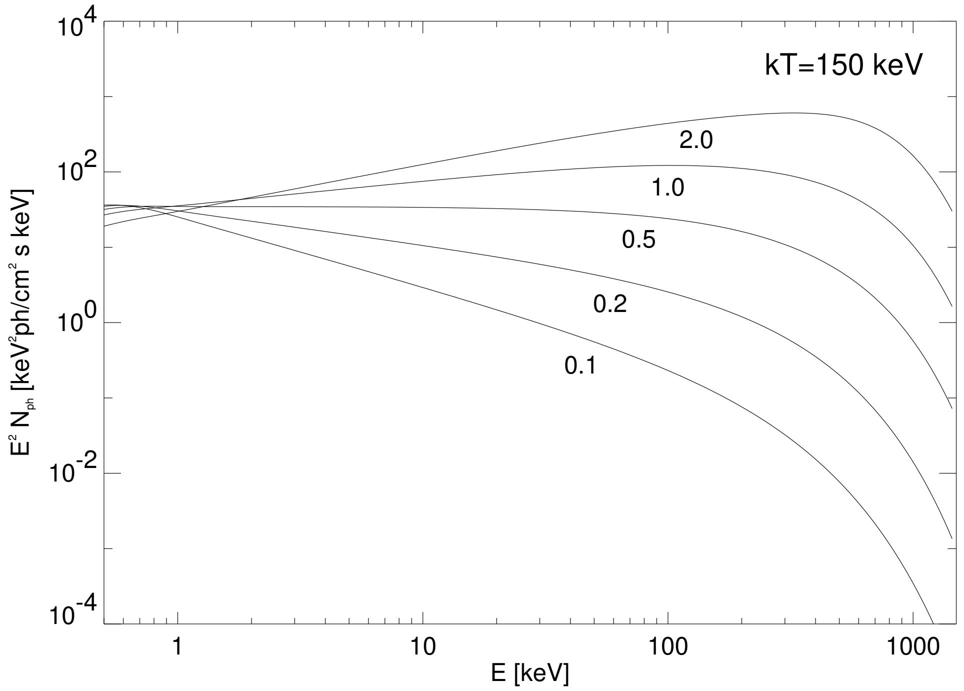

Abbildung 4.4: Comptonisierungsspektrum als Funktion von τ_e f'ur ein Gas der Temperatur $kT_\mathrm{e} = 150\,\mathrm{keV}$ (νf_ν-Spektren).

mit

$$\begin{aligned}
\lambda_\mathrm{tr}(z) &= 1 + 2.8(1 - 1.1\Theta)z - 0.44z^2 \\
\mu &= \frac{\eta(x\Theta, \Theta)}{z^4} \\
z &= E/m_\mathrm{e}c^2 \\
\eta(z, \Theta) &= \frac{z^4}{1 + 4.6z + 1.1z^2}\left[1 + \frac{f_0(\Theta)}{1 + 10.2z}\right] \\
f_0(\Theta) &= 2.5\Theta + 1.875\Theta^2(1 - \Theta) \\
\Theta &= \frac{kT}{m_\mathrm{e}c^2}
\end{aligned}$$

erhalten werden. Der Koeffizient c_0 in Gl. (4.13) wird durch die Forderung nach Stetigkeit von $G(x, x_0)$ bei $x = x_\star$ erhalten. Der Gültigkeitsbereich der hier angegebenen Formeln wird sehr genau von Hua & Titarchuk (1995) studiert, die wichtigsten Einschränkungen sind, daß x_0 und kT_e wesentlich kleiner als $m_\mathrm{e}c^2$ sein sollten.

Die von der relativistischen Theorie vorhergesagten Spektren sind denen der nicht-relativistischen Theorie immer noch sehr ähnlich, da sie weiterhin durch ein Potenzgesetz mit einem exponentiellen Abbruch gekennzeichnet werden können.

Abb. 4.4 zeigt das Comptonisierungspektrum weicher Photonen mit einer Wien-Verteilung der Temperatur $kT = 0.1\,\mathrm{keV}$ für eine sphärische Elektronenwolke der Temperatur $kT_\mathrm{e} = 150\,\mathrm{keV}$ in Abhängigkeit von der optischen Tiefe (von 0.1 bis 2), das mit der Theorie von Titarchuk (1994) berechnet wurde. In Kapitel 5 wird gezeigt, daß $150\,\mathrm{keV}$ eine wahrscheinliche Temperatur für Cyg X-1 ist. Bei dieser hohen Temperatur kann der Einfluß der Korrekturen zur alten Theorie gut illustriert werden. Mit steigendem τ_e steigt die Zahl der gestreuten Photonen, daher steigt der Kompaneets-Parameter und das Spektrum wird für größere τ_e härter. Für große Kompaneets-Parameter (entsprechend großem τ_e, wenn die Wolkentemperatur konstant gehalten wird) formt

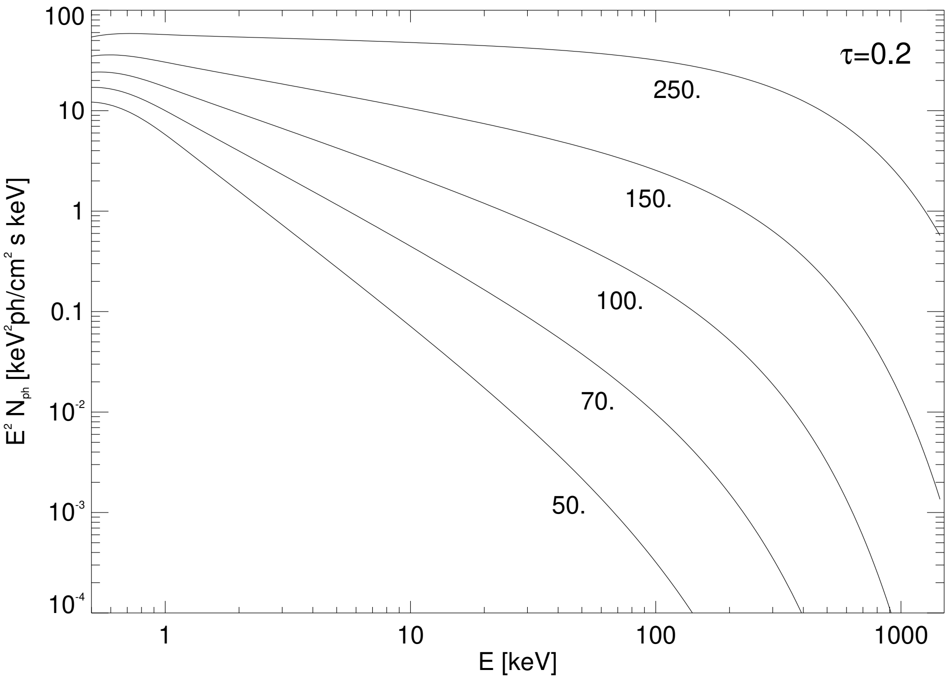

Abbildung 4.5: Comptonisierungsspektren (als νf_ν-Spektren) als Funktion der Elektronentemperatur kT_e f"ur ein Gas der konstanten optischen Tiefe $\tau_\mathrm{e} = 0.2$.

sich in der alten ST80-Theorie ein Wien-Buckel aus. Dieser bildet sich in der relativistischen Theorie erst für wesentlich höhere optische Tiefen und hat auch eine andere spektrale Form (siehe die Diskussion nach eq. 40 von Titarchuk 1994). Da der Klein-Nishina-Wirkungsquerschnitt für größere Relativenergien abnimmt (Abb. 2.12, S. 31), ist eine heiße Elektronenwolke für Hochenergiephotonen transparenter als in der nichtrelativistischen Theorie. Nur wenn τ_e sehr viel größer als 2 ist kann sich daher ein Wien-Buckel ausbilden. Dies ist durch Monte Carlo-Simulationen verifiziert worden (Titarchuk & Hua 1995; Hua & Titarchuk 1995).

Ein zweites interessantes Problem ist, wie sich das Spektrum mit ändernder Elektronentemperatur des comptonisierenden Gases verhält. Das wird in Abb. 4.5 für sphärische Geometrie mit einer optischen Tiefe von 0.2 gezeigt. Wie intuitiv klar ist wird das Spektrum mit größer werdender Temperatur immer härter. Ferner bricht das Spektrum bei ungefähr $4kT_\mathrm{e}$ ab, wie es auch aus der weiter oben geschilderten einfachen Theorie folgt. Für sehr heißes Gas wird Paarerzeugung wichtig, die hier jedoch vernachlässigt ist. Das kann zur Ausbildung einer Paar-Annihilationslinie führen und das Spektrum bei sehr hohen Energien weicher machen.

4.2 Akkretionsscheibenkoronen

Nachdem die von galaktischen und extragalaktischen Schwarzlochkandidaten beobachteten Spektren wahrscheinlich durch Comptonisierung erzeugt werden, stellt sich die Frage, woher das comptonisierende heiße Plasma stammt. 1976 zeigten Shapiro, Lightman & Eardley (SLE), daß das normale Differentialgleichungssystem für Akkretionsscheiben neben der Lösung von Shakura & Sunyaev (1973) für dünne Scheiben eine zweite Lösung zuläßt. In dieser Lösung ist das Gas in der Nähe des inneren Randes der Akkretionsscheibe gasdruck-dominiert und heiß genug um die beobachteten Spektren durch Comptonisierung zu erzeugen. Seit dieser ersten Veröffentlichung sind die SLE-Scheiben zur Erklärung vieler Beobachtungen herangezogen worden (siehe z.B. Wandel & Liang 1991 und die darin angegebenen Referenzen). Es ist jedoch ein großes Problem, daß die

SLE-Lösung thermisch instabil ist und entweder zu einer dünnen Scheibe kollabiert oder aber zu stark geheizt wird und dadurch verdampft (Wandel & Liang 1991; Narayan 1996). Aus diesem Grund ist es nur sehr schwer möglich, auf diesem klassischen Weg Akkretionsscheibenkoronen zu erzeugen.

Neuere theoretische Arbeiten zeigen einen weiteren heuristischen Weg auf, der ebenfalls zu Akkretionsscheibenkoronen führen könnte. Balbus & Hawley (1991, siehe auch Hawley & Balbus 1991, Hawley, Gammie & Balbus 1994 und die darin zitierte Literatur) haben eine mächtige MHD-Instabilität gefunden, die in ihrer nichtlinearen Phase dazu führt, daß der turbulente magnetische Druck auf die Größenordnung des Gasdrucks steigt. Der Auftrieb der magnetischen Flußröhren führt dann dazu, daß diese aus dem Inneren der Scheibe in eine Region aufsteigen wo der magnetische Druck über den Gasdruck dominiert (Galeev, Rosner & Vaiana 1979; Tout & Pringle 1992). In Abb. 4.6 wird dieser Effekt durch eine Momentaufnahme der Drehimpulsverteilung nach Einsetzen der nichtlinearen Phase der Instabilität illustriert. Die Abbildung zeigt das Aufsteigen der Materialklumpen aus der Scheibe. Diese Entwicklung des magnetischen Feldes führt zu einer Feldstruktur, in der Rekonnexion des Magnetfeldes unausweichlich ist und auf diese Art Energie freisetzt, die zur Heizung die Korona zur Verfügung steht. Dieses Verhalten ist ähnlich dem in der Sonnenkorona.

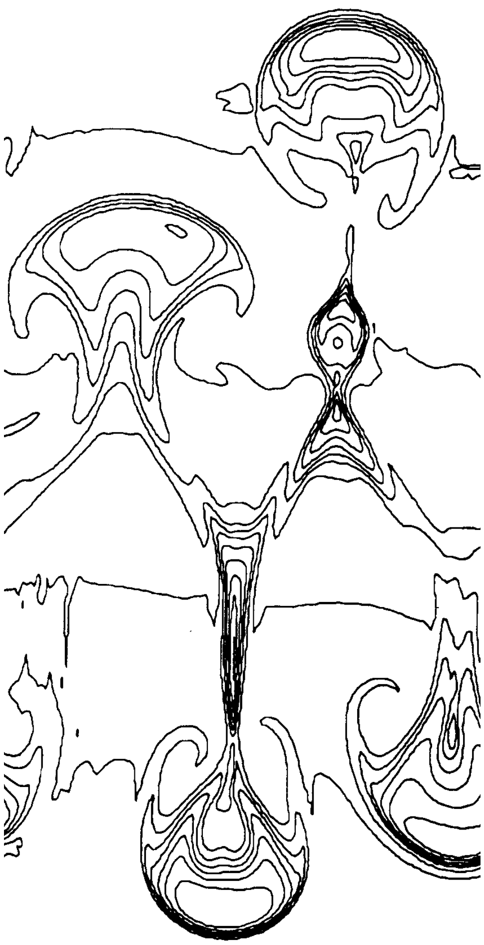

Abbildung 4.6: Balbus-Hawley-Instabilität (numerische Simulation von Hawley, Gammie & Balbus 1994, fig. 5c).

Wie im Fall der Sonne besteht jedoch auch hier eine große Unsicherheit über die genaue Art, in der die Energie in der Korona deponiert wird und über die Skalenhöhe der über der Scheibe stattfindenden Heizung. Verschiedene theoretische Arbeiten haben im letzten Jahrzehnt versucht, Ideen der solaren Koronaheizung auf Akkretionsscheibenkoronen anzuwenden. Insbesondere sind in verschiedenen Arbeiten sogenannte "closed-loop"-Modelle entwickelt wurden, bei denen geschlossene Magnetfeldschleifen, die in der Akkretionsscheibe verankert sind, das Plasma einschließen und durch magnetische Rekonnexion oder andere dissipative Prozesse heizen (Burm 1986; van Oss, van den Oord & Kuperus 1993). In diesen Modellen wird angenommen, daß jede Schleife lang genug bestehen bleibt, um es dem Plasma zu ermöglichen, in einen Gleichgewichtszustand zwischen der Heizung und den Kühlprozessen zu gelangen. Ferner wird angenommen, daß die charakteristische Skalenhöhe der Korona von gleicher Größenordnung ist wie die Dicke der Akkretionsscheibe, d.h. wesentlich kleiner als die thermische Skalenhöhe. Es gibt jedoch Gründe, anzunehmen, daß die Korona wesentlich größer ist und Skalenhöhen der thermischen Skala erreicht. Wenn dies tatsächlich der Fall ist, dann entsteht als Endprodukt dieses Prozesses wieder eine Zwei-Temperatur-Scheibe.

In einem vereinfachten Zugang zur Modellierung der Akkretionsscheiben mit einer in der Scheibe verteilten Heizung werden diese als relativ gleichförmige, isothermische Atmosphären behandelt, die die Scheibe zwischen sich einschließen (Liang & Price 1977). Derartige Modelle konzentrieren sich insbesondere auf die globale Energetik der Scheibe, indem die Möglichkeit in Betracht gezogen wird, daß ein Teil der akkretierenden Energie in der Korona dissipiert wird, und versuchen, die physikalischen Bedingungen zu bestimmen, unter welchen die beobachteten Rönt-

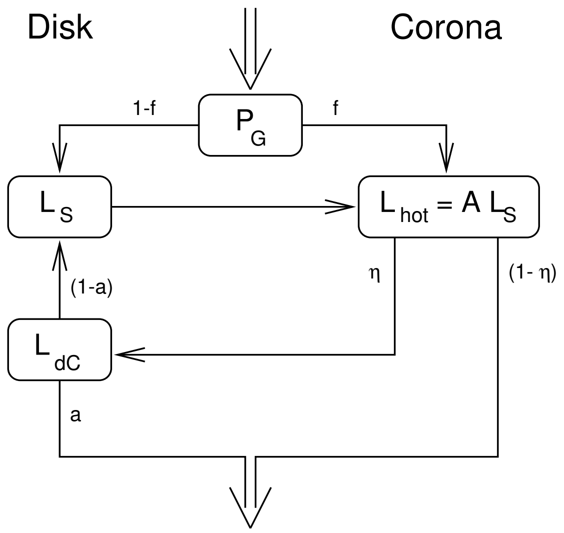

Abbildung 4.7: Struktur der die Energetik des Systems bestimmenden Gleichungen nach Haardt & Maraschi (1993). Die im Text nicht erw"ahnte Leuchtkraft der von der Korona nach unten in die Scheibe gestreuten Photonen ist L_{dC}.

genspektren erzeugt werden können (Svensson & Zdziarski 1994). Dabei war die Feststellung von Haardt & Maraschi (1991, 1993), daß ein signifikanter Teil der von der Korona emittierten Energie durch die Akkretionsscheibe in weichere Photonen reprozessiert und damit als weiche Strahlung wieder für weitere Comptonisierung zur Verfügung gestellt wird, ein sehr wichtiger Schritt. Eine Zusammenstellung der für diese Vermutung sprechenden Beobachtungen findet sich am Anfang von Kapitel 3, S. 33. Die Reprozessierung von Röntgenstrahlung in UV-Photonen suggestiert auch, daß ein großer Teil der akkretierenden Energie direkt in der Korona und nicht in der Scheibe dissipiert wird (Haardt & Maraschi 1991, 1993). Dies ist zuerst von Ionson & Kuperus (1984) vorgeschlagen worden.

Im Bild von Haardt & Maraschi wird ein Teil f der durch Akkretion zur Verfügung gestellten Leistung P_{G} in der Korona dissipiert, während der Rest, $(1-f)P_{\mathrm{G}}$, in der kalten Scheibe dissipiert und letztendlich als Schwarzkörperstrahlung emittiert wird. Von dieser Schwarzkörperstrahlung wird dann wiederum ein Teil in der Korona comptonisiert.

Die Leuchtkraft der heißen Phase, L_{hot}, kann durch die Leuchtkraft der weichen Photonen, L_{S}, als $L_{\mathrm{hot}} = AL_{\mathrm{S}}$ dargestellt werden. Hier beschreibt A die Verstärkung der Strahlung durch inverse Compton-Stöße. Aus Energieerhaltung ergibt sich die durch die Comptonisierung hinzugefügte Leuchtkraft zu $L_{\mathrm{C}} = (A-1)L_{\mathrm{S}}$. Da die Compton-Stöße die Richtung der weichen Photonen ändern, wird ein gewisser Teil η von L_{hot} auf die kalte Scheibe zurückstrahlen. Ein durch die Albedo der Scheibe a gegebener Teil dieser Photonen wird von der Scheibe reflektiert, während der Rest der Photonen thermalisiert, d.h. reprozessiert wird, und damit zu der von der Scheibe emittierten weichen Leuchtkraft beiträgt. Energieerhaltung führt dann zu dem folgenden das Scheibe-Korona-System beschreibenden Gleichungssystem (Haardt & Maraschi 1993, eq. 2):

$$\begin{aligned} L_{\mathrm{S}} &= (1-f)P_{\mathrm{G}} + (1-a)\eta A L_{\mathrm{S}} \\ AL_{\mathrm{S}} &= fP_{\mathrm{G}} + L_{\mathrm{S}} \end{aligned} \tag{4.14}$$

Die erste Gleichung beschreibt die Energiebilanz der kalten Scheibe (ηAL_{S} ist der Teil der comptonisierten Strahlung, die die Scheibe trifft), und die zweite Gleichung die der Korona. In diesem Zugang werden die reflektierten Photonen in der Korona nicht noch einmal comptonisiert. Diese Vereinfachung ändert nichts an der Energetik der Korona, beeinflußt wohl aber die Form des emittierten Spektrums. Die Struktur des obigen Gleichungssystems ist auch in Abb. 4.7 wiedergegeben, aus welcher die folgenden Identitäten sofort abgelesen werden können. Aus der zweiten

Gleichung in Gl. (4.14) erhält man

$$L_\mathrm{C} = (A-1)L_\mathrm{S} = fP_\mathrm{G}$$

Dies ist eine Folge davon, daß alle in der Korona dissipierte Leistung zur Comptonisierung verwendet wird. Die gesamte von der Akkretionsscheibe emittierte Schwarzkörperleuchtkraft L_S ist durch

$$L_\mathrm{S} = [1 - f + f\eta(1-a)]\, P_\mathrm{G}$$

gegeben. Das Verhältnis zwischen der comptonisierten Komponente und der weichen Strahlung gibt den Verstärkungsfaktor

$$A = \frac{f}{1 - f + f\eta(1-a)}$$

Aus Energieerhaltungsgründen muß die Leuchtkraft im "harten Spektrum", das alle von der Korona modifizierten Photonen enthält, durch

$$L_\mathrm{H} = P_\mathrm{G} - L_\mathrm{S} = f\,[1 - \eta(1-a)]\, P_\mathrm{G} = \frac{A-1-f}{f} L_\mathrm{S}$$

gegeben sein. Die harte Leuchtkraft ist auch die Summe aus den weichen, nach oben gestreuten Photonen, und der von der Scheibe emittierten Reflektionskomponente. Das Verhältnis zwischen L_C und L_S bestimmt A:

$$\frac{L_\mathrm{C}}{L_\mathrm{S}} = \frac{f}{1 - f + f\eta(1-a)} = A - 1 \tag{4.15}$$

Aus den Beobachtungen weiß man, daß der Faktor f wahrscheinlich nahe eins ist, d.h. die meiste Gravitationsenergie wird in der Korona dissipiert, wodurch L_C sehr nahe an P_G sein wird. In diesem Fall ist der Verstärkungsfaktor durch

$$A - 1 = \frac{1}{\eta(1-a)} \tag{4.16}$$

gegeben. Physikalisch sinnvolle Werte liegen bei $\eta \approx 0.5$, wenn man annimmt, daß die Korona isotrop streut, während die Albedo der kalten Akkretionsscheibe ungefähr 10% beträgt. Daraus ergibt sich ein Verstärkungsfaktor von $A \approx 3$. Werte für A in der Größenordnung von eins bedeuten, daß die Leuchtkraft im harten Spektrum ungefähr der im weichen Spektrum entspricht.

Der Verstärkungsfaktor A ist nahe verwandt mit dem im vorherigen Unterkapitel eingeführten Kompaneets-Parameter. Aus diesem Grund schränkt Gl. (4.16) die Beziehung zwischen der angenommenen optischen Tiefe der Korona und ihrer Temperatur so ein, daß y nicht zu groß wird (sonst würde man einen Wien-Buckel im Spektrum sehen). Um diese Einschränkung wirklich zu verstehen ist allerdings ein Modell für die Struktur der Korona erforderlich. Ein derartiges Modell ist z.B. von Haardt & Maraschi (1993) beschrieben worden. Es basiert auf einer analytischen Reflektionstheorie (sehr ähnlich der in Kapitel 3.1.1 beschriebenen Theorie) und auf der von Haardt & Maraschi entwickelten Theorie der anisotropischen Compton-Streuung, die bei der Abschätzung von η wichtig ist. Andere Gruppen haben die Struktur der Akkretionsscheibenkoronen unter vereinfachten Annahmen für die Heizung und Kühlung (Ostriker, McKee & Klein 1991) oder mit linearen Monte Carlo-Modellen (Skibo & Dermer 1995) berechnet, immer noch unter der Annahme einer Ein-Temperatur-Korona. Die im folgenden beschriebenen Simulationen verwenden einen nichtlinearen Monte Carlo-Code, mit dem die *gesamte* Physik selbstkonsistent simuliert wird. Im folgenden soll daher zunächst der Monte Carlo-Code beschrieben werden, bevor zur Theorie der Koronen zurückgekehrt wird.

4.3 Die Large Particle Methode

4.3.1 Einführung

Das in Kapitel 3 behandelte Problem der Reflektion von Photonen an gewissen geometrischen Objekten (Scheiben) war relativ einfach zu lösen, da es auf das Problem der Propagation eines Photons durch die Scheibe zurückgeführt werden konnte. Im Fall der Akkretionsscheibenkoronen ist diese Problemreduktion nicht mehr möglich, da die Kühlung der Korona durch Compton-Kühlung mitsimuliert werden muß. Das bedeutet, daß in Akkretionsscheibenkoronen das Strahlungsfeld mit der Materie wechselwirkt, so daß die Materie nicht mehr als ein passives Medium behandelt werden kann, wie das im Fall der Reflektion möglich war. Noch komplizierter wird das Problem, wenn Paarbildung einsetzt, da dann das Strahlungsfeld auch mit sich selbst wechselwirkt. Daher ist die eine einfache lineare Monte Carlo-Methode für die Berechnung der Struktur der Akkretionsscheibenkoronen ungeeignet und es muß eine andere Methode gefunden werden, um das Problem der starken Kopplung zwischen dem Photonenfeldes und der Materie zu lösen:

1. *Verwendung einer modifizierten Monte Carlo-Methode.* Hierbei wird ein Anfangszustand des Gesamtsystems angenommen, bei dem die Temperaturverteilung, die Elektronen(-geschwindigkeits-)verteilung und das Photonenspektrum im System vorgegeben sind. Die Elektronen müssen nicht unbedingt als Maxwell-verteilt angenommen werden. Nach dieser Spezifikation des Systemzustands wird der Strahlungstransport in diesem System mit Hilfe einer linearen Monte Carlo-Methode simuliert. Für jedes Gebiet, in dem vergleichbare physikalische Bedingungen herrschen, werden dabei die Kühlraten und das Photonenspektrum bestimmt. Nach dem Monte Carlo-Schritt werden die Bedingungen im System unter Zuhilfenahme dieser Parameter justiert. So wird zum Beispiel die Temperatur in einer Region erhöht, wenn es sich herausstellt, daß die dort berechnete Kühlrate kleiner ist als die der dort angenommenen Heizung. Dieser Iterationsprozeß wird so lange wiederholt, bis ein Gleichgewicht erreicht wird.

2. *Verwendung einer modifizierten Monte Carlo-Methode*, bei der eine ausreichende Zahl von Teilchen parallel propagiert wird und die Wechselwirkung aller Teilchen miteinander ebenfalls parallel simuliert werden. In diesem Fall ist das jeweilige Photonen- und Teilchenspektrum immer bekannt. Daher kann auch die Wechselwirkung zwischen Strahlung und Materie immer korrekt simuliert werden. Da diese Methode ebenfalls auf der Monte Carlo-Methode basiert, können alle Wechselwirkungen mit den exakten QED-Wirkungsquerschnitten und mit relativistischer Streutheorie simuliert werden.

3. *Verwendung eines Phasenraumzugangs*, bei dem die kinetische Gleichung (die Boltzmann-Gleichung) unter Einschluß der das Strahlungsfeld an das Plasma koppelnden Terme mit numerischen Verfahren gelöst wird.

Die in der Vergangenheit angestellten Versuche, Akkretionsscheibenkoronen zu simulieren, umfaßten alle drei hier dargestellten Wege. Lineare Monte Carlo-Methoden sind von Skibo et al. (1995) für den Fall der Comptonisierung in relativistischen Paarplasmen verwendet worden, während der Zugang über die kinetische Gleichung von Coppi (1992) für magnetische Paarplasmen und auch von vielen weiteren Autoren benutzt wurde. Die nichtlineare Monte Carlo-Methode ist insbesondere von Stern (1985), Stern, Svensson & Sikora (1990) und Stern et al. (1995) angewandt worden.

Die Verwendung der kinetischen Gleichung erlaubt eine selbstkonsistente Lösung für die Opazitäten, die Temperaturverläufe und das Strahlungsfeld, aber es muß angenommen werden, daß die Bedingungen innerhalb der Korona einheitlich sind. Aus diesem Grund kann die Strahlungsreprozessierung in der Scheibe nicht mitberücksichtigt werden, aus Rechenzeitgründen ist die Methode ferner nur für einfache Geometrien geeignet. Die Verwendung von Monte Carlo-Methoden erlaubt eine Lösung des Problems für alle vorstellbaren Geometrien. Allerdings ist es ein Problem der linearen Monte Carlo-Methode, daß es nur unter Verwendung sehr uneleganter Verfahren möglich ist, die Wechselwirkung des Strahlungsfeldes mit sich selbst zu simulieren. In einem nicht-linearen Monte Carlo-Zugang sind diese Wechselwirkungen kein Problem.

Wegen der Einfachheit und Eleganz der nichtlinearen Monte Carlo-Methode wurde dieser Zugang für die hier beschriebenen Simulationen der Akkretionsscheibenkoronen gewählt. Der Code wird in Abschnitt 4.3.2 genauer dargestellt und dann in Abschnitt 4.4 ein Überblick über die wichtigsten Ergebnisse der Rechnungen gegeben. Im nächsten Kapitel werden diese Resultate dann auf das Breitbandspektrum des galaktischen Schwarzlochkandidaten Cygnus X-1 angewendet.

4.3.2 `kotelp` — Ein Large Particle Code

Für das Projekt der Simulation der Röntgenspektren und des Zeitverhaltens kompakter Objekte wurde der Computer-Code `kotelp` benutzt, der ursprünglich von Boris Stern vom Institut für Kernphysik der Russischen Akademie der Wissenschaften in Moskau entwickelt wurde[2]. Die hier beschriebenen Simulationen sind mit ihm und der Gruppe von Mitchell Begelman vom Joint Institute of Laboratory Astrophysics in Boulder, Colorado, besonders Jim Dove, durchgeführt worden. Eine erste Version des Programms ist bei Stern (1985) beschrieben, die Version, die die Grundlage der hier vorgestellten Arbeiten war, ist in der Veröffentlichung von Stern et al. (1995) dargestellt. Jim Dove und ich haben verschiedene Veränderungen an dem Programm durchgeführt, angefangen von Fehlerausbesserungen bis hin zu einer Umstrukturierung des Codes. Aus diesem Grund ist eine Neubeschreibung des Programmes notwendig geworden.

Eine der größten Herausforderungen bei der Modellierung der Entstehung des Hochenergiespektrums in Koronen entsteht aus dem enormen dynamischen Bereich der Teilchenenergien und Teilchenzahldichten in diesen Simulationen. Wenn man die Standardtechnik der linearen Monte Carlo-Methode verwenden würde, einzelne Teilchen zu simulieren, dann würde ein sehr großer Teil der Rechenzeit auf die Simulation der Entwicklung von Myriaden niederenergetischer Teilchen verschleudert werden, während nur ein verschwindender Teil der Rechenzeit auf die wenigen Hochenergieereignisse entfallen würde. Da hier insbesondere die harten Röntgenspektren simuliert werden sollen ist eine gute Statistik auch bei den höchsten Röntgenenergien sehr wichtig. In dem im vorherigen Kapitel beschriebenen linearen Monte Carlo-Code wurde dieses Problem dadurch gelöst, daß die gleiche Zahl von Photonen pro Energiedekade mit einer E^{-1}-Verteilung erzeugt und das einfallende Spektrum dann mit Hilfe statistischer Gewichte simuliert wurde. In einem parallelen Code kann ein ähnlicher Trick angewendet werden. In `kotelp` werden alle wechselwirkenden Teilchen durch 10^4–10^6 "large particles" (LPs), also große Teilchen, dargestellt. Das Programm kümmert sich parallel um alle diese LPs. Jedes LP repräsentiert eine *Gruppe* identischer Teilchen, die alle eine feste Energie, Richtung und Geschwindigkeit haben, und nicht ein einzelnes Teilchen. Mathematisch gesprochen ist die Gesamtenergie eines LP das Produkt aus der Energie pro repräsentiertem Teilchen, ϵ, und einem statistischen Gewicht, ω, das proportional zur Zahl der von dem LP repräsentierten Teilchen ist:

$$E_{\mathrm{LP}} = \epsilon \cdot \omega$$

Damit ist die Zahl der von jedem LP repräsentierten Teilchen proportional zu $1/\epsilon$. Wenn das tatsächliche Photonenspektrum proportional zu E^{-1} wäre, dann würde jede Energiedekade durch die gleiche Zahl von LPs repräsentiert werden. Stern et al. (1995) diskutieren zusätzlich eine

[2]Der Ursprung des Namens `kotelp` für das Programm ist nicht bekannt. Das Hauptprogramm des `FORTRAN 66` Quellcodes, den Jim Dove und ich von Boris Stern erhielten, fängt mit der `FORTRAN` Anweisung `program kotelp` an. Daher namen wir an, daß dies ein (russisches?) Akronym für irgend etwas sei. Nachdem wir Boris dazu befragten, erklärte er, er wüßte nicht, warum er das Programm so angefangen hätte. Boris selbst hat keinen Namen für den Code, so daß Jim und ich einfach an `kotelp` festhielten. Wir haben noch keine formale Programmbezeichnung erfunden, die abgekürzt `kotelp` ergibt.

Version des Code, in der $E_{\rm LP}$ selbst eine Funktion von ϵ ist. Diese Möglichkeit wird in den hier vorgestellten Simulationen nicht benutzt.

Die Bedingung, daß jedes LP eine feste Gesamtenergie hat, macht die Simulation der Teilcheninteraktionen schwieriger, da die physikalische Energie ϵ bei jeder Kollision geändert wird. Das bedeutet aber, daß das neue LP mit der neuen Energie ϵ' eine andere Zahl an physikalischen Teilchen repräsentiert und damit die Teilchenzahl nicht erhalten bleibt. Das Verhältnis zwischen den statistischen Gewichten des LPs vor und nach dem Stoß ist durch

$$n = \frac{\epsilon'}{\epsilon}$$

gegeben. Je nachdem, ob n größer oder kleiner als eins ist, wird das neue LP entweder mehr oder weniger physikalische Teilchen repräsentieren. Um die Teilchenzahl zumindest in einem statistischen Sinn zu erhalten, wird das LP nach dem Stoß entweder mit einer Wahrscheinlichkeit $1 - n$ gelöscht, oder es werden $n - 1$ neue LPs erzeugt.

Diese Erzeugung neuer Teilchen ist insbesondere am Anfang der Simulationen ein Problem. Wenn ein Comptonisierungsmodell berechnet wird und die Simulation nur mit weichen Photonen und einer angenommenen Temperaturverteilung gestartet wird, dann werden durch inverse Compton-Stöße sehr viele neue LPs erzeugt. Unserer Erfahrung nach kann die Zahl der erzeugten LPs die vom Programm zu verfolgende Teilchenzahl vertausendfachen. Aus Rechenzeitgründen kann nicht allen dieser Teilchen gefolgt werden. Daher wird beim Überschreiten einer gewissen Gesamtzahl von LPs die mit jedem LP assoziierte Energie $E_{\rm LP}$ um 20% erhöht und gleichzeitig die Zahl der LPs um den Faktor $1 - (1/1.2)$ verringert, indem eine Zahl statistisch ausgewählter Teilchen entfernt werden. Damit ist gesichert, daß die Energie auf globaler Skala im statistischen Sinne erhalten bleibt. Nach einer Übergangsphase erreicht das System einen Gleichgewichtszustand und diese "Teilchenzahlkompressionen" sind nicht mehr erforderlich. Anstelle daher jedes Modell von einem Grundzustand her zu simulieren, ist es normalerweise besser, den Zustand eines dem zu simulierenden Modell sehr naheliegenden Modells als Eingabe für die neue Simulation zu verwenden. Das führt zu einer starken Verringerung der zur Initialisierung des Modells aufgewandten Rechenzeit.

Außer dem hohen dynamischen Bereich der Spektren ist ein zweites Problem in nicht-linearen Monte Carlo-Codes, wie der Stoßpartner für eine Teilcheninteraktion ausgewählt wird. Das ist einer der zeitaufwendigsten Aspekte einer parallelen Monte Carlo-Simulation. Im einfachsten Fall würde man die Relativenergie zwischen dem gerade gefolgten Teilchen und allen möglichen Stoßpartnern berechnen, den jeweiligen Wirkungsquerschnitt ausrechnen, und dann aufgrund dieser Information den Stoßpartner wählen. Dieser Zugang würde eine Rechenzeit von $O(n^2)$ benötigen, wobei n die Zahl der LPs bedeutet. Stern (1985) fand eine sehr mächtige Methode, die die Rechenzeit auf $O(n \log n)$ reduziert. Für jede Teilchenart und ihre möglichen Wechselwirkungen wird bei dieser Methode die maximal mögliche Stoßrate unter der Annahme, daß die Relativgeschwindigkeit der interagierenden Teilchen die zweifache Lichtgeschwindigkeit ist und unter Verwendung des Maximalbetrags des Wirkungsquerschnitts, berechnet. Das muß nur einmal pro Zeitschritt getan werden, da der maximale Wirkungsquerschnitt von den Eigenschaften der individuellen Teilchen unabhängig ist. Die freie Weglänge des jeweils gefolgten Teilchens wird dann unter Verwendung dieses maximalen Wirkungsquerschnitts berechnet und das Teilchen, mit dem wechselgewirkt wird, aus der kumulativen Energieverteilung der Teilchen gezogen. Erst nachdem der Wechselwirkungspartner bekannt ist werden die exakte Relativgeschwindigkeit $v_{\rm rel}$ und der exakte Wirkungsquerschnitt $\sigma(\epsilon)$ unter Verwendung der richtigen relativistischen Gleichungen berechnet. Die Wahrscheinlichkeit $P_{\rm acc}$ dafür, daß tatsächlich ein Stoß stattfindet, ist dann durch das Verhältnis zwischen der genauen Stoßrate und der maximalen Stoßrate gegeben:

$$P_{\rm acc} = \frac{v_{\rm rel}}{2c} \cdot \frac{\sigma(\epsilon)}{\sigma_{\rm max}}$$

Hier ist E die mit den zwei wechselwirkenden Teilchen assoziierte Energie. Nachdem die Wechselwirkung akzeptiert wurde, wird sie unter Verwendung der korrekten Mikrophysik simuliert. Obwohl die Compton-Streuung in den hier geschilderten Simulationen der wichtigste Strahlungsprozeß ist, wurden alle möglichen Strahlungsprozesse implementiert: Thermische Bremsstrahlung, Coulomb-Streuung, Synchrotron-Strahlung, Photon-Photon Paarproduktion, und Paarannihilation. Alle Prozesse werden unter Verwendung der korrekten QED Wirkungsquerschnitte und relativistischer Mechanik simuliert (ein Überblick über diese Prozesse wird bei Novikov & Stern 1986 gegeben).

In der Anwendung des Programms auf Akkretionsscheibenkoronen ist das genaue Elektronenspektrum nur sehr schwer genau zu berechnen, da dieses nicht nur vom Photonenspektrum sondern auch von den anderen in der Korona vorherrschenden Bedingungen abhängt. Zum Beispiel wird bei den hier vorgestellten Simulationen ein Teil der durch Akkretion zur Verfügung stehenden Energie zur Heizung der Elektronen verwendet, ohne daß dieser Prozeß genauer spezifiziert wird. Wie weiter oben angesprochen könnte dies z.B. magnetische Rekonnexion sein oder aber Wechselwirkung mit den für die Viskosität entscheidenden Ionen in der Korona. Obwohl diese Prozesse nicht genau verstanden werden, machen diese Beispiele zumindest deutlich, daß die Geschwindigkeitsverteilung der Elektronen nicht nur vom Strahlungsfeld, sondern auch von ihrer Interaktion mit den Ionen beeinflußt wird. Es ist wahrscheinlich, daß die Thermalisierungszeitskala der Elektronen kleiner ist als die Zeitskala für Comptonisierung oder die Entweichzeit der Photonen und daher kann man annehmen, daß die Elektronen in guter Näherung Maxwell-verteilt sind. Weil damit das Elektronenspektrum vorgegeben ist müssen die Elektronen und Positronen nicht als LPs behandelt werden.

In der hier beschriebenen Version des Code werden die Elektronen und Positronen in einer genäherten Form als sogenannte “thermische Pools” behandelt. Die Einführung dieser Pools ist die größte Veränderung im Programm im Vergleich zur Darstellung von Stern et al. (1995). In einem thermischen Pool geht alle individuelle Information über ein Teilchen verloren und seine Gesamtenergie und sein statistisches Gewicht wird zu den globalen Eigenschaften des Pools hinzugefügt. Die Temperatur des Pools ist durch $kT_\mathrm{e} = E_\mathrm{tot}/W$ gegeben. Jedes Teilchen, das den Pool betritt oder verläßt, ändert E_tot und W. Für alle Wechselwirkungen mit Teilchen außerhalb des Pools wird ein LP erzeugt, dessen Energie zufällig einer relativistischen Maxwell-Verteilung der Temperatur T_e entnommen wird. Die Wechselwirkung wird mit diesem LP simuliert und ändert die Eigenschaften des LP und damit des Pools. Für jeden Zeitschritt werden diese Änderungen summiert. Die Eigenschaften des Pools ändern sich allerdings während der Simulation des Zeitschritts nicht, außer daß physikalisch sinnvolle Bedingungen an das Poolverhalten gestellt werden. Zum Beispiel ist es nicht möglich, einem Pool mehr Teilchen (= statistisches Gewicht) zu entnehmen, als er tatsächlich enthält.

Die Wechselwirkungen zwischen dem Positronen- und dem Elektronenpool werden unter Verwendung probabilistischer Methoden simuliert. Dafür werden dem Positronenpool 100 Teilchen entnommen, die jeweils 1% seines gesamten Inhalts repräsentieren. Diese “LPs” interagieren dann mit dem Elektronenpool in der oben für normale LPs geschilderten Art. Nur die Interpretation des statistischen Gewichts ist eine andere. Diese Aufteilung des Pools in 100 “Unterpools” erreicht, daß auch die Wechselwirkung zwischen den Pools statistisch signifikant simuliert wird und reduziert die statistischen Fluktuationen, die bei der Benutzung von wesentlich weniger Unterpools auftreten würden. Die Verwendung von mehr als 100 Unterpools ergibt nur eine Erhöhung der Rechenzeit, ohne aber die statistische Signifikanz der simulierten Wechselwirkungen wesentlich zu erhöhen. Die einzigen Wechselwirkungen, die zwischen den Pools simuliert werden, sind Paarannihilationen, da unsere Erfahrung zeigt, daß in den hier vorgestellten Modellen die Kühlung durch thermische Bremsstrahlung, Coulombstreuung und Synchrotronstrahlung vernachlässigbar ist (siehe auch die Diskussion dieses Punktes bei Haardt & Maraschi 1993).

Nach jedem Zeitschritt werden die Temperaturen der Pools unter Berücksichtigung der Heizung und Kühlung angepaßt. Wenn keine weiteren Vorsichtsmaßnahmen unternommen werden, sind bei dieser Anpassung jedoch große statistische Fluktuationen möglich. Diese werden dadurch verursacht, daß der Energieinhalt in den Photonen-LPs wesentlich größer ist als der in den Pools. Zum Beispiel existiert eine kleine Wahrscheinlichkeit, daß das Photon in einem Compton-Streuvorgang fast seine ganze Energie an ein Elektron abgibt. Da das Elektron das gleiche statistische Gewicht wie das LP hat, kann sich durch dieses Ereignis das statistische Gewicht des Pools sehr stark ändern. Daher kann die Interaktion eines Photon-LPs mit dem Pool dazu führen, daß das Gleichgewicht des Pools zerstört wird und damit der Pool am Erreichen eines langfristigen Gleichgewichtszustandes gehindert wird. Kleine Fluktuationen in der Compton-Kühlfunktion führen dazu, daß die Pooltemperatur während der Simulation immer leicht schwankt. Unter bestimmten Umständen kann es jedoch dazu kommen, daß die Kühlrate des Pools exponentiell anwächst oder abfällt. Das ist insbesondere der Fall, wenn die optische Tiefe des Gesamtsystems klein ist, da dann die Wechselwirkungszeitskala zwischen dem Photonenfeld und den Pools größer wird und daher die Effizienz der Kühlprozesse abnimmt. Wenn keine vorbeugenden Maßnahmen getroffen werden führen die Schwankungen dazu, daß das entweichende Photonenspektrum stark gestört ist. Um diese Probleme zu umgehen, werden in der Simulation die Pooltemperatur und -gewicht durch einen gleitenden Mittelwert der letzten Schritte (normalerweise 5) bestimmt. Wird über wesentlich längere Zeitskalen gemittelt kommt es überstabilen Oszillationen der Temperatur, die dadurch begründet sind, daß sich die Temperatur nicht schnell genug an Änderungen des Strahlungsfeldes anpassen kann. Durch die Mittelung wird ein großer Teil der normalerweise auftretenden Schwankung beseitigt, eliminieren jedoch nicht die allerstärksten Schwankungen am Beginn der Simulation. Daher wird als zweite Maßnahme in der Simulation eine maximale Temperaturänderung des Pools von nur 10% pro Zeitschritt erlaubt. Diese zwei Vorbeugemaßnahmen sichern, daß sich die Pooleigenschaften nur gedämpft ändern können, selbst wenn die externen Parameter des Modells (wie die optische Tiefe oder die Heizung) geändert werden. Obwohl die Begrenzung der Temperaturänderung die Gesamtenergie des Systems nicht erhält, ist die Energieerhaltung nachdem ein Gleichgewichtszustand erreicht wurde, dennoch gegeben.

Wie schon angesprochen wird die Kühlung der Pools während der Simulation durch die Wechselwirkung der LPs gewährleistet. Für die meisten Modelle ist hierbei die Compton-Streuung mit niederenergetischen Photonen der Hauptkühlprozeß. Der aus der Akkretion herrührende Heizmechanismus wird dadurch simuliert, daß für jeden Zeitschritt eine vorgegebene Menge an Energie zu jedem Pool hinzuaddiert wird. Dies ist normalerweise der vorherrschende Heizprozeß. In den hier simulierten Gleichgewichtszuständen ist die Zeitskala zum Erreichen des Poolgleichgewichts wesentlich kleiner als die mittlere Zeit, die ein niederenergetisches Photon benötigt, eine Energie von ungefähr kT_{e} zu erreichen.

4.4 Simulation von Akkretionsscheibenkoronen

4.4.1 Das Modell

Für das im folgenden behandelte Koronamodell werden Photonen, Elektronen und Positronen als Teilchen simuliert. Es wird angenommen, daß die Elektronendichte in der Korona gleichverteilt ist.

Das den hier beschriebenen Simulationen zugrundeliegende Koronamodell ist das einer scheibenförmigen, unendlich ausgedehnten Korona mit einer gesamten optischen Tiefe für Elektronenstreuung von τ_0 oberhalb einer als kalt angenommenen unendlich dicken Akkretionsscheibe. Die Korona kann eine nicht-isotrope Temperaturverteilung besitzen. Dazu wird sie in Raumzonen unterteilt, in denen angenommen wird, daß die dort herrschenden physikalischen Bedingungen angenähert gleichförmig sind. In der hier beschriebenen ebenen Geometrie sind diese Zonen gleichförmige Schichten vorgegebener optischer Tiefe $\Delta\tau < 1$. Die Bedingung, daß jede Raumzone optisch dünn ist, sichert, daß sich die physikalischen Bedingungen zwischen den Raumzonen

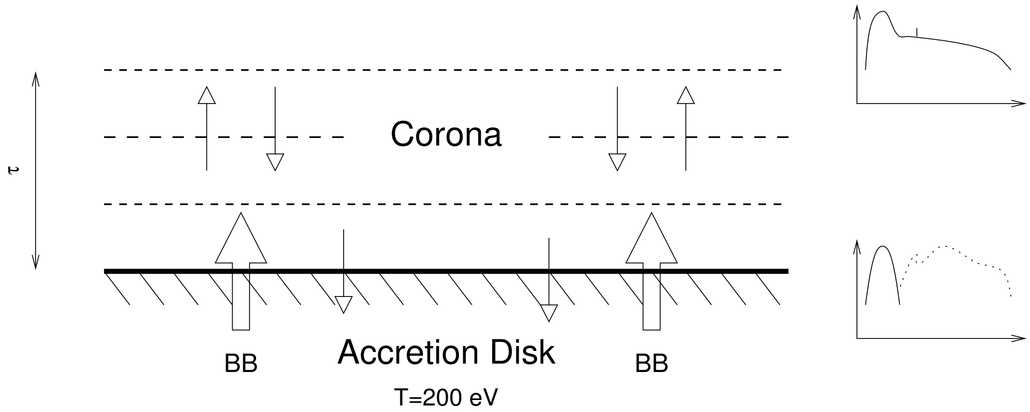

Abbildung 4.8: F"ur die Simulation angenommene Geometrie.

nur wenig ändern. Auf der anderen Seite darf $\Delta\tau$ jedoch auch nicht zu klein sein, da sonst statistische Fluktuationen überhand nehmen können (Abschnitt 4.3.2). Die im folgenden vorgestellten Modelle haben optische Tiefen zwischen $\tau_\mathrm{e} = 0.05$ und 5.0, durch Experimentieren wurde festgestellt, daß zehn Zonen eine ausreichende vertikale Temperaturauflösung liefert und sich auch das durch die Korona propagierende Strahlungsfeld von Zone zu Zone nur wenig ändert. Die hier simulierte Korona ist in Abb. 4.8 wiedergegeben.

Das von der Korona emittierte Spektrum hängt nur von der Temperaturverteilung ab und nicht von der absoluten Größe des Systems (Gl. 4.15, siehe auch die Fußnote auf der nächsten Seite). Daher macht es Sinn, alle Leuchtkräfte in Einheiten von $m_\mathrm{e}c^3R/\sigma_\mathrm{T}$ auszudrücken, wo R eine charakteristische Länge des Systems ist (Guilbert, Fabian & Rees 1983; Svensson 1984). Die in dieser Form ausgedrückte Leuchtkraft nennt man einen Kompaktheits-Parameter. Wird der Kompaktheits-Parameter in der Form

$$l = \frac{L}{m_\mathrm{e}c^3R/\sigma_\mathrm{T}} = \frac{L}{m_\mathrm{e}c^2}\,\frac{R}{c}\,\frac{\sigma_\mathrm{T}}{R^2} = \frac{N_\mathrm{ph}}{R^3}\sigma_\mathrm{T}R = n_\mathrm{ph}\sigma_\mathrm{T}R$$

geschrieben, worin n_ph die Photonendichte ist, so ist zu erkennen, daß l ein Maß für die optische Tiefe für Wechselwirkungen der Photonen untereinander ist (Fabian 1994). Obwohl die Kompaktheit ursprünglich für die Beschreibung der Paarbildung eingeführt wurde, kann jede Leistung als eine Kompaktheit geschrieben werden.

Bei scheibenförmigen Koronen ist es angebracht, die Gesamthöhe der Korona, z_0, als charakteristische Länge zu wählen. Damit können die auf S. 59 definierten Leuchtkräfte auch als Kompaktheits-Parameter geschrieben werden:
In der Notation von S. 59 ist die Kompaktheit des Teils der durch Akkretion zur Verfügung stehenden Leistung P_G, der in der Scheibe dissipiert wird, durch

$$l_\mathrm{G} = \frac{\sigma_\mathrm{T}}{m_\mathrm{e}c^3}\,z_0\,(1-f)P_\mathrm{G}$$

gegeben, während die in der Korona dissipierte Leistung durch

$$l_\mathrm{C} = \frac{\sigma_\mathrm{T}}{m_\mathrm{e}c^3}\,z_0\,fP_\mathrm{G}$$

charakterisiert wird. Zur Vereinfachung der Modelle wird $l_\mathrm{G} = 1$ gesetzt. Damit ist

$$f = \frac{l_\mathrm{C}}{1+l_\mathrm{C}} \tag{4.17}$$

was die Übersetzung der hier vorgestellten Ergebnisse in das Bild von Haardt & Maraschi (1993) ermöglicht. Die Festsetzung $l_\mathrm{G} = 1$ ist erlaubt, da das verwendete Modell der Korona die zwei voneinander unabhängigen freien Parameter P_G und z_0 besitzt, in denen alle hier wichtigen physikalischen Prozesse linear sind[3]. Für $l_\mathrm{C} \gg 1$ ist $f \approx 1$ und der größte Teil der Gravitationsenergie wird in der Korona dissipiert, während für $l_\mathrm{C} \ll 1$ $f \approx 0$ wird und der größte Teil der Gravitationsenergie direkt in der Scheibe dissipiert wird. In diesem Fall ist $F_\mathrm{S} \approx P_\mathrm{G}$. Die hier vorgestellten Modelle haben $0.0025 \leq l_\mathrm{C} \leq 250.00$, was $0.025 \lesssim f \lesssim 1$ entspricht. Einige Modelle haben wesentlich größere l_C (bis zu 2000), um das Verhalten der Korona für f sehr nahe an eins zu studieren. In den hier vorgestellten Modellen wird angenommen, daß die Energie gleichmäßig in der Korona dissipiert wird. Wir haben auch Modelle simuliert, bei denen die Energiedissipation proportional zu $\exp(-z/z_0)$ ist. Diese Modelle werden in der Dissertation von Jim Dove genauer beschrieben werden.

Die Kompaktheit der durch Reprozessierung koronaler Strahlung erzeugten Leuchtkraft ist durch

$$l_\mathrm{abs} = \frac{\sigma_\mathrm{T}}{m_\mathrm{e}c^3}\, z_0 F_\mathrm{abs}$$

gegeben, wo F_abs der absorbierte Fluß ist (in der Notation von S. 59 ist $z_0^2 F_\mathrm{abs} = (1-a)\eta A L_\mathrm{S}$). Ist die Kompaktheit der von der Scheibe emittierten thermischen Strahlung

$$l_\mathrm{S} = \frac{\sigma_\mathrm{T}}{m_\mathrm{e}c^3} z_0 F_\mathrm{S} \tag{4.18}$$

wo $L_\mathrm{S} = z_0^2 F_\mathrm{S}$ die auf S. 59 eingeführte Leuchtkraft der Akkretionsscheibe ist und F_S der von der Scheibe lokal emittierte *thermische* Fluß ist, dann ist aus Energieerhaltungsgründen

$$l_\mathrm{S} = l_\mathrm{G} + l_\mathrm{abs} = 1 + l_\mathrm{abs}$$

Unter Verwendung dieser Gleichung und von Gl. (4.18) kann der lokal von der Scheibe emittierte Fluß F_S bestimmt werden. Wir nehmen in der Simulation an, daß die spektrale Form der thermischen Strahlung durch eine Planckverteilung mit einer assoziierten Temperatur von T_BB gegeben ist, die als fest angenommen wird. Das ist erlaubt, da gezeigt werden kann, daß die thermische Koppelung zwischen der Scheibe und der Korona sehr gering ist (Haardt & Maraschi 1991). Am oberen Rand der Korona darf die Korona frei abstrahlen, ohne daß eine weitere Randbedingung existiert.

Die Reprozessierung und Reflektion der Strahlung in der kalten Scheibe wird durch den in Kapitel 3 beschriebenen linearen Monte Carlo-Code simuliert. In den hier vorgestellten Simulationen kann die Albedo der Scheibe und das Winkelverhalten der Strahlung wesentlich genauer berechnet werden, als in denen von Haardt & Maraschi (1993), da nicht angenommen wird, daß das auf die Scheibe auftreffende Strahlungsfeld isotrop ist. Anders als bei Haardt & Maraschi (1993) wird die reflektierte Komponente nicht einfach zu dem emittierten Spektrum hinzuaddiert, sondern darf weiterhin mit der Korona wechselwirken. Daher sind auch Mehrfachreflektionen von Photonen an der Scheibe möglich. Obwohl dies die Energetik des Systems nicht ändert, kann es insbesondere bei größeren optischen Tiefen die Form emittierte Spektrum beeinflussen.

4.4.2 Modellerzeugung und Datenanalyse

Wie in Abschnitt 4.3.2 schon erwähnt wurde, ist es aus Rechenzeitgründen nicht möglich, jedes der simulierten Modelle von Null her zu starten. Es ist effizienter, die Simulation von einem schon berechneten Modell mit ähnlichen Parametern τ_e und l_C zu starten. Für jedes l_C wurde daher zunächst ein Modell mittlerer optischer Tiefe simuliert. Nach dessen Berechnung wurden

[3] Die Emissivität der Compton-Strahlung ist proportional zur Elektronendichte n_e, während die Bremsstrahlungsemissivität eines reinen Wasserstoffgases proportional zu n_e^2 ist. Wäre Bremsstrahlung ein wichtiger Kühlprozeß, dann müßte auch noch die Längenskala z_0 festgesetzt werden und die Freiheit, eine der beiden Kompaktheiten festzulegen, würde entfallen.

schrittweise die zu diesem l_C gehörenden Modelle unterschiedlicher optischer Tiefen berechnet, die jeweils von dem “nächstliegenden” Modell her berechnet wurden. Nachdem alle optische Tiefen simuliert worden waren, wurde der nächste Wert für l_C gewählt. Wie im letzten Abschnitt schon angesprochen war $0.0025 \leq l_\mathrm{C} \leq 250$ und $0.05 \leq \tau_\mathrm{e} \leq 5.0$.

Obwohl die einzelnen Gridparameter sehr nahe beieinander lagen, stellte es sich doch heraus, daß weitere vorbeugende Maßnahmen unternommen werden mußten, um einen sanften Übergang zwischen den Modellen zu erreichen. Um eine gute statistische Qualität zu erreichen, mußte der Zeitschritt Δt modelabhängig gewählt werden. In unserer Parametrisierung entspricht t der Zeit, die ein Photon benötigt, die Korona ohne Stöße zu durchqueren. Daher muß Δt wesentlich kleiner als eins sein. In unseren Simulationen wählten wir $\Delta t = 0.05/\tau_\mathrm{e}$ unter Berücksichtigung der zusätzlichen Nebenbedingung $0.05 \leq \Delta t \leq 0.2$. Wie oben auch schon erwähnt wurde, sind die statistischen Schwankungen besonders während der Übergangsperiode zwischen zwei Modellen sehr gefährlich. Unserer Erfahrung nach kann es dabei zu sehr starker Paarbildung kommen, selbst wenn Paare nach Erreichen des Gleichgewichtszustandes keine Bedeutung haben. Zusätzlich zu den in Abschnitt 4.3.2 erläuterten Vorbeugemaßnahmen (insbesondere die Kontrolle der Pooltemperaturen) wurde daher Paarbildung während der Übergangsperiode, die normalerweise $2/\tau_\mathrm{e}$ Zeiteinheiten dauert, verboten. Nach weiteren $1/\tau_\mathrm{e}$ Zeiteinheiten ist das System normalerweise ausreichend im Gleichgewicht, um die Berechnung des emittierten Spektrums zu erlauben.

Für jedes Parameterset findet `kotelp` die Temperaturstruktur, $T(z)$, die gesamte optische Tiefe (also incl. Positronen) und das interne und das das emittierte Strahlungsfeld. Für die Strahlungsfelder wird auch das winkelabhängige Strahlungsfeld in zehn Stufen in $\cos\theta$ gefunden, wo θ der Winkel zwischen der Blickrichtung und der Scheibenoberfläche ist. Ferner wird auch das (ebenfalls winkelabhängige) Spektrum der auf die Scheibe fallenden und von ihr emittierten Strahlung berechnet. Zur Qualitätskontrolle wird auch das Verhalten der Temperatur über den ganzen Simulationsablauf hinweg ausgegeben.

Für jedes Modell wird ein Überblick ausgegeben, der die allgemeinen Charakteristika des Modells in graphischer Form zusammenfaßt: emittiertes Spektrum, Äquivalentbreiten der vier wichtigsten Fluoreszenzlinien, spektrale Charakteristik des Comptonisierungsspektrums, mittlere Koronatemperatur als Funktion der Zeit, Temperaturstruktur der Korona, die Kühlfunktion, die Albedo, die optische Tiefe als Funktion der Zeit, usw.

Da alle diese Parameter aus einer Monte Carlo-Simulation erhalten wurden, sind sie alle mit Unsicherheiten behaftet. Die Unsicherheit des Spektrums kann dabei durch einfaches Betrachten des spektralen Rauschens erhalten werden. Alle anderen Parameter werden durch Mittelung über einen Teil der Simulation erhalten. Daher ist es möglich, ihre statistische Unsicherheit mit den üblichen statistischen Methoden zu berechnen. Wo es möglich war, wurden die Koronamodelle auch mit Simulationen anderer Autoren verglichen, um einen Konsistenzcheck mit diesen Arbeiten zu erreichen. Außer im Fall der paardominierten Koronen stimmen die Ergebnisse mit denen von anderen Autoren erhaltenen überein. Im Fall der paardominierten Koronen ist es noch nicht klar, ob die Abweichungen durch einen noch nicht gefundenen Fehler in `kotelp` oder durch die von den anderen Autoren vorgenommenen Vereinfachungen verursacht werden, daher soll hier auf sie nicht eingegangen werden.

4.4.3 Ergebnisse

In diesem Abschnitt sollen die wichtigsten der von Jim Dove und mir durchgeführten Simulationen vorgestellt werden. Das Hauptgewicht der Darstellung wird dabei auf der Temperaturstruktur der modellierten Koronen und auf dem Verhalten der von ihnen emittierten Fluoreszenzlinien liegen. Dieser Abschnitt soll nur einige ausgewählte Resultate vorstellen, da eine wesentlich ausführlichere Darstellung in der Dissertation von Jim Dove enthalten sein wird und ein großer Teil der Auswertung noch nicht abgeschlossen ist. Obwohl sehr viele Modelle detailliert studiert worden

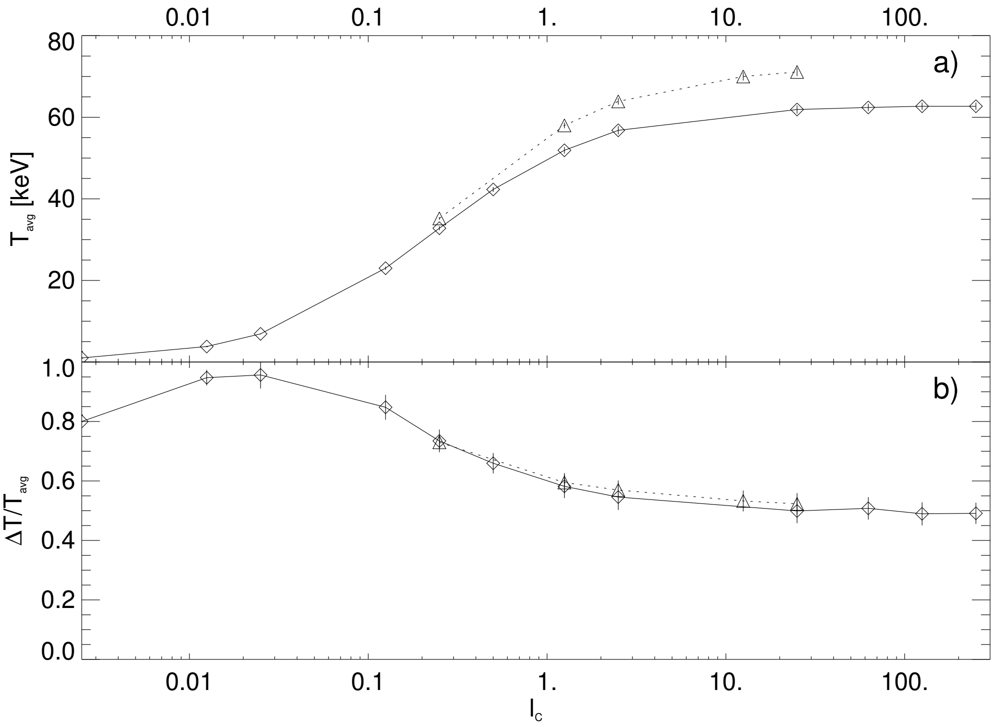

Abbildung 4.9: Mittlere Temperaturr der Pools als Funktion von l_{C} f"ur $\tau_{\mathrm{e}} = 0.5$. Die durchgezogene Linie und die Rauten sind f"ur $T_{\mathrm{BB}} = 200\,\mathrm{eV}$, w"ahrend die gepunktete Linie und die Dreiecke $T_{\mathrm{BB}} = 1\,\mathrm{keV}$ entsprechen. a) Mittlere Pooltemperatur als Funktion von l_{C}. b) Temperaturgradient des Pools (Differenz zwischen gr"o"ster und kleinster Pooltemperatur, dividiert durch die mittlere Temperatur, $\Delta T/T_{\mathrm{avg}}$) als Funktion von l_{C}. Die Fehlerbalken entsprechen einer Standardabweichung und wurden f"ur Abb. b) mit Hilfe des Fehlerfortpflanzungsgesetzes berechnet.

sind, sind noch lange nicht alle Ergebnisse wirklich verstanden. Diese sollen hier einfach als Simulationsergebnisse geschildert werden.

Die meisten der hier gegebenen Illustrationen beziehen sich auf Modelle mit $\tau_{\mathrm{e}} = 0.5$, da diese Modelle nahe der in Cygnus X-1 eventuell beobachteten Korona liegen (siehe Kapitel 5). Zusätzlich ist $\tau_{\mathrm{e}} = 0.5$ ein gutes Beispiel für eine Korona niedriger optischer Tiefe. In Abschnitt 4.4.3.1 wird gezeigt, daß die eigentlich interessanten Koronen kleine optische Tiefen haben, da nur so ihre Temperatur groß genug ist, um ein comptonisiertes Spektrum zu erzeugen. Daher macht es Sinn, sich besonders mit diesen auch in der Natur realisierten Koronen zu beschäftigen.

4.4.3.1 Temperaturstruktur

Eine der größten Fragen in der Physik der Akkretionsscheibenkoronen ist, wie ihre Temperatur von den Parametern der Korona abhängt. Das ist eine sehr wichtige Frage, da ihre Antwort definiert, welche Kombinationen zwischen optischer Tiefe und Temperatur physikalisch möglich sind. Im Gegensatz zur Theorie der Comptonisierung, wo τ_{e} und T_{e} freie Parameter sind, sind sie in den hier vorgestellten Modellen stark voneinander abhängig.

In Abb. 4.9a wird die Abhängigkeit der mittleren koronalen Temperatur von l_{C} gezeigt. Für niedrige Werte von l_{C} wird der größte Teil der Gravitationsenergie in der kalten Scheibe dissipiert und die Koronatemperatur ist sehr niedrig. Für hohe Werte von l_{C} nähert sich f eins und der größte Teil der Gravitationsenergie wird in der Korona deponiert. In diesem Fall wird die Koronatemperatur durch die höchstmögliche Compton-Kühlrate bestimmt und ist unabhängig von

l_C. Für Werte zwischen 0.1 und 10 ändert sich f sehr schnell von 0.1 auf 0.9. In diesem Parameterbereich wächst die Temperatur an, bis sie die für diese optische Tiefe maximal mögliche Temperatur erreicht. Einige der gerechneten Modelle hatten eine Temperatur von $T_{BB} = 1\,\mathrm{keV}$. Die sich aus diesen Simulationen ergebenden Temperaturen werden ebenfalls in Abb. 4.9 gezeigt. Sie sind etwa 10% höher als die sich aus dem $T_{BB} = 200\,\mathrm{eV}$ ergebenden. Das zeigt, daß eine gewisse Koppelung zwischen der Scheibe und der Korona vorhanden ist, obwohl die Temperatur hauptsächlich von f abhängt.

Einer der großen Vorteile von `kotelp` ist, daß es auch möglich ist, die vertikale Temperaturstruktur der Korona zu berechnen. In Abb. 4.9b wird als Beispiel der Temperaturgradient $\Delta T/T$ in der Korona gezeigt. Hier ist ΔT die Temperaturdifferenz zwischen dem heißesten und dem kältesten Bereich der Korona. Die Modelle mit hohen Temperaturen (die $f \approx 1$ entsprechen) haben Temperaturgradienten von ungefähr 50%, während der Gradient in den Modellen mit niedriger Temperatur ($f \approx 0$) noch höher ist. Der Einfluß dieses Effekts auf das emittierte Spektrum ist noch nicht untersucht worden, d.h. wir haben noch nicht den Unterschied zwischen den simulierten Spektren und denen aus Ein-Temperatur-Modellen analysiert. Die großen Temperaturgradienten in den Koronamodellen könnten jedoch erklären, warum Spektralmodelle, die die Beobachtungen von galaktischen Schwarzlochkandidaten mit zwei überlagerten Comptonisierungsspektren verschiedener Temperatur erklären, so erfolgreich sind. Der Hauptunterschied zwischen einem Ein-Temperatur Spektrum und einem Mehrtemperatur-Spektrum ist die Struktur des exponentiellen Abbruchs des Comptonisierungsspektrums. Die von den Simulationen momentan vorliegenden Spektren sind in diesem Bereich nicht genau genug, um diesen Unterschied zweifellos erkennen zu lassen. Das ist hauptsächlich durch Rechenzeitgründe bedingt (die Berechnung eines Modells benötigt 10–15 Stunden auf einer DEC Alpha mit 266 MHz, um eine gute Energieauflösung im exponentiellen Abbruch zu erhalten ist eine Erhöhung der Rechenzeit um einen Faktor fünf bis zehn notwendig).

Die Temperaturstruktur der Korona wird in Abb. 4.10 genauer wiedergegeben. In der Abbildung wird die relative Temperaturabweichung der individuellen Zonen gezeigt. Das liefert einen guten Überblick über die Temperaturstruktur und reduziert gleichzeitig den großen dynamischen Bereich der Temperaturen (von $1\,\mathrm{keV}$ bis $60\,\mathrm{keV}$). In den $\tau_e = 0.5$ Modellen startet die Zone mit Index i bei der optischen Tiefe $\tau = i \cdot 0.05$ und hat eine Breite $\Delta\tau = 0.05$. Die Temperatur der Korona steigt vom Boden der Korona her an. In den tiefen Regionen der Korona ist die Comptonkühlung sehr effizient, da sehr viele weiche Photonen für inverse Comptonstöße zur Verfügung stehen. Weiter weg von der Scheibe sind mehr und mehr Photonen zu höheren Energien hin gestreut worden, so daß die Effektivität der Comptonkühlung sinkt. Da angenommen wird, daß die Gravitationsenergie gleichmäßig über die Korona verteilt deponiert wird, resultiert dies in einer Korona, die nahe an der Scheibe relativ kalt ist und weiter nach oben immer heißer wird. Mit steigendem l_C, das heißt steigendem f, sinkt der Temperaturgradient, wie schon im letzten Absatz beschrieben wurde. In den Modellen für $f \approx 1$ scheint das Temperaturprofil in der Korona asymmetrisch zu werden. Das kann in allen Modellen mit hohem f gesehen werden. Die Korona-Temperatur bei diesen Modellen ist nahe der Scheibe ungefähr konstant und steigt dann exponentiell an. Dieser Effekt könnte durch die Verringerung der lokalen Photonendichte in den äußeren Zonen der Korona erklärt werden. Während die inneren Zonen auch von Photonen, die von höheren Zonen nach unten gestreut werden, bestrahlt werden, entweichen für die höheren Zonen mehr Photonen in das äußere Vakuum, da die Entweichwahrscheinlichkeit proportional zu $1 - e^{-\tau}$ ist. Daher ist nicht nur die spektrale Form des Spektrums weniger für eine effiziente Kühlung geeignet, sondern auch die Gesamtdichte der Photonen ist gesunken, was die Effizienz der Kühlung eben weiter reduziert.

Die Simulationen mit $T_{BB} = 1\,\mathrm{keV}$ zeigen, daß der Temperaturgradient in der Korona von T_{BB} unabhängig ist (Abb. 4.9b), selbst wenn die mittlere Temperatur höher ist. Da der Temperaturgradient von der Anpassung des internen Koronaspektrums herrührt ist dies auch nicht weiter verwunderlich, da die Streuwahrscheinlichkeit hauptsächlich von der optischen Tiefe abhängt und

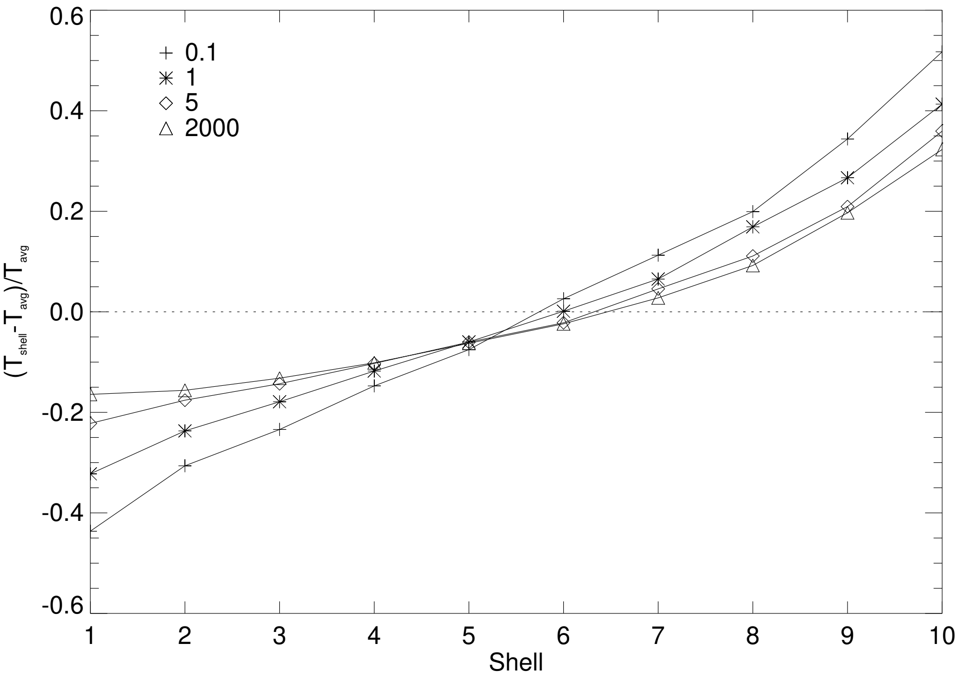

Abbildung 4.10: Temperaturstruktur von Koronen mit $\tau_{\rm e} = 0.5$ f"ur $l_{\rm C} \in \{0.1, 1, 5, 2000\}$ entsprechend $f \in \{0.1, 0.5, 0.8, 1\}$. Gegeben wird die Abweichung der Temperatur von der mittleren Temperatur, normiert auf die mittlere Temperatur. Die Unsicherheit in den einzelnen Datenpunkten ist kleiner als 5%. Zonen gr"o"serer Nummer sind weiter von der Scheibe entfernt.

nicht von der Plasmatemperatur. Es müssen jedoch noch wesentlich mehr Modelle mit hohem $T_{\rm BB}$ gerechnet werden, um dies vollständig zu verstehen.

Die Abhängigkeit der mittleren Temperatur und des Temperaturgradienten von der optischen Tiefe wird in Abb. 4.11a dargestellt. Die in der Abbildung angegebenen Werte wurden für $l_{\rm C} = 25$ berechnet, also für $f \approx 1$. Die Werte stimmen mit denen von Haardt & Maraschi (1993, fig. 1a) überein und liefern damit eine unabhängige Überprüfung ihrer Ergebnisse. Die Abbildung zeigt, daß die koronale Temperatur sehr stark von der optischen Tiefe der Korona abhängt. Die Erklärung dafür ist ähnlich der für die Temperaturstruktur der Korona. Für niedrige optische Tiefen ist die Wahrscheinlichkeit, daß die weichen Photonen die Korona nach einigen wenigen Streuakten verlassen, wesentlich höher als im Fall großen $\tau_{\rm e}$. Daher ist Compton-Kühlung für niedrige optische Tiefen weniger effizient und die koronale Temperatur ist hoch ($\approx 120\,\rm keV$). Die Temperaturstruktur der Modelle mit hohem $\tau_{\rm e}$ (hier nicht wiedergegeben) zeigt wiederum das im letzten Absatz geschilderte quasi-exponentielle Verhalten von $T(z)$. Die wichtigste Bedeutung der Abbildung für die Beobachtungen ist, daß sie den Bereich der *physikalisch sinnvollen* Kombinationen von $T_{\rm avg}$ und $\tau_{\rm e}$ einschränkt. Sie zeigt noch einmal, daß die Kombination von hohem $\tau_{\rm e}$ und hohem $T_{\rm eff}$, die aus spektralen Anpassungen an die Beobachtungen unter Verwendung der Sunyaev & Titarchuk (1980)-Theorie gewonnen wurden, unphysikalisch sind, da sie in der Natur so nicht realisiert werden können. Die Beobachtung von Comptonisierungsspektren führt daher zu der Schlußfolgerung, daß das die Akkretionsscheibe umgebende Plasma hoher Temperatur von niedriger optischer Tiefe sein muß. Ferner zeigt Abb. 4.11, daß die aus spektralen Anpassungen unter Verwendung der neuen Comptonisierungstheorie von Titarchuk (1994) gefundenen Werte wesentlich näher an der tatsächlichen physikalischen Situation liegen und daher tatsächlich Informationen über das beobachtete System liefern können. Es ist wichtig festzustellen, daß dieses Ergebnis nicht neu ist, da es schon von Haardt & Maraschi (1993) gefunden wurde. Jedoch war das Resultat von

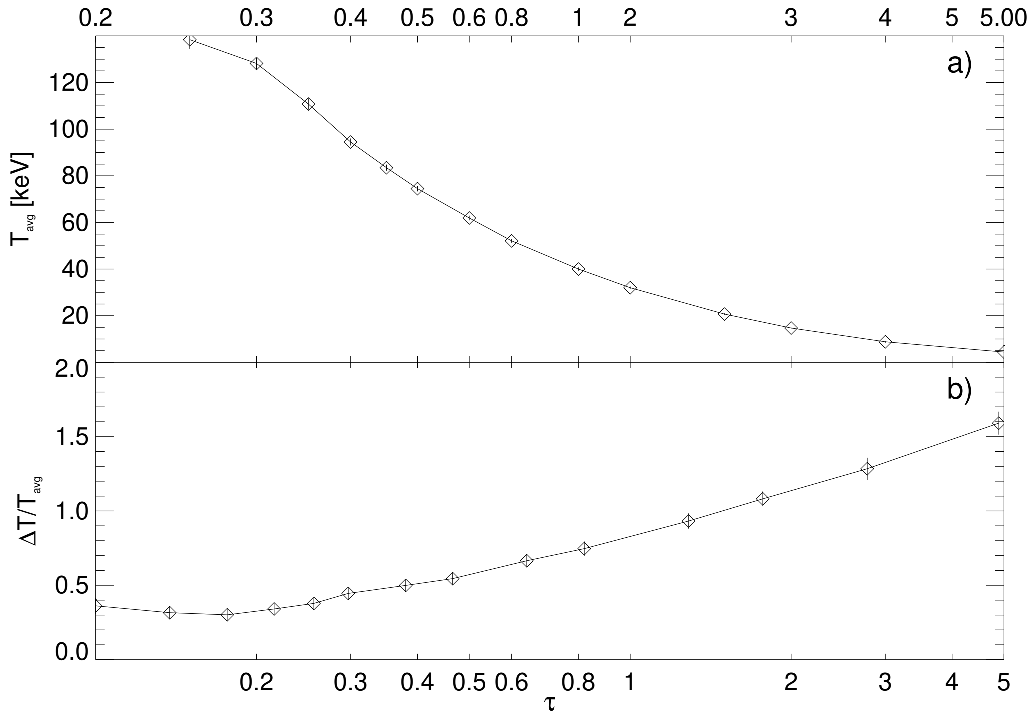

Abbildung 4.11: Temperatur und Temperaturgradient f'ur Modelle mit $l_C = 25$ ($f \approx 1$) als Funktion der optischen Tiefe τ_e.

Haardt & Maraschi unter Verwendung einer Ein-Temperatur-Korona und unter Verwendung einer nichtrelativistischen Comptonisierungstheorie erhalten worden. Daß das Resultat auch bei genaueren Rechnungen immer noch Bestand hat, liegt daran, daß die Compton-Kühlung, die die Temperaturen bestimmt, kaum von der genauen Form der Comptonisierungstheorie abhängig ist, da die Kühlung für niederenergetische Photonen am effektivsten ist. Hier ist jedoch der Thomson-Wirkungsquerschnitt eine gute Näherung. Dennoch ist das hier präsentierte Ergebnis sehr wichtig, da es ohne die zusätzlichen Einschränkungen des Modells von Haardt & Maraschi (1993) auskommt.

4.4.3.2 Die Spektren

In Abschnitt 4.4.3.1 wurde gezeigt, daß die Temperatur der Koronen mit $\tau_e = 0.5$ mit steigendem f anstieg. Da der Hauptkühlungsprozeß die Compton-Kühlung ist, kann das auch in den emittierten Spektren gesehen werden. Bei Modellen mit niedrigem l_C sollte das emittierte Spektrum (fast) Planck'sche Form haben, da die Temperatur dieser Modelle sehr klein ist. Mit größer werdendem f sollte dann das Spektrum immer mehr comptonisieren, da die Temperatur stark ansteigt. Daß dies tatsächlich der Fall ist, wird in Abb. 4.13 dargestellt. Die Abbildung zeigt die Flußspektren für die $\tau_e = 0.5$ und $T_{BB} = 200\,\mathrm{eV}$ Modelle. Die Spektren sind durch das originale Schwarzkörperspektrum bei niedrigen Energien gekennzeichnet, das von einem Potenzgesetzkontinuum abgelöst wird, welches wiederum bei hohen Energien exponentiell abfällt. Da der in Kapitel 3 geschilderte lineare Monte Carlo-Code zur Berechnung der Reflektion benutzt wird, sind alle in ihm enthaltenen Fluoreszenzlinien auch in `kotelp` enthalten. Es stellt sich jedoch heraus, daß nur vier Fluoreszenzlinien wirklich stark aus dem Spektrum hervortreten. Diese Linien sind die auch schon im vorherigen Kapitel erwähnten Linien Fe Kα, Fe Kβ, S Kα, und Si Kα. Obwohl auch andere Linien emittiert werden, wie etwa Ni Kα, sind diese nicht stark genug, um auch zweifelsfrei im emittierten Spektrum erkannt zu werden. Als ein Ergebnis unserer Standardanalyse werden die Äquivalentbreiten der vier Linien ermittelt. Das Verfahren dazu wur-

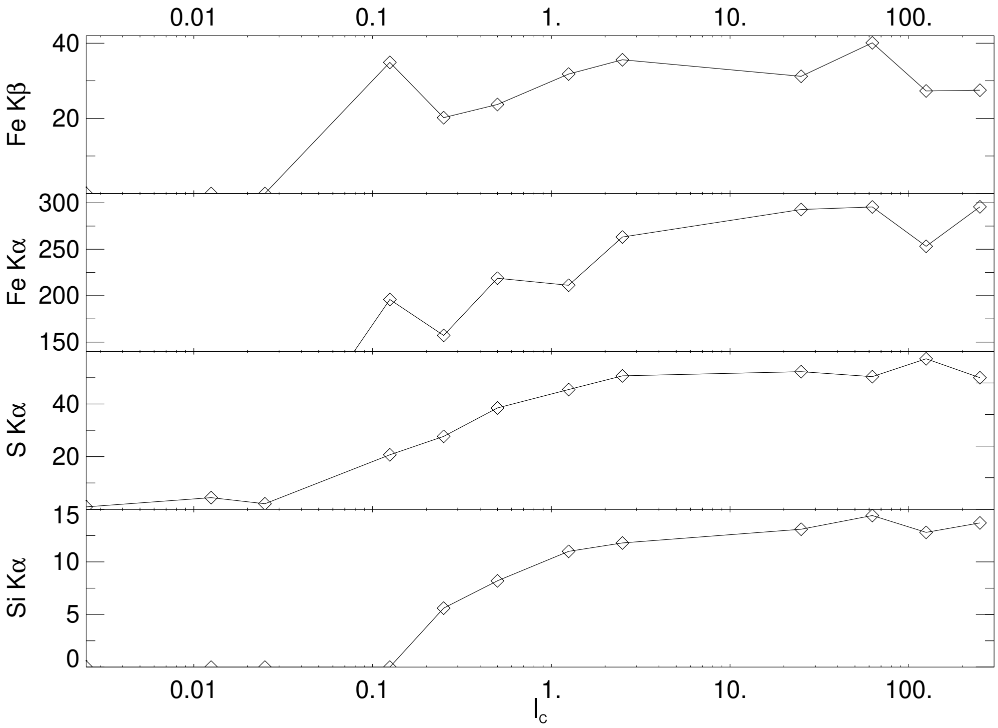

Abbildung 4.12: "Aquivalentbreiten (in eV) der vier wichtigsten Fluoreszenzlinien als Funktion von l_{C} f"ur die $\tau_{\mathrm{e}} = 0.5$-Modelle. Die "Aquivalenzbreite ist Null f"ur die nicht gezeigten Modelle. Ungenauigkeiten f"ur die EW sind nicht bestimmt worden, k"onnen aber von den Schwankungen in den gemessenen Werten abgesch"atzt werden.

de in Abschnitt 3.3.2 beschrieben. Da das ursprüngliche Hauptinteresse der Simulationen in der Bestimmung des spektralen Kontinuums lag, ist die Breite der Linien typischerweise kleiner als 4 spektrale Bins in den Gesamtspektren. Daher kann ein Linienprofil nicht bestimmt werden. Die Unsicherheit der bestimmten Äquivalentbreiten beträgt aus diesem Grund (und da das Kontinuum verrauscht ist) ungefähr 10%.

Wie in Abschnitt 3.3.2 erwähnt wurde, sind die Linienstärken vom Kontinuum oberhalb der jeweiligen Absorptionskanten abhängig. Da die Photoionisationswirkungsquerschnitte jedoch mit E^{-3} abfallen ist die Äquivalentbreite der Linien nicht sehr temperaturabhängig, da sich der Fluß kurz oberhalb der Kanten mit der Temperatur nicht sehr stark ändert während das Spektrum härter wird. Dies wird genauer in Abb. 4.12 dargestellt, wo die Äquivalentbreite aller vier Linien als eine Funktion von l_{C} für die $\tau_{\mathrm{e}} = 0.5$ Modelle gezeigt wird. Die Abbildung zeigt, daß die Äquivalentbreite mit l_{C} (und damit mit der Temperatur) um einige Prozent ansteigt, was auf das Härterwerden des Spektrums zurückzuführen ist. Es gibt jedoch keinen Weg, wie man mit den Koronamodellen eine Eisen-Kα-Äquivalentbreite von weniger als $150\,\mathrm{eV}$ erreichen kann.

Während der Diskussion der Temperaturstruktur der Korona in Abschnitt 4.4.3.1 wurde häufig auf das Härterwerden des Spektrums innerhalb der Korona verwiesen. Obwohl das intuitiv klar ist, wurde bislang noch kein Beweis für ein Härterwerden des Spektrums geliefert. In Abb. 4.14 wird die relative Abweichung der Spektren innerhalb der Zonen 2, 3, 5 und 9 zu dem Spektrum innerhalb der Zone 1 gezeigt. Die Zone 1 ist sehr nahe an der Akkretionsscheibe, während die Zone 10 am weitesten von der Scheibe entfernt ist. Das angegebene spektrale Verhältnis wurde wie folgt erhalten: Alle Spektren wurden um einen Faktor 4 gröber gebinnt um das statistische Rauschen zu vermindern und dann auf den gleichen Photonenfluß bei $1\,\mathrm{keV}$ normiert. Diese Energie ist ungefähr der Übergang zwischen dem niederenergetischen Schwarzkörperspektrum und dem bei mittleren Energien vorherrschenden Potenzgesetz. Nach dieser Normierung wurde die Differenz zwischen dem Zonenspektrum und dem Spektrum der Zone 1 gebildet und durch das Spektrum

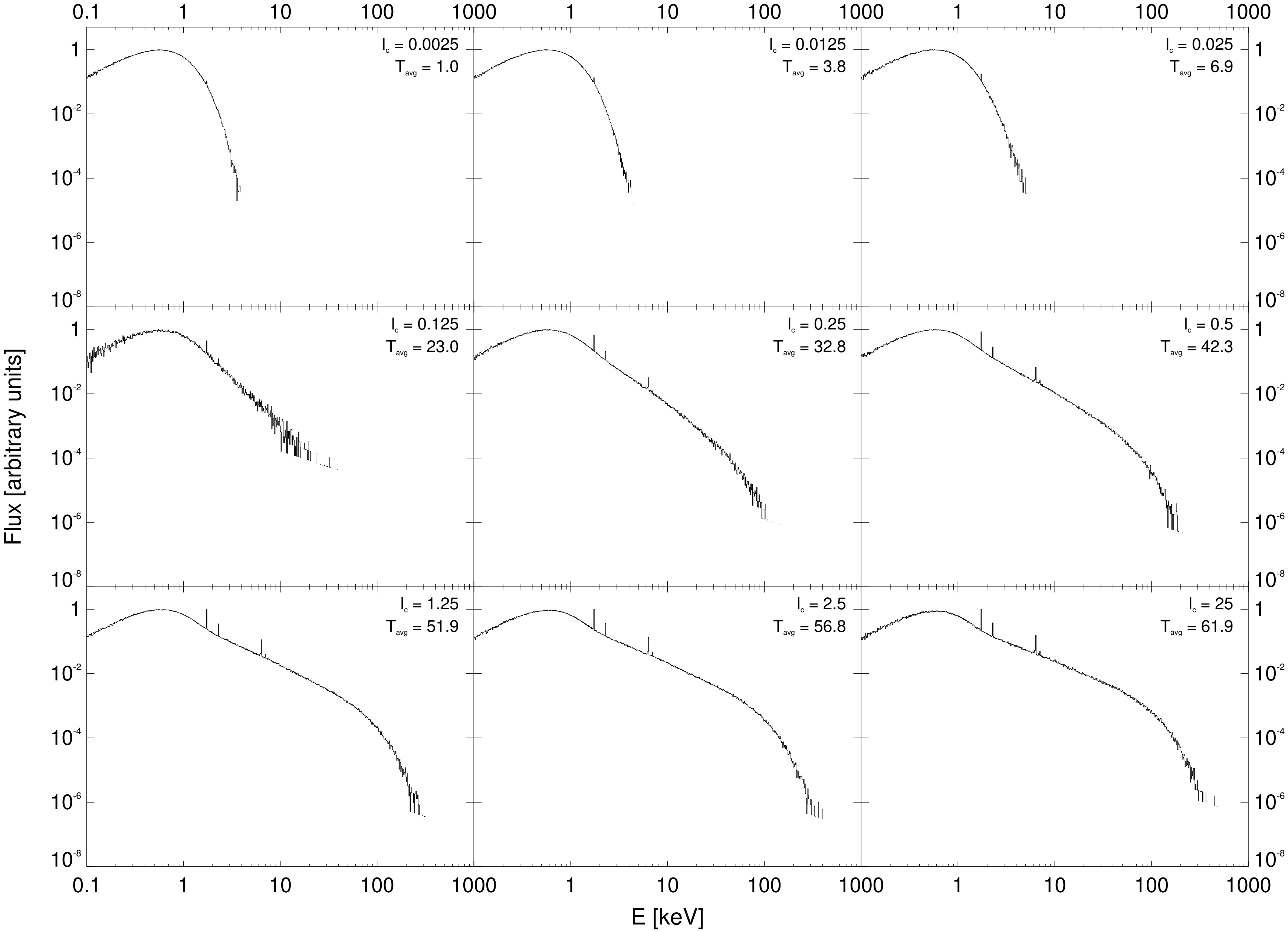

Abbildung 4.13: Gesamte (winkelgemittelte) Flu”sspektren f”ur die Modelle mit $\tau_\mathrm{e} = 9.5$ und $T_\mathrm{BB} = 200\,\mathrm{eV}$, die den Effekt der sich ”andernden Temperatur auf die Spektren illustrieren. Angegebene Temperaturen sind in keV.

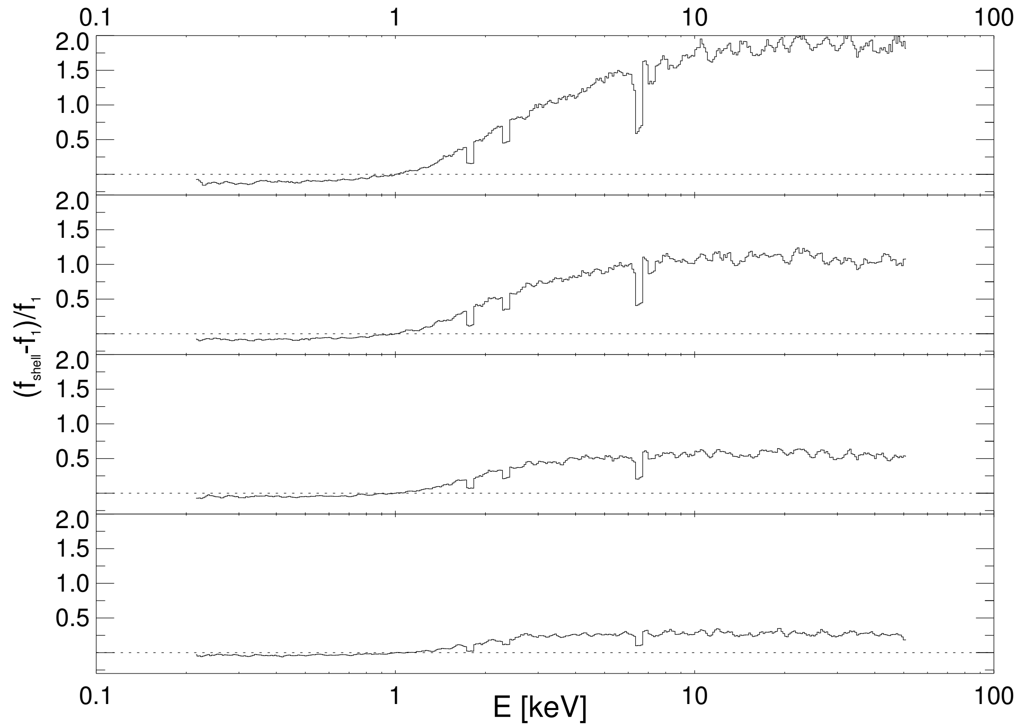

Abbildung 4.14: H"arterwerden des Spektrums w"ahrend der Diffusion durch die Korona f"ur die Zonen 2, 3, 5 und 9 (von unten nach oben) im $\tau_{\mathrm{e}} = 0.5$, $l_{\mathrm{C}} = 100$ Modell. Angegeben ist das Verh"altnis zum Spektrum in der ersten Zone, also direkt "uber der Scheibe. Aufgrund der starken statistischen Fluktuationen ist nur eine Angabe unterhalb von $100\,\mathrm{keV}$ m"oglich. Weitere Erl"auterungen im Text.

in Zone 1 dividiert. Ein positives Verhältnis bei einer gewissen Energie bedeutet, daß das Zonenspektrum bei dieser Energie mehr Fluß enthält als das Spektrum in Zone 1. Bei Betrachtung der Abb. 4.14 sollte beachtet werden, daß die Photonendichte in der vertikalen Richtung in der Scheibe sinkt, da es möglich ist, daß Photonen aus tieferliegenden Zonen entweichen, ohne dabei mit den höherliegenden Zonen wechselzuwirken. Das kann qualitativ auch am Ansteigen des statistischen Rauschens von der untersten zur obersten Zone gesehen werden. Abb. 4.14 illustriert, daß mit zunehmender Höhe oberhalb der Scheibe mehr und mehr Photonen zu höheren Energien gestreut werden und damit das Spektrum härter wird, während die Photonen durch die Korona diffundieren. Daher reduziert sich die Photonendichte bei niedrigen Energien. Die "Absorptionsstrukturen" bei den Linienenergien zeigen das Verhalten der Linienstrukturen. Da die Linienphotonen aus der Linie gestreut werden können, während sie durch die Korona propagieren, oder weil sie ohne weitere Streuakte der Korona entkommen, formt sich ein Einbruch bei dieser Energie. Insbesondere der Einbruch bei der Eisen Kα-Linie ist nicht ganz symmetrisch. Das wird durch den "recoil effect" verursacht, wie auch in Kapitel 3 diskutiert wurde. Die Energieauflösung der hier vorgestellten Spektren ist jedoch nicht gut genug, um das Linienprofil wirklich aufzulösen. Für eine genauere Diskussion der Linienprofile in Abhängigkeit von der optischen Tiefe des durchlaufenden Mediums sei daher auf Pozdnyakov, Sobol & Sunyaev (1983) verwiesen.

Kapitel 5

Akkretionsscheibenkoronen: Praxis

In diesem Kapitel sollen die Ergebnisse der im letzten Kapitel dargestellten Simulationen auf Beobachtungsdaten angewendet werden. Eine der hellsten Röntgenquellen am Himmel ist auch einer der wahrscheinlichsten Schwarzlochkandidaten: Cygnus X-1. Aufgrund der großen Röntgenleuchtkraft können bei diesem Objekt qualitativ hochstehende Beobachtungen gewonnen werden, weswegen es nahe liegt, die Modelle von Kapitel 4 auf dieses Objekt anzuwenden.

In Abschnitt 5.1 wird versucht, den momentanen Kenntnisstand über das System Cyg X-1 zusammenzufassen. Hierbei wird besonders auf die Bestimmung der Masse und der Entfernung sowie auf die Eigenschaften des Röntgenspektrums eingegangen. Im zweiten Teil des Kapitels, Abschnitt 5.2, werden die zur Zusammenstellung eines von $1\,\mathrm{keV}$ bis $1\,\mathrm{MeV}$ reichenden Breitbandspektrums von Cygnus X-1 verwendeten Daten vorgestellt, auf das dann die Modelle des letzten Kapitels angewendet werden. Im letzten Teil des Kapitels, Abschnitt 5.3 werden die Folgerungen aus dieser spektralen Anpassung diskutiert.

Da in diesem Kapitel gezeigt werden soll, daß die Modelle des letzten Kapitels auf Beobachtungsdaten angewendet werden können, wird dabei bewußt nicht auf die Beschreibung der Variabilität der Quelle eingegangen. Für ein tatsächliches Verständnis von Cyg X-1 ist allerdings dieser Aspekt sehr wichtig und wird daher am IAAT auch intensiv bearbeitet. Es ist die Aufgabe späterer Diplomarbeiten, diesen Teil der Beobachtungen vorzustellen.

Die in diesem Kapitel vorgestellten Resultate sind zur Veröffentlichung akzeptiert (Wilms et al. 1996).

5.1 Cygnus X-1: Beobachtungen

Cygnus X-1 ist einer der am sichersten etablierten Schwarzlochkandidaten. Das Objekt wurde in Daten eines Raketenflugs von 1964 entdeckt (Bowyer et al. 1965), seine optische Identifikation wurde durch die Beobachtung eines Röntgenausbruchs ermöglicht, der mit einem simultanen Radioausbruch korreliert war (Hjellming 1973). Die Position der Röntgenquelle Cyg X-1 stimmt mit der des Riesensterns HDE 226868 überein, der als Mitglied eines Doppelsternsystems einer Periode von 5.6 Tagen bekannt ist. Diese Periode ist auch in den Röntgenbeobachtungen wiederentdeckt worden (siehe Shapiro & Teukolsky 1983).

In diesem Abschnitt wird eine Zusammenfassung des derzeitigen Wissensstands über das System HDE 226868 – Cyg X-1 zu geben. Zuerst wird beschrieben, wie die Entfernung (Abschnitt 5.1.1) und Masse (Abschnitt 5.1.2) bestimmt worden sind, bevor die neueren Röntgenbeobachtungen mit größerer Genauigkeit dargestellt werden (Abschnitt 5.1.3).

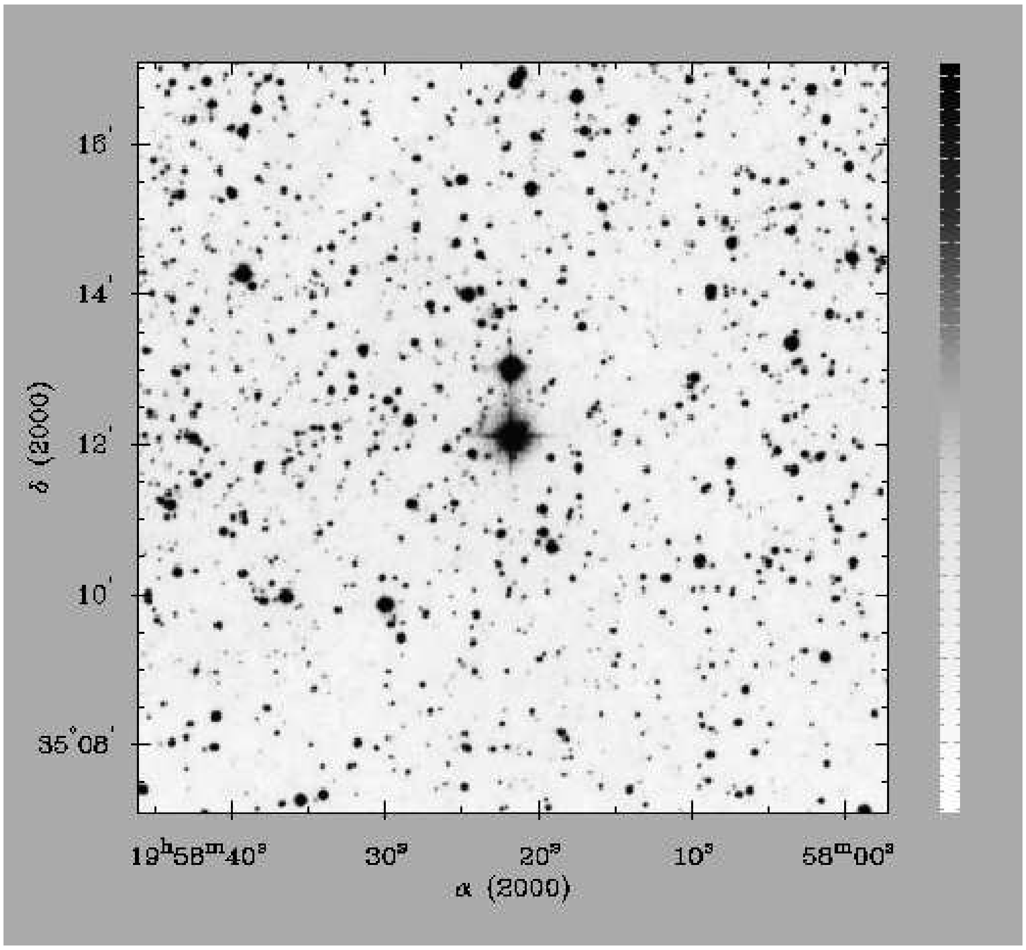

Abbildung 5.1: Optisches Bild von HDE 226868 aus der Digitized Sky Survey, aufgenommen mit dem Oschin Schmidt Teleskop, Mount Palomar. HDE 226868 ist das hellste Objekt im Feld, es ist der s"udliche der zwei hellen Sterne.

5.1.1 Die Entfernung von Cyg X-1

Der optische Partner von Cyg X-1, HDE 226868, scheint ein normaler O9.7 Iab Stern zu sein (Herrero et al. 1995; Gies & Bolton 1986; Aab et al. 1981; Mauder 1973 und die dort zitierte Literatur)[1]. Neue Beobachtungen in den Magellanschen Wolken zeigen, daß Sterne diesen Typs typische absolute visuelle Helligkeiten von $M_\mathrm{V} \approx (-5 \pm 2)^\mathrm{m}$ besitzen (Walborn et al. 1995). Die (nicht extinktionskorrigierte) scheinbare Helligkeit von HDE 226868 ist $m_\mathrm{V} = 8\overset{\mathrm{m}}{.}91$ und damit ist das Entfernungsmodul $m - M \approx 14\overset{\mathrm{m}}{.}0$, entsprechend einer (unrealistischen) Entfernung von 6 kpc. Da diese Entfernung für direkte Methoden zu groß ist, muß man sekundäre Methoden verwenden, um die Entfernung schätzen zu können.

Eine der am häufigsten verwendeten Methoden, die Distanz zu weit entfernten galaktischen Objekte zu messen, macht sich die interstellare Rötung zu nutze. Dafür wird der Farbexzeß $E_{\mathrm{B-V}}$ einer Anzahl von Hauptreihensternen in der Umgebung des Objekts gemessen. Unter Verwendung der absoluten Helligkeiten dieser Hauptreihensterne kann dann eine Beziehung zwischen der visuellen Extinktion $A_\mathrm{V} = 3 \cdot E_{\mathrm{B-V}}$ und der Entfernung für diese Himmelsregion aufgestellt werden. Unter Verwendung einer aus einem Zweifarbendiagramm bestimmten Rötung ist die Entfernung von Cyg X-1 zu (2.5 ± 0.4) kpc abgeschätzt worden (Margon, Bowyer & Stone 1973; Bregman et al. 1973). Eine genauere Methode die Rötung zu messen, macht sich die große Verstärkung der

[1]Die ältere Klassifikation als B-Stern ist nicht richtig, auch wenn sie in neueren Katalogen immer noch gefunden werden kann (zum Beispiel der Hipparcos Input Catalogue, Turon et al. 1992).

Absorptivität des interstellaren Mediums im Band um die Graphitstruktur bei 2200 Å zu nutze. Diese Vergrößerung der Absorptivität resultiert in einem starken Absorptionsdip in diesem Band, welches die Bestimmung von $E_{\mathrm{B-V}}$ selbst dann stark vereinfacht, wenn das Kontinuum nicht gut bekannt ist. Mithilfe dieser Methode schätzen Wu et al. (1982) ab, daß HDE 226868 weiter als 1.9 kpc entfernt ist. Der von diesen Autoren gemessene Wert von $E_{\mathrm{B-V}} \approx 0.95 \pm 0.07$ entspricht übrigens einer Wasserstoffsäule von $N_{\mathrm{H}} \approx 6 \times 10^{21}\,\mathrm{cm}^{-2}$. Eine von der Rötung unabhängige Methode zur Entfernungsbestimmung verwendet Messungen der Äquivalentbreite der Hγ-Linie, die mit der Leuchtkraft von O-Sternen korreliert. Daraus schließen Ninkov, Walker & Yang (1987b) auf eine Entfernung von (2.5 ± 0.3) kpc.

Alle drei Methoden führen also zu Entfernungen von 2.5 kpc. Trotz dieser Übereinstimmung ist die Entfernung jedoch nicht besonders vertrauenswürdig, da insbesondere die Extinktionsmessungen mit großen Unsicherheiten behaftet sind. Sowohl die Margon, Bowyer & Stone- als auch die Bregman et al.-Studien basieren auf Vergleichssternen, die wesentlich näher als das Objekt selbst sind. Nur drei der fünfzig Vergleichssterne in den beiden Samples haben zum Beispiel Entfernungen, die größer als 2 kpc und damit der von Cyg X-1 ähnlich sind. Im UV-Datensatz von Wu et al. haben ebenfalls 34 der 36 verwendeten Sterne eine wesentlich kleinere Extinktion als die von Cyg X-1. Die Hγ-Messungen schließlich leiden an dem Problem, daß das Spektrum von HDE 226868 durch vom Akkretionsstrom herrührende Emissionsstrukturen "verunreinigt" ist und die Absolutkalibration der Hγ-Methode sehr unsicher ist. Da mir außer diesen drei Messungen keine weitere unabhängige Entfernungsbestimmung bekannt ist scheint es, als ob einer der wichtigsten Beobachtungsparameter von Cygnus X-1, seine Entfernung, mit einer Unsicherheit von ungefähr 40% behaftet ist.

5.1.2 Die Masse von Cyg X-1

Um beweisen zu können, daß Cyg X-1 tatsächlich ein Schwarzes Loch ist, ist eine gute Massenbestimmung notwendig, da es keine spektralen Signaturen gibt mit denen sich Schwarze Löcher zweifelsfrei nachweisen lassen. In den folgenden Rechnungen soll der Begleitstern mit dem Index 1 und das Schwarze Loch mit dem Index 2 bezeichnet werden. Ferner soll angenommen werden, daß die Bahn des Schwarzen Lochs kreisförmig ist. Das ist eine gute Annahme, da die Exzentrizität des Orbits durch Gezeitenreibung im Begleiter auf 0 reduziert sein sollte.

Die Projektion der Geschwindigkeit des Sterns auf die Sichtlinie ist durch

$$v_1 = \frac{2\pi}{P}\, a_1 \sin i$$

gegeben (Shapiro & Teukolsky 1983, p. 254f.). Hier ist P die beobachtete Bahnperiode, a_1 die große Halbachse des Sterns und i die Inklination des Systems, die relativ zur Sichtlinie gemessen wird. Liegt die Sichtlinie in der Bahnebene, dann ist $i = 90°$, während $i = 0°$ bedeutet, daß der Beobachter direkt auf das System blickt. Da im Schwerpunktsystem die Bahndrehimpulse gleich sind, erhält man unter Verwendung von Kepler's Gesetz

$$\frac{G(M_1 + M_2)}{(a_1 + a_2)^3} = \left(\frac{2\pi}{P}\right)^2$$

daß

$$f(M_1, M_2, i) = \frac{(M_2 \sin i)^3}{(M_1 + M_2)^2} = \frac{P v_1^3}{2\pi G} \tag{5.1}$$

Die Funktion f wird die Massenfunktion des Doppelsternsystems genannt, sie ist bekannt, da P und v_1 aus dem Spektrum von HDE 226868 gemessen werden können. Wäre auch die Masse M_1 bekannt, könnte die Begleitermasse M_2 bestimmt werden.

Cyg X-1 = HDE226868 = V1357 Cyg = BD +34°3815 = PPM 83929		
J2000.0:	α: $19^{\mathrm{h}}58^{\mathrm{m}}21\overset{\mathrm{s}}{.}700$	δ: $+35°12'05''\!.82$
B1950.0:	α: $19^{\mathrm{h}}56^{\mathrm{m}}28\overset{\mathrm{s}}{.}84$	δ: $+35°03'54''\!.5$
galactic:	l_{II}: $71\overset{\circ}{.}33$ b_{II}: $+3\overset{\circ}{.}07$	
Spectral type: O9.7 Iab	$d \approx 2.5\,\mathrm{kpc}$	
m_{V}: $8\overset{\mathrm{m}}{.}91$	$\mathrm{B}-\mathrm{V}$: $+0.81$	$\mathrm{U}-\mathrm{B}$: -0.28
$P = 5\overset{\mathrm{d}}{.}59974(8)$		$f = 0.252(10)\,\mathrm{M}_{\odot}$
$v_1 \sin i = 75.6(10)\,\mathrm{km/s}$		$a_1 \sin i = 5.82(8) \times 10^6\,\mathrm{km}$

Tabelle 5.1: Beobachtungsparameter von HDE 226868. Werte von Turon et al. (1992, Position), Lutz & Lutz (1972, Photometrie) und Gies & Bolton (1982, Orbit). In Klammern gegebene Werte sind Unsicherheiten in Einheiten der letzten Dezimalstelle.

Gies & Bolton (1982) haben eine sehr sorgfältige Analyse der Geschwindigkeitskurve von HDE 226868 unternommen. Da angenommen werden kann, daß HDE 226868 sein Rochevolumen ausfüllt, stimmen der Schwerpunkt und das Photozentrum nicht überein, was zu Asymmetrien in den zur Bestimmung der Radialgeschwindigkeit verwendeten Spektrallinien führt. Zusätzlich können diese Linien auch durch einen eventuellen Sternwind verformt und das Photozentrum durch Röntgenheizung des Begleiters weiter gestört sein. Dieser letzte Effekt ist besonders im Fall der galaktischen Röntgen-Transients von Bedeutung, deren Begleiter K-Sterne sind. Im Fall von Cyg X-1 spielt er allerdings keine Rolle, da hier der Stern sehr leuchtkräftig ist (McClintock 1996). Unter Berücksichtigung all dieser Korrekturen kann eine Massenfunktion für das System gemessen werden, sie ist in Tab. 5.1 zusammen mit anderen System-Parametern angegeben. Die dort gezeigten Werte von Gies & Bolton stimmen im Rahmen der Fehlergrenzen mit neueren Messungen von Ninkov, Walker & Yang (1987b) überein.

Unter Verwendung des beobachteten Wertes für f kann eine minimale Masse für das Schwarze Loch bestimmt werden, die dadurch erhalten wird, daß in Gl. (5.1) $i = 90°$ gesetzt und eine minimale Masse M_1 angenommen wird. Die mit HDE 226868 vergleichbaren Sterne haben Massen von etwa $20\,\mathrm{M}_{\odot}$, in Entwicklungsrechnungen scheinen aber Sterne mit so niedrigen Massen wie $8.5\,\mathrm{M}_{\odot}$ noch mit HDE 226868 vergleichbare Leuchtkräfte erzeugen zu können (Shapiro & Teukolsky 1983). Diese beiden Massen führen zu einer minimalen Masse für den Begleiter von HDE 226868 von $5.5\,\mathrm{M}_{\odot}$ bzw. $3.3\,\mathrm{M}_{\odot}$.

Um eine bessere Massenabschätzung zu ermöglichen, muß ein Weg gefunden werden, die Inklination i und die Sternenmasse M_1 zu bestimmen. Hierfür stehen verschiedene Methoden zur Auswahl:

1. Aus der durch die Verformung des Sternes herrührenden Variation der Lichtkurve kann das Massenverhältnis der Objekte und die Inklination bestimmt werden. Das ist das bei Schwarzlochkandidaten übliche Verfahren. Ergebnisse für Cygnus X-1 sind $i = (45 \pm 15)°$ und $M_1 = (16 \pm 2)\,\mathrm{M}_{\odot}$, was eine Begleitermasse von $M_2 = (8 \pm 3)\,\mathrm{M}_{\odot}$ liefert (Balog, Goncharskiĭ & Cherepashchuk 1981; Hutchings 1978 und die dort zitierte Literatur).

2. Unter bestimmten Bedingungen ist das Verhältnis zwischen der Rotationsgeschwindigkeit des Sterns und der beobachteten Radialgeschwindigkeit nur vom Massenverhältnis abhängig. Daraus kann das Rochevolumen bestimmt und eine Lichtkurve modelliert werden, die die Bestimmung der Inklination gestattet. Gies & Bolton (1986) erhalten so Inklinationen von 27° bis 39° und Massenverhältnisse zwischen 0.432 und 0.520, was Massen von $M_1 = (33 \pm 9)\,\mathrm{M}_{\odot}$ für HDE 226868 und $M_2 = (16 \pm 5)\,\mathrm{M}_{\odot}$ für den kompakten Begleiter entspricht. Diese Werte sind die in den letzten Jahren am häufigsten zitierten Werte für Cyg X-1.

3. Die Sternmasse kann auch mit Hilfe von Atmosphärenmodellen für den O9.7 Iab Stern ge-

funden werden. In diesem Fall muß die Inklination durch eine davon unabhängige Methode abgeschätzt werden. Die erste Anwendung auf Cyg X-1 von Mauder (1973) lieferte eine minimale Masse für das Schwarze Loch von $5.7\,\mathrm{M_\odot}$. Spätere Autoren bauten auf diesen Arbeiten unter Verwendung komplexerer Sternatmosphärenmodelle auf (Aab et al. 1984; Sokolov 1987 und andere). Herrero et al. (1992) zeigten, daß für O-Sterne eine Diskrepanz zwischen den aus Atmosphärenmodellen gefundenen Massen und den aus Entwicklungsrechnungen hergeleiteten besteht, die hauptsächlich durch die Nichtmodellierung des Sternwindes herrührt. Unter Verwendung eines fortgeschrittenen Models, das den Sternwind mitmodelliert und die Abplattung des Sterns berücksichtigt, erhalten Herrero et al. (1995) $T_{\rm eff} = 32000\,\mathrm{K}$, $R = 17\,\mathrm{R_\odot}$, $\dot{M} = 3 \times 10^{-6}\,\mathrm{M_\odot/yr}$. Die dabei angenommene Windgeschwindigkeit ist mit 2100 km/s ein für O-Sterne typischer Wert. Diese Werte entsprechen einer Leuchtkraft von $\log(L/L_\odot) = 5.4$ und einer Masse von $M_1 = 14.8\,\mathrm{M_\odot}$. Die Autoren geben keine Unsicherheiten für diese Werte an, da dafür das zugrundeliegende Netz von Modellrechnungen noch zu grob ist. Nach der Korrektur für verschiedene im Modell nicht berücksichtigte Faktoren (Einfluß des Akkretionsstroms auf das Linienprofil, Linienverbreiterung durch Turbulenz, usw.) folgern Herrero et al. (1995), daß die Masse von HDE 226868 $M_1 = 17.8\,\mathrm{M_\odot}$ beträgt.

Um daraus die Masse des kompakten Objekts bestimmen zu können, muß noch die Inklination abgeschätzt werden. Dafür können zum Beispiel Polarisationsmessungen verwendet werden, da in Doppelsternsystemen mit einem kompakten Objekt eine Korrelation zwischen dem Polarisierungsgrad und der Phase besteht, aus der auf i geschlossen werden kann. Diese Methode ist auf HDE 226868 von Bochkarëv et al. (1986), Ninkov, Walker & Yang (1987b), Dolan (1992) und anderen angewendet worden. Der gemessene Polarisationsgrad von HDE 226868 ist sehr klein und zeigt starke Schwankungen, so daß die Inklinationsschätzungen sehr ungenau sind und zwischen 26° und 67° liegen (Ninkov, Walker & Yang 1987b). Unter der Annahme einer Inklination von 35° ermitteln Herrero et al. (1995) eine Masse von $10.1\,\mathrm{M_\odot}$ für den Begleiter des O-Sterns.

Zusammenfassend gesagt liegen die Massenschätzungen für den Begleiter von HDE 226868 zwischen 5.7 und 21 Sonnenmassen. Da die Genauigkeit der Methode von Herrero et al. am größten zu sein scheint, ist die Masse von HDE 226868 wahrscheinlich $18\,\mathrm{M_\odot}$ und die des Begleiters $10\,\mathrm{M_\odot}$. In diesem Bereich liegen auch alle anderen Massenbestimmungen, bis auf die sehr häufig zitierten Werte von Gies & Bolton (1986), die unrealistisch hoch erscheinen. Alle Massenbestimmungen für den kompakten Begleiter von HDE 226868 sind oberhalb der maximal möglichen Masse der Neutronensterne, so daß es sehr wahrscheinlich erscheint, das der Begleiter ein Schwarzes Loch ist.

Mit der oben angegebenen Inklination und den beiden Massen kann die Geometrie des Systems von HDE 226868 und Cyg X-1 ermittelt werden. Aus Tab. 5.1 erhält man unter Verwendung von $i = 35°$ und der Massen $M_1 = 18\,\mathrm{M_\odot}$ und $M_2 = 10\,\mathrm{M_\odot}$ für die große Halbachse von HDE 226868 einen Wert von $a_1 = 14.6\,\mathrm{R_\odot}$. Damit hat das Schwarze Loch eine große Halbachse von $a_2 = 26.3\,\mathrm{R_\odot}$. Die Entfernung zwischen dem Schwerpunkt des O-Sterns und dem Schwarzen Loch beträgt $a_1 + a_2 = 40.9\,\mathrm{R_\odot}$, also unter 3 Radien des O-Sterns ($17\,\mathrm{R_\odot}$). Damit wird die am Anfang dieses Abschnitts gemachte Annahme, daß es sich bei den Bahnen um Kreisbahnen handelt, im Nachhinein gerechtfertigt. Eine Abbildung des Roche-Potentials für diese Parameter ist schon auf S. 12 in Abb. 1.1 gezeigt worden. Aufgrund des starken beobachteten Sternwindes ist übrigens davon auszugehen, daß der Akkretionsmechanismus in diesem System kein Roche-Lobe-Überlauf ist, wie das für die meisten bekannten galaktischen Schwarzlochkandidaten der Fall ist, sondern daß vielmehr der Sternwind von HDE 226868 in Richtung des Schwarzen Lochs abgelenkt und teilweise akkretiert wird. In diesem Fall spricht man von einem "fokussiertem Sternwind".

5.1.3 Röntgenbeobachtungen

Die meisten, aber nicht alle, heute bekannten galaktischen Schwarzlochkandidaten zeigen in ihrem weichen ($E < 10\,\mathrm{keV}$) und harten ($E \geq 10\,\mathrm{keV}$) Röntgenspektrum ein unterschiedliches Verhalten. Während das harte Spektrum durch ein Potenzgesetz mit einem exponentiellen Abbruch bei einigen 50 keV beschrieben werden kann, zeigt das weiche Spektrum bei vielen Quellen einen Überschuß an Strahlung, der nicht durch ein Potenzgesetz beschrieben werden kann, sondern eher durch Schwarzkörperstrahlung (Soft-Excess). Wie schon in Kapitel 4 ausführlich besprochen wurde ist das harte Spektrum wahrscheinlich auf Comptonisierung der weichen Photonen zurückzuführen, während der Soft-Excess durch thermische Strahlung der Akkretionsscheibe erzeugt wird. In diesem Abschnitt wird versucht, die beobachteten spektralen Eigenschaften von Cyg X-1 zusammenzufassen, um für dieses Objekt genauer aufzuzeigen, welche Beobachtungstatsachen durch die Theorie erklärt werden müssen. Die meisten frühen Beobachtungen von Cyg X-1 sind in den Übersichtsartikeln von Liang & Nolan (1984), Eardley et al. (1978) und Oda (1977) sehr gut zusammengefaßt. Daher soll im folgenden nur auf dort nicht erwähnte Beobachtungen eingegangen werden. Aufgrund der oben erwähnten Unterschiede der Spektren unterhalb und oberhalb von 10 keV sollen diese beiden spektralen Regionen zunächst getrennt beschrieben werden. Dabei wird das Spektrum oberhalb 10 keV das *harte* Röntgenspektrum genannt und das Spektrum unterhalb 10 keV das *weiche* Spektum. Photonen unterhalb 1 keV sind *ultrasoft* und Photonen oberhalb 1 MeV sind γ-Strahlung. Es sollte darauf hingewiesen werden, daß harte Photonen nichts mit dem sogenanten *hard state* der Quelle zu tun haben, der weiter unten kurz erwähnt werden wird.

5.1.3.1 Das harte Röntgenspektrum

Seit der Mitte der siebziger Jahre setzte sich die Idee durch, daß das Spektrum von Cyg X-1 durch thermische Comptonisierung erzeugt wird. Das führte zu den vielen theoretischen Arbeiten, die in Kapitel 4 ausführlich besprochen wurden und einen Höhepunkt Anfang der achtziger Jahre mit der Publikation der Arbeit von Sunyaev & Titarchuk (1980, ST80) erreichten. Eine der ersten Anwendungen dieser Theorie war der Versuch, die im Februar 1975, Mai 1976 und September 1977 mit dem gemeinsamen AIT/MPE Ballonexperiment erhaltenen 15–150 keV-Spektren von Cyg X-1 zu erklären. Eine erste Analyse des 1977 beobachteten Spektrums ergab $\tau_\mathrm{e} = 5$ und eine Temperatur von $kT_\mathrm{e} = 27\,\mathrm{keV}$ (Sunyaev & Trümper 1979)[2]. In einer detaillierteren Analyse der drei Beobachtungen wurden die folgenden Fit-Parameter erhalten: $\tau = 12^{+11}_{-7}$ und $kT_\mathrm{e} = 17^{+7}_{-3}\,\mathrm{keV}$ für die Beobachtung vom 20. Februar 1975, $\tau = 4.1 \pm 0.2$ und $kT_\mathrm{e} = 30.2 \pm 1.7\,\mathrm{keV}$ für die vom 3. Mai 1976 und $\tau = 5.1 \pm 0.1$ und $kT_\mathrm{e} = 29.2^{+0.6}_{-0.4}\,\mathrm{keV}$ für die vom 21. September 1977 (Steinle et al. 1982; Steinle 1980). Der Photonenfluß bei 50 keV war ungefähr $3 \times 10^{-3}\,\mathrm{ph/cm^2\,s\,keV}$ während aller drei Beobachtungen (dieser Fluß wurde aus den Abbildungen 16a, 17a und 18a von Steinle 1980 erhalten). Die große Bedeutung der AIT/MPE-Beobachtung liegt darin begründet, daß der große Energiebereich des verwendeten Szintillationszählers das erste Mal das Vorhandensein des Abbrechens des Spektrums bei hohen Energien bestätigte, wie es für ungesättigte Comptonisierung erwartet wird. Daher wurde erst durch diese Beobachtungen die Interpretation des Spektrums von Cyg X-1 als Comptonisierungsspektrum etabliert.

Die ausführlichsten Beobachtungen von Cyg X-1 während den siebziger und achtziger Jahren sind von Ling et al. (1983) beschrieben worden. Diese Autoren faßten die Resultate von $150\,\mathrm{d}$ Beobachtunden von HEAO 3 im Band von 48 bis $300\,\mathrm{keV}$ zusammen, die im weichen Röntgenbereich durch simultane Ariel V All Sky Monitor Daten im 3–6 keV-Band und durch quasi-simultane Hakucho Beobachtungen im 1–$12\,\mathrm{keV}$-Band ergänzt wurden. Die Beobachtun-

[2]Die spätere Analyse von Steinle et al. (1982) gibt JD2443407.71, d.h. den 21. September 1977, 5:02 UT, als das Zentrum der Beobachtung an, während Sunyaev & Trümper (1979) den 20. September 1977 als Flugdatum geben. Das liegt daran, daß Sunyaev & Trümper die Lokalzeit von Texas benutzen, während sich Steinle et al. auf die Weltzeit beziehen.

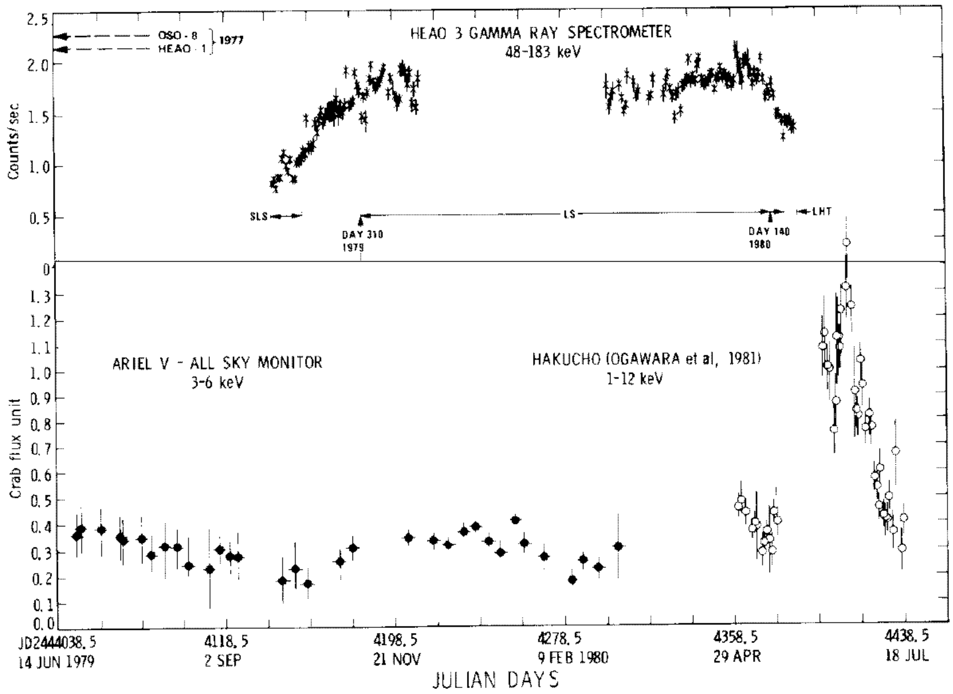

Abbildung 5.2: Lichtkurve von Cyg X-1 w”ahrend 1979 und 1980, die deutlich die mit Ariel V, HEAO 3 und Hakucho beobachtete starke Intensit”ats”anderung zeigt. Aus Ling et al. (1983, fig. 2).

gen begannen Mitte Juni 1979 und endeten im Juli 1980. Im September und Oktober 1979 stieg der beobachtete Quellfluß sowohl im Ariel V- als auch im HEAO 3-Band um mehr als einen Faktor zwei an, blieb dann bis Anfang Mai 1980 so hell, um dann wieder auf die typische Helligkeit zurückzugehen (Abb. 5.2). Während diesem zweiten Übergang waren die harte und die weiche Röntgenintensität nicht miteinander korreliert. Da die Intensitätsänderungen auch mit einer Änderung des Spektrums verbunden waren, führten Ling et al. (1983) das Konzept eines *superlow*, eines *low* und eines *near high* Zustands von Cyg X-1 ein. Bisherige Arbeiten hatten nur einen *low* und einen *high* Zustand unterschieden, die beide durch eine unterschiedliche Intensität und eine unterschiedliche Form des Potenzgesetzkontinuums gekennzeichnet waren ($\Gamma = 1.83$ für den *low*- und $\Gamma = 2.21$ für den *high*-Zustand, siehe z.B. die von Dolan et al. 1979 ausgewerteten OSO 8-Beobachtungen und den Übersichtsartikel von Oda 1977). Die Zustände sind durch die in Tab 5.2 gegebenen Parameter eines ST80-Modells charakterisiert, sie sind insbesondere durch den stark verschiedenen Fluß und leicht unterschiedliche Elektronentemperaturen gekennzeichnet.

State	$A(100\,\mathrm{keV})$	kT_e [keV]	τ_e
Superlow	467^{+9}_{-8}	$42.0^{+4.1}_{-4.3}$	$2.80^{+0.41}_{-0.30}$
Low	820^{+6}_{-8}	$53.0^{+3.0}_{-2.2}$	$2.14^{+0.08}_{-0.12}$
Near High	620 ± 24	$46.1^{+8.9}_{-6.5}$	$2.14^{+0.42}_{-0.39}$

Tabelle 5.2: Spektrale Zustände nach Ling et al. (1983), A ist der Flu”s bei $100\,\mathrm{keV}$ in $10^{-6}\,\mathrm{ph/cm^2\,s\,keV}$

In einer späteren Veröffentlichung erweiterten Ling et al. (1987) ihre vorherige Arbeit, indem sie alle von HEAO 3 vorliegenden Beobachtungen mit besseren Methoden noch einmal analysierten und durch weitere 20 d Beobachtungszeit erweiterten. Dies führte zur Umdefinierung der Spektralzustände in einen γ_1-Zustand, der dem vorherigen *superlow state* entspricht, einen γ_2-Zustand, der ungefähr dem *low state* entspricht und dem γ_3-Zustand, der äquivalent zu dem bisherigen *high state* ist. Während sowohl der γ_2- als auch der γ_3-Zustand tatsächliche Spektralzustände sind, die durch relativ schnelle Zustandswechsel von der Größenordnung von Tagen erreicht werden können, ist der γ_1-Zustand weniger genau definiert. Tatsächlich zeigen neuere Beobachtungen mit CGRO/BATSE über eine Zeitspanne von 1200 d, daß das Objekt zwei Mal sogar lichtschwächer war als der γ_1-Zustand (Kurfess 1995) und auch Ballonbeobachtungen mit dem POKER- und dem MIFRASO- Experiment haben Cyg X-1 zumindest unterhalb dem γ_2-Zustand gesehen (Bassani et al. 1989; Ubertini et al. 1991a; Ubertini et al. 1991b; Perotti et al. 1991). Die formale Definition der γ-Zustände in Tab. 5.3 geschieht wiederum durch die Angabe von Parametern der ST80-Theorie (für sphärische Geometrie). Unter der Annahme einer Entfernung von 2.5 kpc beträgt die Gesamtleuchtkraft der Quelle im γ_2-Zustand im Band von 10 bis $200\,\mathrm{keV}$ $2 \times 10^{37}\,\mathrm{erg/s}$. Die aus den HEAO 3-Beobachtungen geschlossenen Temperaturen und optischen Tiefen sind wesentlich kleiner als die aus den Ballonbeobachtungen von Steinle et al. (1982). Das führte zu der Spekulation, daß Cyg X-1 bei diesen Beobachtungen eventuell doch im γ_1-Zustand gewesen ist (Ubertini et al. 1991a). Allerdings spricht dagegen, daß der γ_1-Zustand wohl doch besser durch ein Potenzgesetzspektrum beschrieben werden kann und nicht durch ein Comptonisierungsspektrum. Da der Zustandswechsel vom γ_3- in den γ_2-Zustand nur von HEAO 3 und nicht von Ariel V gesehen wurde liegt die Vermutung nahe, daß die Definition der Spektralzustände nur für das harten Spektrum Sinn macht (zur Definition von “Zuständen” bei Schwarzlochkandidaten siehe den Übersichtsartikel von Nowak 1995).

State	Flux	kT_e [keV]	τ_e
γ_1	10.1 ± 0.28	97	1.33
γ_2	15.0 ± 0.077	61.6	1.90
γ_3	19.8 ± 0.52	$49.3^{+4.6}_{-4.2}$	$2.54^{+0.27}_{-0.23}$

Tabelle 5.3: Spektrale Zustände nach Ling et al. (1987), Flu”s in $10^{-2}\,\mathrm{ph/cm^2\,s}$ von 50 keV bis 1.5 MeV.

5.1.3.2 Gamma-Beobachtungen

Die Extrapolation der bei harten Röntgenenergien beobachteten Comptonisierungsspektren ergibt, daß die Quelle sehr schwach oder sogar unbeobachtbar bei Energien oberhalb $1\,\mathrm{MeV}$ ist, so daß nicht sehr viele Beobachtungen oberhalb von $100\,\mathrm{keV}$ vorliegen.

Frühe Beobachtungen von Cygnus X-1 hatten für den Fluß im 1–20 MeV-Band eine obere Grenze von ungefähr $10^{-3}\,\mathrm{ph/cm^2\,s\,MeV}$ etabliert (Schönfelder & Lichti 1974; White et al. 1980), während ein Überschuß an Strahlung in den HEAO 3-Beobachtungen des γ_1-Zustands nicht ausgeschlossen erschien (Ling et al. 1987). Eine 13000 s lange Beobachtung in 1984 mit einem Teleskop mit kodierter Aperturmaske und einem Gesichtsfeld von $3^\circ\!.8$ führte zur Detektion von Strahlung aus einem Bereich innerhalb von 2° von Cyg X-1. Das Strahlungsmaximum stimmt dabei mit der Position von Cyg X-1 mit einer Ungenauigkeit von etwa $1'$ überein (McConnell et al. 1989). Das beobachtete Spektrum kann durch ein ST80-Comptonisierungsmodell mit $\tau_\mathrm{e} = 0.6$ und $kT_\mathrm{e} = 177\,\mathrm{keV}$ beschrieben werden, während die Kombination dieser Daten mit einem niederenergetischen Potenzgesetzspektrum mit $\Gamma = 1.6$ durch ein Comptonisierungsspektrum mit $\tau_\mathrm{e} = 2$ und $kT_\mathrm{e} = 80\,\mathrm{keV}$ beschrieben werden kann. Der Fluß bei $1\,\mathrm{MeV}$ beträgt etwa $2 \times 10^{-6}\,\mathrm{ph/cm^2\,s\,keV}$ (McConnell et al. 1989, fig. 5).

Die neueste Beobachtung der Region von Cyg X-1 oberhalb $1\,\mathrm{MeV}$ wurde 1991 vom Compton Teleskop COMPTEL auf CGRO durchgeführt (McConnell et al. 1994). Dieses Teleskop ist im Energiebereich von $750\,\mathrm{keV}$ bis $30\,\mathrm{MeV}$ empfindlich, Abbildung ist mit relativ geringer Auflösung möglich. Nach insgesamt drei Wochen Beobachtungszeit konnte ein Fluß in drei Energiebins unterhalb von $3\,\mathrm{MeV}$ festgestellt werden, der unterhalb der von Schönfelder & Lichti (1974) angegebenen Grenze liegt[3]. Die spektrale Anpassung mit einem Wien-Spektrum ergibt eine Temperatur von ungefähr $200\,\mathrm{keV}$, also etwas höher als man das von den ST80-Modellen aus dem harten Röntgenbereich erwarten würde. Zusätzlich wird ein Knick zwischen den OSSE- und COMPTEL-Daten beobachtet, der vom Comptonisierungsmodell nicht erklärt werden kann.

Die hier zitierten Beobachtungen könnten durch einen 2° von Cyg X-1 entfernten Röntgenpulsar verfälscht sein. Für Beobachtungen bei niedrigeren Energien ist dies kein Problem, da die

[3] In der COMPTEL viewing period 2.0 wurden $9 \times 10^{-4}\,\mathrm{ph/cm^2\,s\,MeV}$ im Band von $750\,\mathrm{keV}$ bis $850\,\mathrm{keV}$, $7 \times 10^{-4}\,\mathrm{ph/cm^2\,s\,MeV}$ von $850\,\mathrm{keV}$ bis $1\,\mathrm{MeV}$und $1 \times 10^{-4}\,\mathrm{ph/cm^2\,s\,MeV}$ von $1\,\mathrm{MeV}$ bis $2\,\mathrm{keV}$ gemessen (McConnell et al. 1994).

dort verwendeten Instrumente ausreichend kleine Gesichtsfelder haben. Gamma-Beobachtungen könnten jedoch durch den Pulsar verunreinigt werden (McConnell et al. 1996). Da dieses Objekt erst vor kurzem entdeckt worden ist, ist es noch nicht klar, ob die die Beobachtungen tatsächlich auf Cyg X-1 oder vielmehr doch auf den Pulsar zurückgehen.

5.1.3.3 Beobachtungen im weichen Röntgenbereich

Erst mit dem Aufkommen von Satelliten mit moderater Energieauflösung wie dem europäischen EXOSAT und dem japanischen Tenma Anfang der achtziger Jahre konnte das weiche Röntgenspektrum von Cyg X-1 detaillierter studiert werden. Auf den ersten Blick schien das beobachtete Spektrum dem höherenergetischen sehr ähnlich, auch wenn es durch das interstellare Medium stark absorbiert war (siehe Barr & van der Woerd 1990). Eine genauere Analyse lieferte jedoch eine Vielzahl zusätzlicher spektraler Komponenten.

Barr, White & Page (1985) entdeckten eine Eisenlinie bei 6.2 keV mit einer Breite von $\sigma = (980 \pm 170)\,\mathrm{eV}$, was einer Äquivalentbreite von $120\,\mathrm{eV}$ entspricht[4]. Aus Linienbreite und Linienenergie schließen Barr, White & Page auf Rekombination von Fe XX in einer heißen Akkretionsscheibe mit darauffolgender Comptonverbreiterung als wahrscheinlichstem Emissionsprozeß (siehe allerdings Tab. B.4!). Auf der anderen Seite wiesen Fabian et al. (1989) darauf hin, daß solch breite Linien auch in einer relativistischen Akkretionsscheibe erzeugt werden könnten. Da das in derartigen Scheiben erzeugte Profil eine charakteristische Doppelhöckerform besitzt, sollte dieser Prozeß leicht von anderen Linienverbreiterungsmechanismen unterschieden werden können (Matt et al. 1992). Weitere Beobachtungen mit Tenma zeigten jedoch, daß die Linie eher bei 6.4 keV liegt und eine Äquivalentbreite von 60–80 eV hat (Kitamoto et al. 1990), was auch durch spätere Beobachtungen mit BBXRT (Marshall et al. 1993 und Abschnitt 5.2.1.1) und ASCA (Ebisawa et al. 1996) bestätigt wurde. Alles deutet also darauf hin, daß die Eisenlinie relativ schmal ist und die Messung der Verbreiterung von Barr, White & Page (1985) auf die geringe Energieauflösung des Detektors zurückzuführen ist.

Die zweite Entdeckung im weichen Röntgenbereich war der Nachweis, daß die schon früher beobachteten Intensitätsdips durch eine zusätzliche Absorption nahe der Quelle verursacht werden. Die Intensitätsdips sind Zeitperioden von einigen Sekunden bis Minuten Länge, während derer der Röntgenfluß der Quelle stark sinkt. Vorherige Beobachtungen mit Copernicus (OAO 3) und anderen Instrumenten hatten gezeigt, daß die Dips bevorzugt nahe der oberen Konjunktion des Systems auftauchen, konnten aber keine befriedigende Erklärung für die Dips geben (Mason et al. 1974). Erst Tenma-Beobachtungen konnten zeigen, daß die Dips mit einer starken Eisen-K-Absorptionskante und einem stark vergrößerten N_{H} verbunden sind (Kitamoto et al. 1984). Die Vermutung, daß die Eisenlinie nicht mit den Dips korreliert ist, wird auch von neuen ASCA-Beobachtungen bestätigt (Ebisawa et al. 1996). Da der wahrscheinlichste Akkretionsprozeß für Cyg X-1 die Akkretion aus dem Sternwind von HDE 226868 ist, liegt es nahe, die Dips mit Klumpen in diesem Wind zu assoziieren. Die Sternwindakkretion wird auch durch Beobachtungen von optischen Emissionslinien bestätigt, wo besonders die Profile von He II $\lambda 4686$ und Hα stark auf Windakkretion hinweisen. Die genaue Studie dieser Linien durch Aab (1983) und Ninkov, Walker & Yang (1987a) zeigt, daß die Linien durch die Überlagerung des Absorptionsprofils der Sternatmosphäre und einem durch den Wind erzeugten Emissionsprofil bestehen, was durch die beobachtete Phasenverschiebung von 134° zwischen der Emissions- und der Absorptionskomponente untermauert wird. Eine Phasenverschiebung von weniger als 180° bedeutet, daß die Emissionskomponente nicht auf Emission nahe dem Schwarzen Loch, sondern eher von einem Ort zwischen

[4] In dieser Arbeit wird eine Gauß'sche Linie als eine spektrale Komponente der Form

$$N_{\mathrm{ph}}(E) = \frac{A}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left(-\frac{(E-E_0)^2}{2\sigma^2}\right)$$

definiert, wo E_0 die Energie, σ die Breite und A die Linienstärke sind.

HDE 226868 und Cyg X-1 zurückgeht (Ninkov, Walker & Yang 1987a).

Die dritte Entdeckung im weichen Röntgenspektrum von Cyg X-1 war die eines Überschusses an sehr weichen Photonen im Bereich unter $1\,\mathrm{keV}$, die von Bałucińska & Hasinger (1991) in einer Neuanalyse der Daten des ME-Instruments von EXOSAT gefunden wurde. Dieser "Soft Excess" kann durch Schwarzkörperstrahlung mit Temperaturen zwischen $150\,\mathrm{eV}$ und $260\,\mathrm{eV}$ für die verschiedenen Beobachtungen erklärt werden, die für eine Herkunft aus der Akkretionsscheibe in der Nähe des Schwarzen Loches sprechen. Neuere ROSAT-Daten sprechen für eine etwas niedrigere Temperatur $kT_\mathrm{e} = (130 \pm 20)\,\mathrm{eV}$ (Bałucińska-Church et al. 1995). Interessanterweise ist dies nahe der von Sunyaev & Trümper (1979) aus dem harten Röntgenspektrum abgeschätzten Temperatur (siehe S. 53).

In den Jahren nach der Veröffentlichung der Studien von Bałucińska & Hasinger (1991) wurden diese von verschiedenen Autoren stark erweitert, die alle versuchten, den Soft Excess und die Eisenlinie mit einem Modell zu erklären. Um das Kontinuum bei höheren Energien besser definieren zu können und daher den Soft-Excess besser bestimmen zu können, analysierten Done et al. (1992) nicht-simultane Daten von EXOSAT und HEAO 1-A2. Done et al. waren die ersten, die bemerkten, daß eine Produktion der Eisenlinie durch Fluoreszenz in der Akkretionsscheibe auch eine Reflektionskomponente im spektralen Kontinuum zu Folge haben müßte und modellierten daher das Spektrum als Kombination eines ST80-Modells, einer Reflektionskomponente und einer Gauß'schen Linie. Dieses Modell ergibt aber nur dann eine gute Anpassung an die Daten, wenn man annimmt, daß die Akkretionsscheibe nicht kalt ist sondern warm und ionisiert (wobei Done et al. annahmen, daß die Scheibe im lokalen thermodynamischen Gleichgewicht ist). Aus den Beobachtungen der starken Fe-K-Kante von Kitamoto et al. (1984) schlossen Done et al. ferner auf eine zweifache Eisenüberhäufigkeit. Obwohl das Modell von Done et al. (1992) das Kontinuum sehr gut wiedergibt, haben die Autoren Probleme, die beobachtete Äquivalentbreite der Eisenlinie zu reproduzieren, da ihre Modelle wesentlich größere Äquivalentbreiten vorhersagen. Modelle, die Reflektion einschließen, geben auch eine bessere Beschreibung der Beobachtungen von BBXRT (Marshall et al. 1993) und TTM/HEXE (Döbereiner et al. 1995; Borkus et al. 1995). Auf diese Beobachtungen wird weiter unten noch eingegangen.

5.1.4 Zusammenfassung

In den bisherigen Abschnitten wurde das Bild von Cyg X-1 beschrieben, das bis 1994 allgemein akzeptiert wurde. Wenn diese Bild tatsächlich wahr sein sollte, dann könnte man das kanonische Wissen über Cyg X-1 wie folgt zusammenfassen:

Cygnus X-1 ist eine der hellsten Röntgenquellen am Himmel. Es ist wahrscheinlich, daß der kompakte Begleiter von HDE 226868 ein Schwarzes Loch ist, da seine Masse oberhalb der theoretischen Massengrenze für Neutronensterne liegt. Die Entfernung zu Cyg X-1 ist größer als 2 kpc. Das beobachtete Röntgenspektrum oberhalb von $10\,\mathrm{keV}$ kann durch ein Potenzgesetz mit einem Photonenindex von 1.7 und einem exponentiellen Abbruch bei ungefähr $100\,\mathrm{keV}$ beschrieben werden, was charakteristisch für ein thermisches Comptonisierungsspektrum nach Sunyaev & Titarchuk (1980) mit einer optischen Tiefe von ungefähr 3 und einer Temperatur von $kT_\mathrm{e} = 40\,\mathrm{keV}$ ist. Wird nicht eine sphärische, sondern eine scheibenförmige Geometrie angenommen, dann reduziert sich die optische Tiefe auf $\tau_\mathrm{e} \approx 1.2$. Es könnte einen Exzeß von Strahlung bei Energien oberhalb von $1\,\mathrm{MeV}$ geben. Das harte Röntgenspektrum ist variabel und wird in 3 spektrale Zustände eingeteilt, die der γ_1-, der γ_2- und der γ_3-Zustand genannt werden. Eventuell ist eine schwache Reflektionskomponente bei Energien unterhalb von $100\,\mathrm{keV}$ sichtbar. Das weiche Röntgenspektrum wird durch das gleiche Kontinuum beschrieben wie das harte, aber es sind keine Zustandsänderungen bekannt. Zusätzliche spektrale Komponenten unterhalb $10\,\mathrm{keV}$ sind eine $\mathrm{K}\alpha$-Linie und eventuell auch eine K-Kante von Eisen, die durch eine ionisierte Akkretionsscheibe erklärt werden könnten. Bei noch niedrigeren Energien ist ein Strahlungsüberschuß vorhanden, der durch Schwarzkörperstrahlung eines Materials mit einer Temperatur von $kT = 150\,\mathrm{eV}$ erklärt werden kann. Das weiche Spektrum zeigt Intensitätseinbrüche, die durch Klumpen im akkretierenden Sternwind erklärt werden können, der wohl die Hauptquelle des akkretierenden Materials ist. Der Akkretionsmechanismus ist Akkretion aus diesem fokussierten Sternwind, wobei eine kleine Akkretionsscheibe wahrscheinlich ist.

5.2 Das Breitbandspektrum von Cygnus X-1

In Abschnitt 5.1.4 wurde das bis 1994 allgemein anerkannte Bild von Cyg X-1 zusammengefaßt. Wie sich seither herausgestellt hat, hat dieses Bild jedoch einige Schönheitsfehler:

- In Kapitel 4.1 wurde gezeigt, daß der Gültigkeitsbereich der älteren Comptonisierungstheorie von Sunyaev & Titarchuk (1980) auf große optische Tiefen ($\tau_\mathrm{e} > 3$) und niedrige Temperaturen ($kT_\mathrm{e} < 100\,\mathrm{keV}$) beschränkt ist. Die für Cyg X-1 typischen Parameter von $\tau_\mathrm{e} \approx 1$ und $kT_\mathrm{e} \approx 50\,\mathrm{keV}$ liegen außerhalb dieses Bereiches und sind daher für eine Interpretation der Physik der Quelle ungeeignet. Unter Verwendung seiner neuen Comptonisierungstheorie fand Titarchuk (1994) bei einem "fit by eye" und nicht-simultane EXOSAT, GRANAT und OSSE Beobachtungen $\tau_\mathrm{e} = 0.62$ und $kT_\mathrm{e} = 150\,\mathrm{keV}$. Das comptonisierende Medium hat also eine wesentlich niedrigere optische Tiefe und eine höhere Temperatur als bisher angenommen wurde.
- Außer dem Modell von Done et al. (1992) war bei keinem der spektralen Modelle getestet worden, ob es eine physikalisch sinnvolle Beschreibung des *gesamten* Röntgenspektrums liefert. Selbst die ionisierte Scheibe von Done et al. (1992) war jedoch nicht selbstkonsistent, da mit ihr das Hochenergiespektrum nicht erklärt werden konnte. Eine spätere Erweiterung des Modells durch Haardt et al. (1993) berücksichtigte die Reprozessierung der Scheibenstrahlung in einer Akkretionsscheibenkorona mit einem Modell, das ähnlich denen in Kapitel 4 beschriebenen ist. Spektrale Anpassung ergab eine optische Tiefe der Korona von $\tau_\mathrm{e} = 0.3$ und eine Temperatur von $153\,\mathrm{keV}$, also Parameter, die denen von Titarchuk gefundenen sehr ähnlich sind.
- Verschiedene Beobachtungen liefern nicht miteinander zu vereinbarende Bedeckungsfaktoren $\Omega/2\pi$ für das reflektierende Medium (siehe S. 36 für die Definition des Bedeckungsfaktors). Niederenergetische Beobachtungen unterhalb $50\,\mathrm{keV}$ fordern geringe Bedeckungsfaktoren (Done et al. 1992 geben $\Omega/2\pi = 0.7$, Haardt et al. 1993 legen $\Omega/2\pi = 1$ fest und Marshall et al. 1993 finden $\Omega/2\pi \approx 1$), während alle Hochenergiebeobachtungen $\Omega/2\pi > 1$ benötigen (HEXE Beobachtungen von Döbereiner et al. 1995 geben $\Omega/2\pi = 1.18$ und auch neue OSSE-Daten von Phlips et al. 1996a erfordern $\Omega/2\pi > 1$)[5]. Dieser Trend ist nicht nur bei Cyg X-1 beobachtet worden, sondern scheint für galaktische Schwarzlochkandidaten typisch zu sein (z.B. GS 2023+338 und GRO J0422+32; in't Zand et al. 1993; Döbereiner et al. 1994). Eine Erklärung könnte sein, daß das Reflektionsspektrum bei hohen Energien überschätzt wurde, da in diesen Arbeiten ein einfaches Potenzgesetz als das Inzidenzspektrum angesetzt wurde, was eine falsche Form des Reflektionsbuckels liefert (Döbereiner et al. 1995). Alternativ dazu könnte der Trend auch ein Artefakt der Verwendung der falschen ST80-Modelle sein, deren Hauptunterschied zu den "richtigen" Comptonisierungsmodellen im Hochenergiebereich zu suchen ist. Wenn der exponentielle Abbruch in der Realität bei etwas höheren Energien liegt, dann könnte die hohe scheinbare Belegungsdichte ein Versuch sein, das spektrale Modell härter zu machen.

Zusammenfassend gesagt ergeben die älteren Comptonisierungsmodelle zwar eine Beschreibung des beobachteten Spektrums, können aber nicht verwendet werden, die Physik der Quelle zu untersuchen. Die existierenden neueren Modelle sind aber nicht selbstkonsistent genug, den ganzen

[5] Die hier gegebenen Bedeckungsfaktoren sind aus den in den jeweiligen Publikationen gegebenen spektralen Modellen abgeleitet worden und in die in Gl. (3.1) auf S. 36 definierte Notation umgerechnet worden. Das hier verwendete $\Omega/2\pi$ wurde auf S. 36 richtiger als A geschrieben.

Röntgenbereich zu beschreiben. Im folgenden soll daher versucht werden, die oben geschilderten Modelle (insbesondere das von Haardt et al. 1993) durch Verwendung besserer Daten und einer selbstkonsistenten Modellierung, zu erweitern.

5.2.1 Datenauswahl und -prozessierung

Die zur Erklärung des Spektrums von Cyg X-1 herangezogenen physikalischen Prozesse können nur durch die Untersuchung eines Breitbandspektrums unterschieden werden, da sie über große Bereiche des Röntgenspektrums Einfluß haben. Die bisher vorliegenden Untersuchungen des Spektrums wurden alle nur mit Beobachtungen von einigen wenigen Instrumenten durchgeführt, die nicht das gesamte beobachtbare Röntgenspektrum abdecken. Aus diesem Grund wurde für diese Arbeit ein Breitbandspektrum aus neueren hochaufgelösten Daten zusammengestellt, das das gesamte Röntgenband von $1\,\mathrm{keV}$ bis $1\,\mathrm{MeV}$ umfaßt. In diesem Abschnitt sollen diese Daten genauer beschrieben und dann das im vorherigen Kapitel geschilderte Akkretionsscheiben-Koronamodell auf sie angewendet werden.

5.2.1.1 Daten von BBXRT

Das in dieser Arbeit verwendete Niederenergiespektrum wird durch Daten des Broad-Band X-Ray Telescope (BBXRT) abgedeckt (Weaver 1993; Weaver 1994; Weaver et al. 1995). BBXRT war das erste einer Reihe von Halbleiterdetektoren (in diesem Fall ein Si(Li)-Detektor), die in den nächsten 5 bis 10 Jahren die Röntgenastronomie verändern werden. Der Hauptvorteil der Halbleiterdetektoren ist ihre stark vergrößerte Energieauflösung, die im Fall von BBXRT ungefähr 2.7% bei $5.9\,\mathrm{keV}$ beträgt (Proportionalzähler haben eine typische Energieauflösung von 20%). BBXRT hat eine große effektive Fläche ($800\,\mathrm{cm}^2$ bei $2\,\mathrm{keV}$, $200\,\mathrm{cm}^2$ bei $6\,\mathrm{keV}$ und $100\,\mathrm{cm}^2$ bei $10\,\mathrm{keV}$), einen großen Energiebereich (von $0.3\,\mathrm{keV}$ bis $12\,\mathrm{keV}$) und einen niedrigen Hintergrund (alle Daten sind Weaver 1993 entnommen). Die Tiefe der Si(Li)-Verarmungszone ist 3 mm, der physikalische Durchmesser des Detektors beträgt 17 mm, die in 5 Pixel eingeteilt waren (Fig. 5.3), da die ursprüngliche Intention gewesen war, Pixel 0 zur Quellbeobachtung und die Pixel 1 bis 4 zur Bestimmung des Hintergrunds zu verwenden. Bei der nach dem Flug erfolgten Analyse der Punktverwaschungsfunktion des Instruments stellte sich jedoch heraus, daß nur 68% der Photonen einer auf der Teleskopachse liegenden Quelle durch Pixel 0 detektiert wurden, während der Rest durch die Detektormaske und die restlichen Pixel aufgefangen wurden. Dies macht die Messung des Hintergrundes unmöglich, so daß man sich bei der Datenanalyse auf ein von HEASARC bereitgestelltes halbtheoretisches Hintergrundmodell verlassen muß (Weaver et al. 1995). Jedes der zwei in der BBXRT-Einheit verwendeten Teleskope bestand aus 118 Schalen von 10 cm Länge aus 0.13 mm dicken Aluminiumfolien, die mit 500 Å Gold bedampft waren. Die Struktur der Teleskopschalen näherte ein Wolter I-Teleskop an, d.h. die Kombination eines Hyperboloids mit einem Paraboloid. Der Radius, innerhalb dessen die Hälfte aller Photonen einer Quelle fällt, wird mit $1\overset{'}{.}8$ angegeben. Die BBXRT-Einheit bestand aus zwei dieser Teleskope mit angeschlossenem Detektor, die die A- und B-Einheit genannt werden. Nach dem Flug stellte es sich heraus, daß die optischen Achsen dieser Einheiten leicht gegeneinander verschoben waren. Da die optische Achse des A-Teleskops während dem Flug zur Pointierung verwendet worden war und auch die Punktverwaschungsfunktion und der Hintergrund der A-Einheit

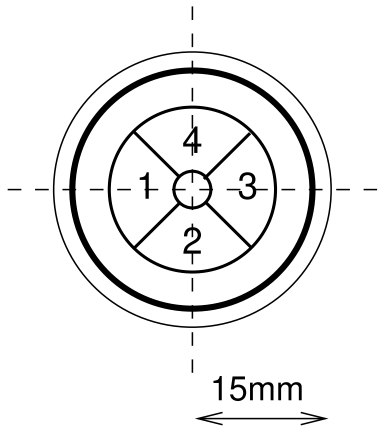

Abbildung 5.3: BBXRT Si(Li) Detektor, das zentrale Pixel hat die Nummer 0 (nach Weaver 1993, fig. 2.7)

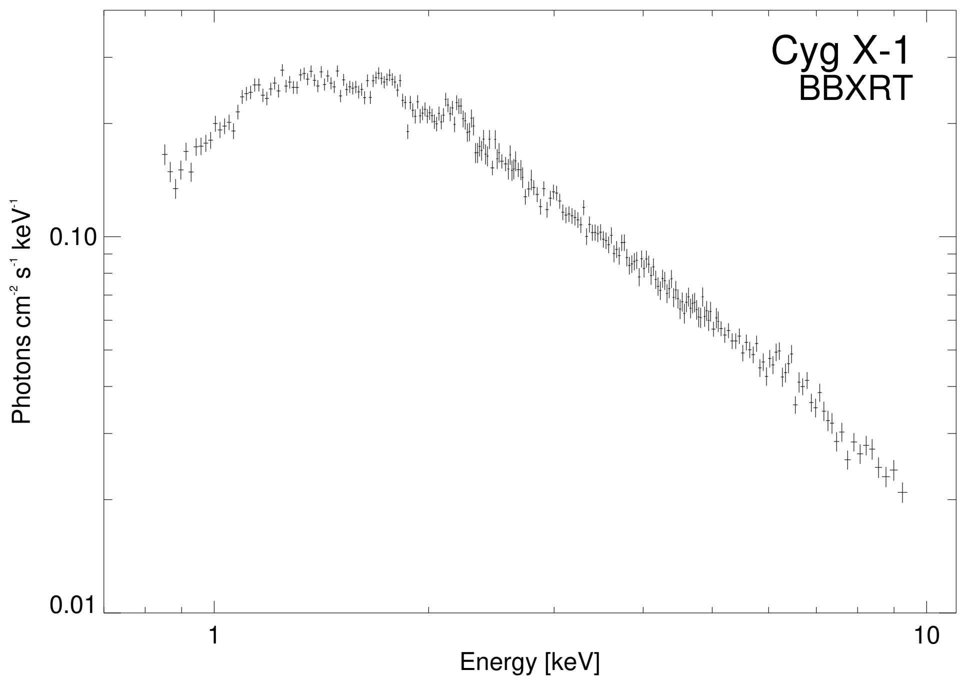

Abbildung 5.4: Ungefaltetes Spektrum von Cygnus X-1, berechnet unter der Annahme eines Potenzgesetz-Kontinuums (beobachtet mit BBXRT im Dezember 1990).

besser verstanden sind, wurden in der folgenden Analyse nur Daten von dieser Einheit verwendet. BBXRT flog als Teil der Astro 1-Mission im Dezember 1990 auf dem Space Shuttle Columbia und beobachtete Cygnus X-1 am 6. und am 8. Dezember. Da es bei der zweiten Beobachtung Pointierungsprobleme gab, lieferte nur die erste Observation sinnvolle Daten. Diese Beobachtung wird von Marshall et al. (1993) genau beschrieben, die hier später gegebene eigene Auswertung folgt dieser Arbeit. Dabei konnten auch die von Marshall et al. gegebenen formalen Ergebnisse reproduziert werden. Marshall et al. (1993) konzentrierten ihre Analyse der 1200 s langen Beobachtung insbesondere auf die Eigenschaften des Fe-K-Bandes und ignorierten alle unterhalb von 3 keV gewonnenen Daten, da zu dieser Zeit die Responsematrix des Detektors unterhalb von 3 keV noch nicht kalibriert war. Unter der Annahme eines Potenzgesetzkontinuums mit $\Gamma = 1.67$ kann eine eine Linienenergie von $E = 6.36^{+0.16}_{-0.25}\,\mathrm{keV}$ mit einer Breite von $\sigma = 0.49^{+0.39}_{-0.12}\,\mathrm{keV}$ erhalten werden. Das entspricht einer Äquivalentbreite von $130^{+120}_{-30}\,\mathrm{eV}$. Die Beobachtung ist auch kompatibel mit zusätzlicher Reflektion von einer kalten Akkretionsscheibe mit einem Bedeckungsfaktor von $\Omega/2\pi = 1$. Da bei Reflektion ein Strahlungsüberschuß oberhalb einigen keV auftritt wird die Äquivalentbreite der Eisenlinie auf nur 13 eV reduziert. Der restliche Fluß im Fe Kα-Band wird dann auf den unterhalb der Eisenkante reflektierten Fluß zurückgeführt. Das von Marshall et al. (1993) verwendete Reflektionsmodell ist dadurch unphysikalisch daß es zwar Absorption von Eisen annimmt, Fluoreszenz aber nicht berücksichtigt. Daher ist die Interpretation der Reflektion beinhaltenden Analyse zu bezweifeln.

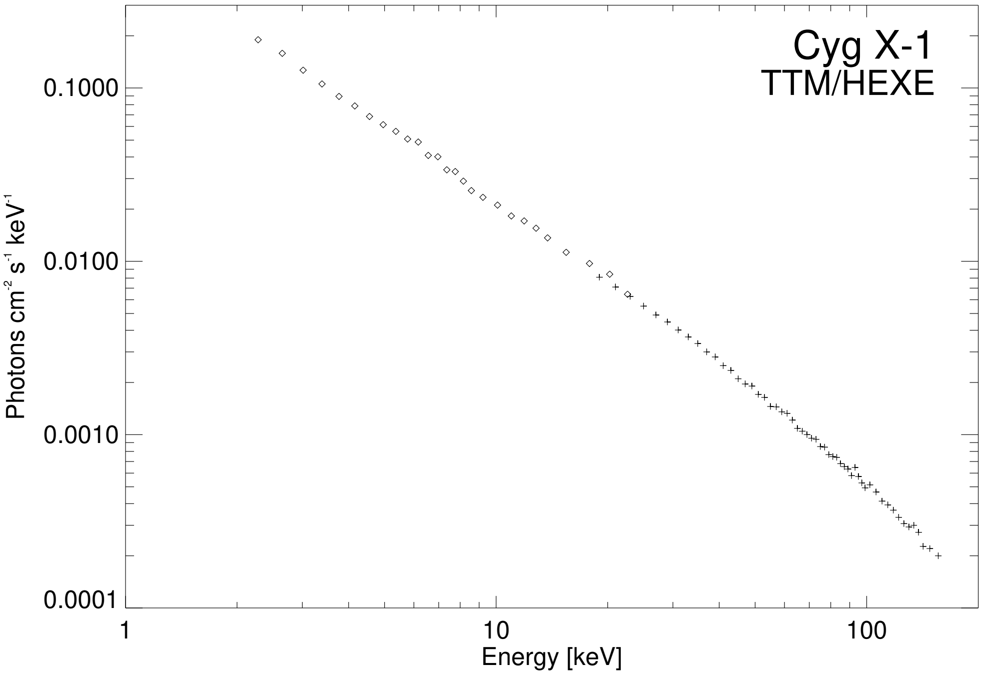

Abbildung 5.6: Das in dieser Arbeit verwendete TTM (Rauten) und HEXE (Kreuze) Spektrum (Daten von Monika Bałucinska-Church).

5.2.1.2 Daten von TTM und HEXE

Im Energiebereich von 2 bis 200 keV werden Daten verwendet, die mit TTM und HEXE auf dem Kvant-Modul an Bord der russischen Raumstation Mir gewonnen wurden.

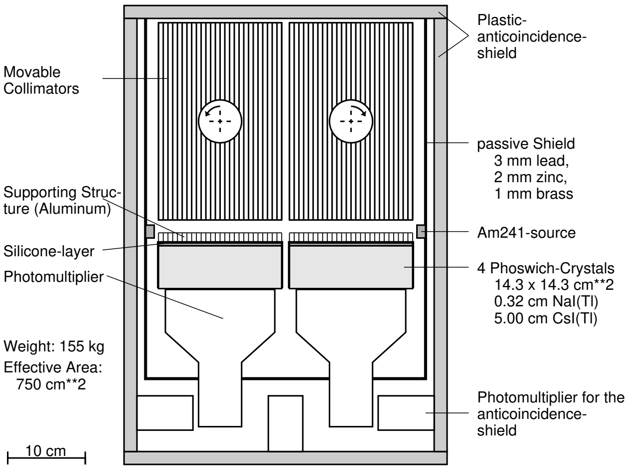

Abbildung 5.5: HEXE (Abbildung nach P. Kretschmar)

TTM ist eine Kamera mit codierter Aperturmaske und einem Gesichtsfeld von $7^\circ\!.5$ Durchmesser (FWHM). Der Detektor ist ein 50 mm tiefer $\mathrm{Xe/CO_2}$ positionsempfindlicher Proportionalzähler, der im Bereich von 2 bis 25 keV arbeitet (Brinkman et al. 1983). Die Energieauflösung ist 18% bei 6 keV.

HEXE besteht aus vier Phoswich-Detektoren, die jeweils aus einem 0.32 cm dicken NaI(Tl)-Kristall bestehen, der auf einen 5 cm starken CsI(Tl)-Szintil-latorkristall befestigt ist (Reppin et al. 1983). Das Instrument ist im Energiebereich von 15 bis 250 keV empfindlich bei einer Energieauflösung von etwa 25% bei 60 keV und einer effektiven Fläche von $750\,\mathrm{cm}^2$. Das effektive Gesichtsfeld wird durch Wolframkollimatoren auf $1^\circ\!.6$ (FWHM) eingeschränkt.

HEXE beobachtete die Cygnus X-1-Region insgesamt 15 Mal in den Jahren von 1987 bis 1991. Die HEXE-Daten wurden von Döbereiner et al. (1995) analysiert, während Borkus et al. (1995) die gemeinsamen HEXE/TTM-Beobachtungen beschreiben. Während der meisten Beobachtungen war der Quellfluß mit dem des normalen γ_2-Zustands kompatibel. Döbereiner et al. (1995) zeigen, daß das HEXE Spektrum am besten durch ein Potenzgesetzspektrum mit Index 1.64 ± 0.01

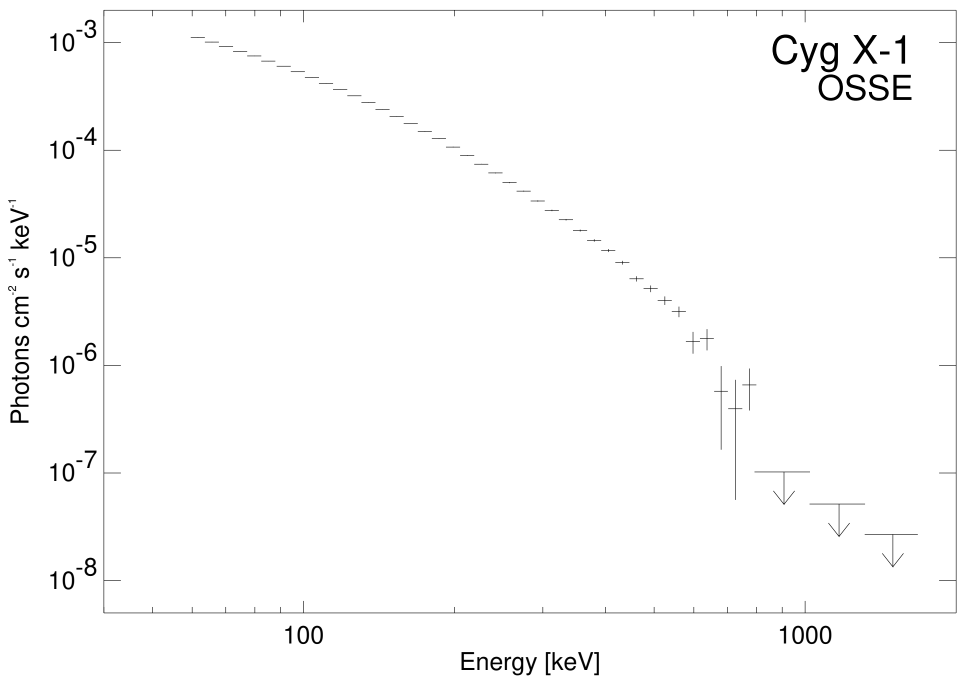

Abbildung 5.7: Gesamtes von OSSE beobachtetes Spektrum von Cygnus X-1 (Kurfess 1995).

und einer starken Reflektionskomponente mit $\Omega/2\pi = 1.18 \pm 0.08$ beschrieben werden kann. Ein Versuch, die Daten mit einem Comptonisierungsmodell nach Sunyaev & Titarchuk (1980) zu beschreiben, schlägt fehl ($\chi^2_{\rm red} = 5.31$, bei 21 Freiheitsgraden, die Plasmatemperatur ist $kT_{\rm e} = 44.7^{+2.6}_{-1.0}$ bei einer optischen Tiefe von $\tau_{\rm e} = 3.0 \pm 0.1$). Diese Feststellung wird von Borkus et al. (1995) in der Auswertung der gemeinsamen TTM/HEXE-Beobachtungen bestätigt, diese Autoren führen sie auf die Unanwendbarkeit des ST80-Modells im Fall von Cyg X-1 zurück.

Das in dieser Arbeit verwendete Spektrum ist das Ergebnis einer gemeinsamen TTM/HEXE-Beobachtung (Abb. 5.6).

5.2.1.3 Daten von OSSE

Im Energiebereich oberhalb 60 $\rm keV$ werden Daten des Oriented Scintillator Spectrometer Experiment (OSSE) auf dem Compton Gamma Ray Observatory (CGRO) verwendet, das aus vier identischen Phoswich-Detektoren besteht, die jeweils aus einem 4 in dicken NaI(Tl)-Szintillatorkristall von 13 in Durchmesser, der auf einem 3 in dicken CsI(Tl)-Kristall befestigt ist, aufgebaut sind (Johnson et al. 1993). Die im Vergleich zu HEXE große Dicke des NaI(Tl)-Kristalls führt zu einer Detektorempfindlichkeit von 50 $\rm keV$ bis 10 $\rm MeV$, gleichzeitig wird dabei der Detektorhintergrund stark vergrößert. Die effektive Fläche des Instruments ist $2000\,\rm cm^2$ bei 511 $\rm keV$ mit einem Gesichtsfeld von $3^\circ\!.8 \times 11^\circ\!.4$ (FWHM). Die Energieauflösung der Detektoren 1 bis 3 ist 7.8% bei 660 $\rm keV$, die von Detektor 4 ist schlechter.

Für die hier vorgestellte Arbeit wurde das von OSSE beobachtete zeitgemittelte Spektrum von Cygnus X-1 verwendet (Abb. 5.7), das dem Vorabdruck des Übersichtsartikels von Kurfess (1995, fig. 4) entstammt. In der Zwischenzeit ist eine genauere Analyse des Spektrums zur Veröffentlichung eingereicht worden (Phlips et al. 1996a; Phlips et al. 1996b). Da das in Abb. 5.7 gezeigte Spektrum aus allen von Cyg X-1 beobachteten Photonen zusammengestellt wurde, wird es von den während der Beobachtungszeit stattgefundenen Zustandsänderungen beeinflußt. Während der verschiedenen CGRO-Beobachtungen von Cyg X-1 ist der Quellfluß zumindest zweimal für einen längeren Zeitraum unterhalb dem des γ_1-Zustandes gesehen worden (Kurfess 1995). Daher ist es

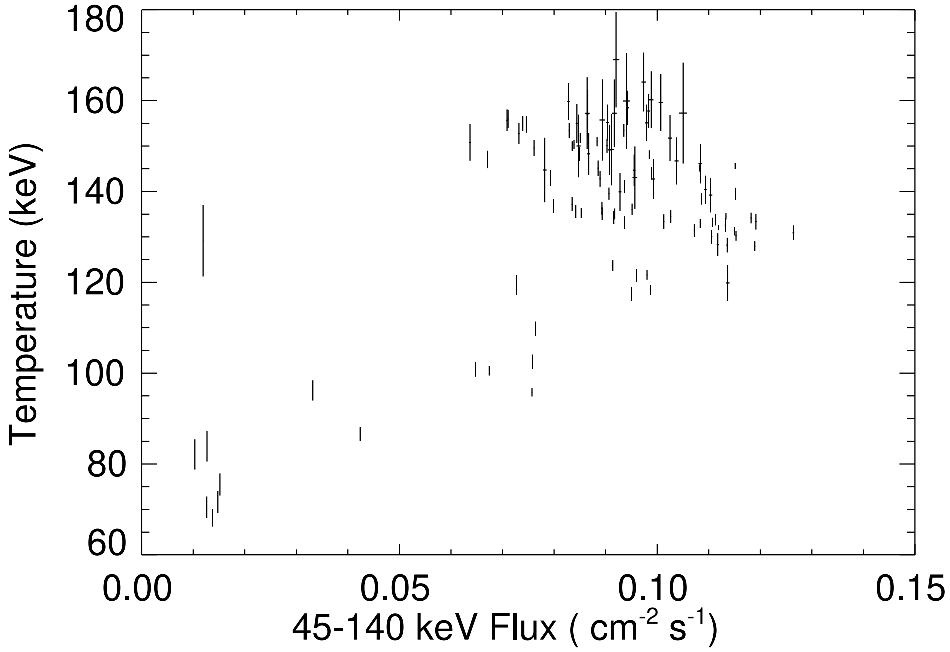

Abbildung 5.8: Temperatur eines thermischen Bremsstrahlungsmodells verglichen mit dem Gesamtflu"s von 45 bis 140 keV f"ur jeden Tag der OSSE-Beobachtungen (nach Phlips et al. (1996b), fig. 3).

notwendig abzuschätzen, wie sich das Gesamtspektrum aus den Photonen der unterschiedlichen Zustände zusammensetzt. Phlips et al. (1996b) modellieren die täglichen OSSE Spektren mit Hilfe eines Modells der Form

$$N_{\rm ph} = KE^{-1} \cdot e^{-E/kT}$$

d.h. eines optisch dünnen Bremsstrahlungsspektrums (der Gaunt-Faktor kann für Gamma-Energien mit großer Genauigkeit als eins angenommen werden; Rybicki & Lightman 1979, fig. 5.2)[6]. Hier ist kT die Temperatur des emittierenden Plasmas und K eine Normalisierungskonstante. Bremsstrahlung ist nicht eine gute *physikalische* Beschreibung des Spektrums, aber sie kann verwendet werden, spektrale Veränderungen der Beobachtungen zu beschreiben, insbesondere die Position des exponentiellen Abfalls. Das Ergebnis der Anpassungen von Phlips et al. (1996b) wird in Abb. 5.8 wiedergegeben. Der allergrößte Teil der täglichen Spektren hatten exponentielle Abfälle zwischen 140 und 160 keV bei einem Fluß zwischen 0.075 und 0.12 $\rm ph/cm^2\,s$ im 45 bis 140 keV-Band. Nur einige wenige Beobachtungen haben eine spektrale Form, die signifikant von diesen Werten abweicht. Es ist zu vermuten, daß diese Beobachtungen während der γ_1-Phasen aufgenommen wurden. Da der überwiegende Teil der Spektren sehr ähnlich aussieht stellt das von OSSE aufgenommene Gesamtspektrum zumindest qualitativ die Form des normalen Spektrums von Cyg X-1 dar, also des γ_2-Zustands von Ling et al. (1987). Die restliche "Verunreinigung" durch andere Zustände muß in einer wesentlich genaueren Analyse noch erfaßt werden, stellt aber

[6]Die bei Rybicki & Lightman (1979, fig. 5.2) angegebene Formel für den Gaunt-Faktor in der "small-angle, classical region" enthält einen Tippfehler. Der korrekte Formel ist durch

$$\overline{G} = \frac{\sqrt{3}}{\pi} \log \left[\frac{4}{\zeta^{5/2}} \left(\frac{kT}{h\nu}\right) \left(\frac{kT}{Z^2 \mathrm{Ry}}\right)^{1/2} \right]$$

gegeben, wo $\zeta = \exp(0.577216\ldots)$ und $0.577\ldots$ ist die Euler'sche Zahl (vgl. die Abbildung bei Novikov & Thorne, 1973 [die einen Tippfehler in der "small-angle, U.P. region" enthält]).

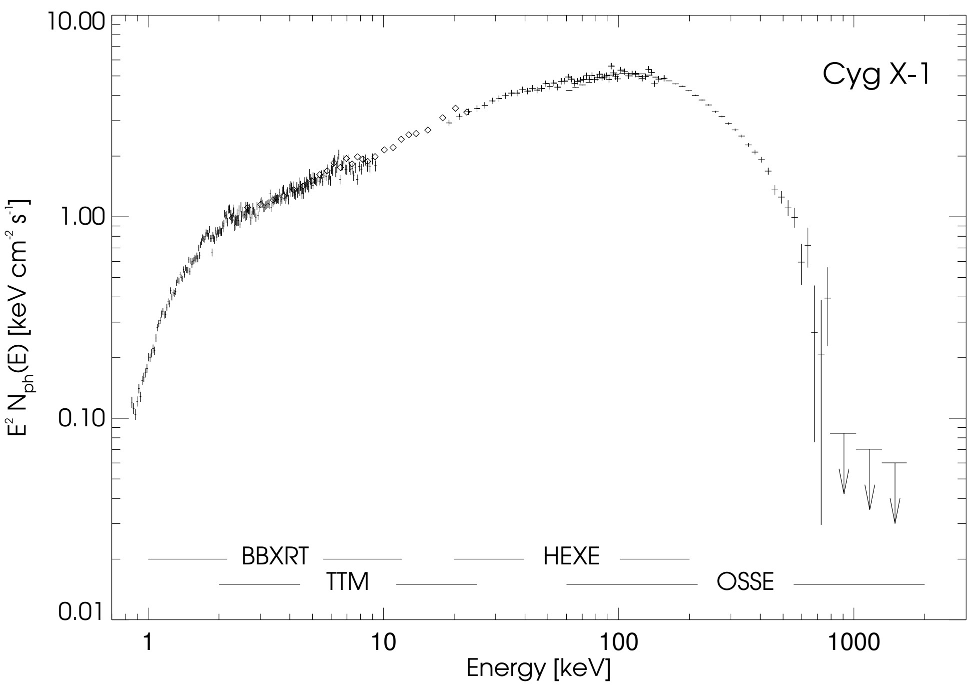

Abbildung 5.9: Breitbandspektrum von Cygnus X-1 unter Verwendung der Beobachtungen von BBXRT, TTM, HEXE und OSSE (νf_ν-Spektrum).

für die hier durchzuführende qualitative Anpassung an die Monte Carlo-Modelle des letzten Kapitels kein Problem dar.

Die von Phlips et al. (1996b) zusätzlich durchgeführte Darstellung der Quellvariabilität unter Verwendung von Comptonisierungsspektren nach Sunyaev & Titarchuk (1980) ist für die obige Analyse nicht zu verwenden, da es von einem Modell mit einer festen Elektronentemperatur von 65 keV ausgeht, da Phlips et al. behaupten, daß “ . . . the refined model of Titarchuck (1994) *(sic!)* agree[s] closely with the original model of Sunyaev and Titarchuk (1980) for the parameter values of Cyg X-1”. Im letzten Kapitel wurde gezeigt, daß diese Behauptung so nicht richtig ist, da eine Temperatur von 65 keV sicherlich mit einer realistischeren Temperatur von 150 keV inkompatibel ist. Da die Bremsstrahlungs-Fits die spektrale Form zumindest qualitativ richtig wiedergeben, können sie eher zur Abschätzung der Quellvariabilität verwendet werden.

5.2.2 Das Breitbandspektrum

5.2.2.1 Datenvorbereitung

Die in der vorliegenden Arbeit verwendeten Daten kommen aus unterschiedlichen Quellen und lagen daher in sehr unterschiedlichen Datenformaten vor. Um die simultane Auswertung der Daten zu ermöglichen, wurden sie alle in FITS-Spektren umgewandelt. Im Vergleich zu den Datenformaten der einzelnen Instrumenten (z.B. das `MIDAS/EXSAT` TBL-Format oder die internen HEXE-Formate) ist der Hauptvorteil des FITS-Formats, daß es von den individuellen Datenanalyseprogrammen unabhängig ist und daher den Austausch von Beobachtungsinformationen wesentlich vereinfacht. FITS-Dateien können von allen wichtigen Auswerteprogrammen wie `EXSAS` oder `XSPEC` gelesen werden. Die hier auszuwertenden Daten wurden in das von Arnaud, George & Tennant (1992) beschriebene FITS-Format für röntgenastronomische Spektren konvertiert, während die Responsematrizen dem OGIP Standard-Format für diese Matrizen genügen (George et al. 1992).

Für die einzelnen Beobachtungen wurden die folgenden Analyseschritte unternommen:

BBXRT Das HEASARC-Datenarchiv beim NASA GSFC stellte das photon event file, eine Lichtkurve, ein Gesamtspektrum, die Detektor-Responsematrix und das Hintergrundsmodell zur Verfügung. Da während der Beobachtung zwei "Dips" zu sehen waren, wurden die Daten neu prozessiert, so daß in dem hier verwendeten Spektrum nur die Photonen enthalten waren, die außerhalb der Dips registriert worden waren. Die dazu notwendige Software mußte neu geschrieben werden, da die erhaltenen FITS-Dateien einige Fehler enthielten. Die bei HEASARC erhältlichen Spektren werden gerade neu prozessiert um diese Fehler zu entfernen (Arnaud, 1995, priv. comm.).

TTM Hier konnte nur ein präprozessiertes ungefaltetes Spektrum erhalten werden, das auf einem Potenzgesetzkontinuum basiert. Da dies eine gute Näherung für das Spektrum im Energiebereich von TTM ist, sollte dies kein Problem sein, insbesondere in dem engen Energiebereich, in dem die TTM-Daten nicht durch BBXRT-Informationen ergänzt werden. Um eine spektrale Anpassung zu ermöglichen, wurde das ungefaltene Spektrum in das FITS-Format konvertiert und eine Einheitsmatrix als Responsematrix angenommen.

HEXE Bei HEXE konnte von Monika Bałucinska-Church von der University of Birmingham ein Rohspektrum erhalten werden, das zusammen mit einem kompatiblen HEXE-Hintergrundmodell und der HEXE-Responsematrix vom normalen HEXE-Format nach FITS konvertiert wurde.

OSSE Wie schon erwähnt wurde das ungefaltene Spektrum dem Übersichtsartikel von Kurfess (1995) entnommen. Aufgrund von Unsicherheiten mit der Responsematrix von OSSE wurde nur das oberhalb von 60 keV angegebene Spektrum verwendet. Wie auch bei TTM wurde das ungefaltene Spektrum nach FITS konvertiert und eine Einheitsmatrix als formale Responsematrix verwendet.

Das sich ergebende Gesamtspektrum von Cygnus X-1 wird in Abb. 5.9 gezeigt. Das Photonenspektrum ist dabei mit E^2 multipliziert worden, um die Darstellung zu vereinfachen. Die im folgenden beschriebene Auswertung wurde mit Hilfe des Programmes `XSPEC` unternommen (Shafer et al. 1991).

5.2.2.2 Das Niederenergiespektrum

Da das hier verwendete Gesamtspektrum einen wesentlich breiteren Energiebereich umfaßt als vorherige Studien, ist es möglich, die Strukturen im Bereich unterhalb von 10 keV wesentlich besser zu studieren, da das Hochenergiespektrum verwendet werden kann, das spektrale Kontinuum sehr gut zu definieren. Da Rohdaten nur von HEXE und BBXRT vorliegen, wurden diese zwei Spektren für die folgende Analyse verwendet. Da der exponentielle Abbruch bei 150 keV das harte Ende des BBXRT-Spektrums beeinflußt, wurden nur die HEXE-Daten unterhalb von 60 keV zur Definition des Kontinuums verwendet. Die spektrale Anpassung eines durch das ISM absorbierten Potenzgesetzes ergibt $\Gamma = 1.62 \pm 0.01$ und $N_\mathrm{H} = (6.0^{+0.1}_{-0.2}) \times 10^{21}\,\mathrm{cm}^{-2}$ bei $\chi^2/252 = 1.63$. Der Fluß bei $1\,\mathrm{keV}$ ist $1.5\,\mathrm{ph/cm^2\,s\,keV}$.

Der N_H-Wert ist sehr nahe dem aus der Extinktion erhaltenen Wert (Abschnitt 5.1.1), zeigt aber auch, daß die BBXRT-Beobachtung kein Anzeichen für einen Photonenüberschuß bei niedrigen Energien enthält. Das wird auch durch eine detailliertere Spektralanalyse bestätigt, bei der versucht wurde, das BBXRT-Spektrum durch ein Potenzgesetz mit einer Schwarzkörperkomponente zu modellieren. Dies führte immer Unterdrückung der Schwarzkörperspektrums führte.

Da der "Soft-Excess" zur Erklärung der BBXRT-Beobachtung nicht notwendig zu sein scheint, wurden Γ und N_H für den Rest der Auswertung auf den oben angegebenen besten Werte festgehalten, d.h. es wurde ein reines Potenzgesetzspektrum für das Kontinuum angenommen. Die sich

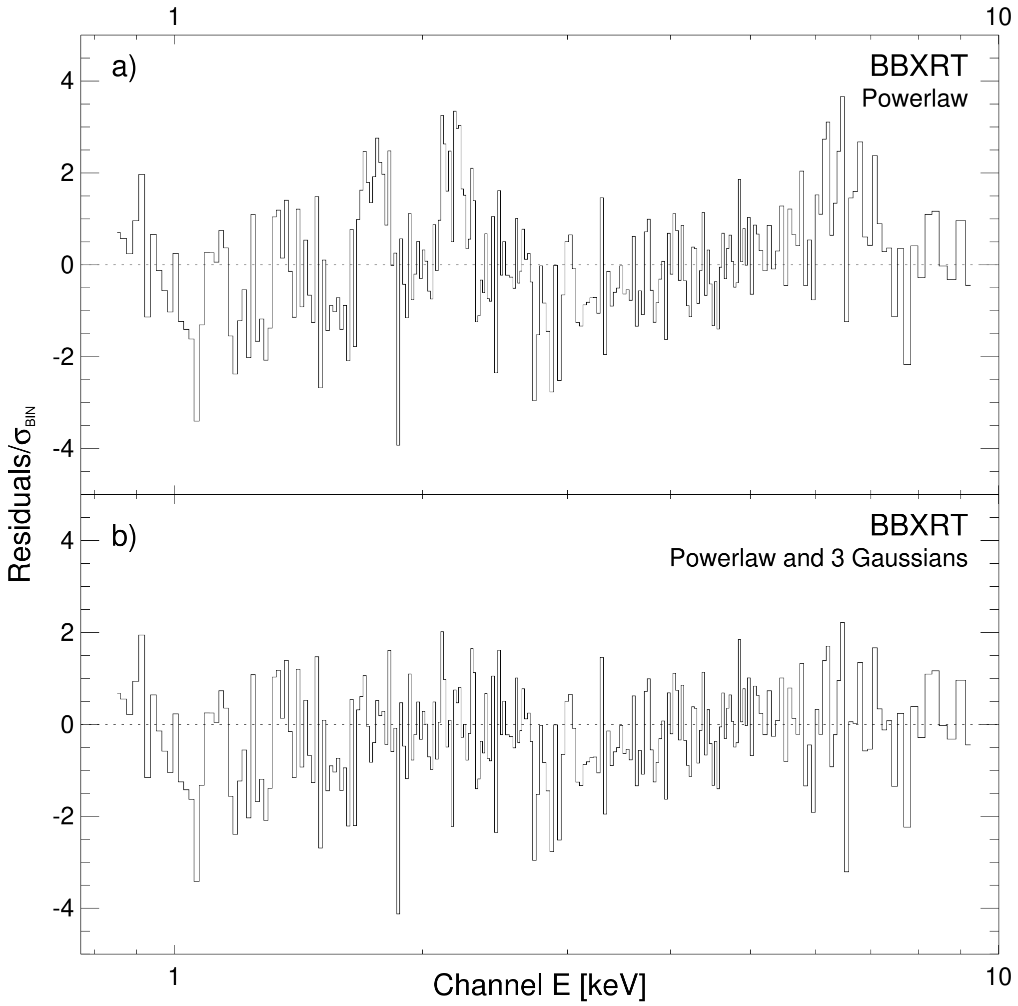

Abbildung 5.10: Residuen a): zwischen den BBXRT-Daten und einem Potenzgesetzmodell, und b): zwischen den Daten und dem Potenzgesetz mit drei zus"atzlichen Gau"s'schen Linien.

dabei ergebenden Residuen werden in Abb. 5.10a gezeigt, wo sie mit der Unsicherheit des jeweiligen PHA-Kanals normiert wurden. Diese Darstellung gibt einen guten Überblick über die Signifikanz der Abweichung zwischen den Beobachtungsdaten und dem spektralen Modell. Das $\chi^2_{\rm red}$ des absorbierten Potenzgesetzes ist 1.7.

Das Kontinuum weicht besonders bei 6.4, 2.2 und $1.75\,\mathrm{keV}$ von den Beobachtungsdaten ab. Die Struktur bei $6.4\,\mathrm{keV}$ kann dabei leicht durch die Eisen-Kα-Linie erklärt werden, die Anpassung einer Gauß'schen Linie ergibt eine Energie von $E = 6.38^{+0.15}_{-0.20}\,\mathrm{keV}$ bei einer Breite von $\sigma = 0.5 \pm 0.2\,\mathrm{keV}$. Die zwei zusätzlichen Abweichungen können ebenfalls durch Gauß'sche Linien erklärt werden, deren Parameter $E = 2.2^{+0.02}_{-0.01}$ und $\sigma = 0.03^{+0.03}_{-0.02}\,\mathrm{keV}$ sowie $E = 1.75 \pm 0.02$ und $\sigma = 0^{+0.03}_{-0.00}\,\mathrm{keV}$ sind. Die Güte der Anpassung dieser drei Linien ergibt $\chi^2_{\rm red} = 1.1$. Die Residuen sind in Abb. 5.10b gezeigt, der immer noch leicht vorhandene Trend kann durch eine leichte Abweichung zwischen dem angenommenem Potenzgesetzindex und dem besten aus den BBXRT-Daten allein gewonnenem Index erklärt werden; außer diesem Trend sind in den Residuen keine weiteren Abweichungen erkennbar. Sollten die drei Linien als tatsächliche Linien interpretiert werden, dann ist ihre Identifikation nach der Diskussion in Kapitel 2.1 und 4 durch eine Si Kα, eine S Kα und eine Fe Kα Linie gegeben, die Äquivalentbreiten von weniger als $100\,\mathrm{eV}$ im Fall der Eisenlinie, bzw. ungefähr $40\,\mathrm{eV}$ (Si) und $15\,\mathrm{eV}$ (S) haben.

Die für die Eisenlinie erhaltenen Werte stimmen mit den Ergebnissen der Analyse des BBXRT-

Teams überein (Marshall et al. 1993), insbesondere wenn die unterschiedlichen Kontinua berücksichtigt werden. Eine spektrale Anpassung mit dem von Marshall et al. angenommenen Kontinuum liefert eine noch genauere Übereinstimmung. Da zur Zeit der Datenanalyse von Marshall et al. die endgültige Responsematrix noch nicht bereitstand, konnte das BBXRT-Team die die S- und Si-Linien enthaltenen Energiebänder noch nicht untersuchen. Ob die Interpretation der Strukturen als Linien tatsächlich gesichert ist, soll in Abschnitt 5.3 untersucht werden.

5.2.2.3 Akkretionsscheibenkoronen

Wie in Kapitel 4 beschrieben wurde, haben wir mit dem nichtlinearen Monte-Carlo Code Modelle mit optischen Tiefen zwischen 0.05 und 5 und koronalen Kompaktheiten zwischen 0.025 und 250 simuliert. Um diese auf das Gesamtspektrum anzuwenden, wurden die über alle Winkel summierten Spektren benutzt, so daß alle Richtungsinformation in den von der Korona emittierten Spektren verloren gegangen sind. Dies ist dadurch begründet, daß die Intensität der von der Korona emittierten Strahlung proportional zu $1-\mu^2$ ist, wobei $\mu = \cos\theta$ und θ der Winkel zwischen der Scheibe und der Sichtlinie ist. Aufgrund dieser Intensitätsvariation wird eine wesentlich größere Rechenzeit zur Simulation guter Spektren für kleine θ benötigt. Da auch in den Gesamtspektren die statistische Unsicherheit noch relativ hoch ist, wurden die simulierten Spektren um einen Faktor 4 zusammengefaßt. Ein unerwünschter Nebeneffekt davon ist, daß alle Information über die Linienprofile verloren geht.

Um Spektren für alle Kombinationen von l_C und τ_e zu erhalten ist es notwendig, zwischen den aus den Modellrechnungen erhaltenen Spektren zu interpolieren. Dafür stehen verschiedene Methoden zur Auswahl, wobei hier aufgrund ihrer Einfachheit die lineare Interpolation verwendet wurde. Es ist jedoch nicht wirklich klar, *welche Funktion* interpoliert werden muß. In der folgenden Diskussion soll die Menge der τ_e-Werte, für die Modellspektren vorhanden sind, mit $\{\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_N\}$ bezeichnet werden und dementsprechend die Menge der l_C-Werte mit $\{l_1, l_2, \dots, l_M\}$. Hierbei sind N und M die Zahl der Gridpunkte in der jeweiligen "Richtung". Das für das Modell mit $\tau_\mathrm{e} = \tau_i$ und $l_\mathrm{C} = l_j$ bei der Energie E berechnete Gesamtspektrum ist $f_{i,j}(E)$ oder $f(\tau_i, l_j; E)$. Auf den ersten Blick erscheint es, als ob die lineare Interpolation des Flusses der natürlichste Weg ist, das interpolierte Spektrum zu erhalten. Für $\tau_\mathrm{e} = \tau$ und $l_\mathrm{C} = l$ ist dieses durch

$$f(\tau, l) = (1-t)(1-u)f_{i,j} + t(1-u)f_{i+1,j} + tuf_{i+1,j+1} + (1-t)uf_{i,j+1}$$

gegeben (Press et al. 1989, eq. 3.6.5), wobei

$$t = \frac{\tau - \tau_i}{\tau_{i+1} - \tau_i} \qquad u = \frac{l_\mathrm{C} - l_j}{l_{j+1} - l_j}$$

Spektren, die so erhalten werden, sind allerdings den ursprünglichen Spektren nicht sehr ähnlich, da besonders im exponentiellen Abbruch eine große Abweichung zwischen den interpolierten Spektren und denen für die gleichen Werte berechneten erhalten wird. Da sich die einzelnen Spektralmodelle aufgrund ihrer verschiedenen Temperaturen insbesondere im exponentiellen Abbruch unterscheiden, werden die Spektren bei niederen Energien "richtig" interpoliert, nehmen aber bei hohen Energien die Form des Spektrums mit der größten Temperatur an, da dieses als einziges einen von Null verschiedenen Fluß besitzt. Numerische Experimente ergaben, daß die Interpolation von $\log f$ zu Spektren führt, die näher an den tatsächlichen Spektren liegen, da der exponentielle Abbruch in logarithmischer Darstellung "gedämpft" wird. Aus diesem Grund wurde diese Methode in einem `XSPEC`-Unterprogramm implementiert und verwendet, das Cyg X-1 Spektrum anzupassen. Eine noch bessere Methode, die Modellspektren zu interpolieren, ist, anstelle für jede Energiebin den Fluß zu interpolieren, die Energie zur Beschreibung des Spektrums zu verwenden, bei der ein gewisser Fluß erreicht wird. Diese Methode wird in Zukunft noch näher untersucht werden.

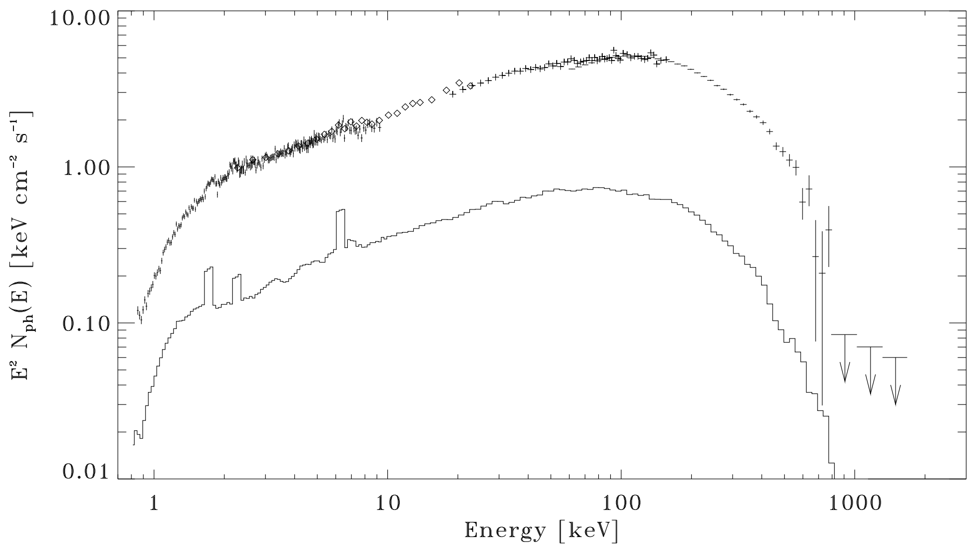

Abbildung 5.11: Akkretionsscheiben-Koronamodell, das die beste Anpassung an das Gesamtspektrum ergibt.

Selbst nach der Zusammenfassung der Energiebins ist insbesondere im exponentiellen Abbruch die statistische Unsicherheit der bei den Simulationen erhaltenen Spektren immer noch schlechter als die der Beobachtungen. Daher wird die formale Anpassung an die Beobachtungen unmöglich, da das resultierende χ^2 durch die Unsicherheit des Monte Carlo-Modells und nicht die der Beobachtung dominiert ist. Der in allen Auswerteprogrammen der Röntgenastronomie verwendete Levenberg-Marquardt-Algorithmus ist nicht stabil genug, um mit diesem Problem zurechtzukommen und auch das Zusammenfassen weiterer Energiebins hilft nicht, da hier jegliche Information über die spektrale Form verloren geht. Aus diesem Grund mußte darauf ausgewichen werden, das beobachtete Spektrum an die Monte Carlo Modelle "mit dem Auge" anzupassen. Dafür wurden Anfangswerte für l_{C} und τ_{e} ausgewählt, deren Temperatur ungefähr denen von Titarchuk (1994) entsprach und diese im so lange variiert, bis eine gute Übereinstimmung zwischen den Spektren und dem Modell im Zählratenraum bestand. Das sich daraus ergebende Spektrum wird in Abb. 5.11 dargestellt, seine Parameter sind $l_{\mathrm{C}} \approx 0.75$ und $\tau_{\mathrm{e}} = 0.18$, die gemittelte Temperatur der Korona beträgt $150\,\mathrm{keV}$. Wie in Kapitel 4 erwähnt wurde betrug die Temperatur der Akkretionsscheibe bei der Berechnung der Gridmodelle $T_{\mathrm{BB}} = 200\,\mathrm{eV}$, was etwas heißer ist als der von Bałucińska-Church et al. (1995) gemessene Wert. Da in der BBXRT-Beobachtung aber keine Anzeichen für einen "Soft Excess" vorliegen, ist dieser Unterschied mit dem vorliegenden Gesamtspektrum nicht nachzuweisen, insbesondere wenn die Absorption unterhalb von $2\,\mathrm{keV}$ berücksichtigt wird. Ein großer Unterschied besteht jedoch zwischen den vom Model vorhergesagten Spektrallinien und denen in der Beobachtung tatsächlich gefundenen. Dieser Unterschied soll im nächsten Abschnitt weiter untersucht werden.

5.3 Diskussion: Die Zukunft der Akkretionsscheibenkoronen

Die Übereinstimmung zwischen dem Akkretionsscheiben-Koronamodell und dem Gesamtspektrum kann als gut bezeichnet werden, insbesondere wenn die im vorherigen Abschnitt geschilderten grundlegenden Probleme berücksichtigt werden, die mit der Verwendung von Monte Carlo Modellen für die Datenanalyse verbunden sind. Die hier gefundenen Werte sind auch in befriedigender Übereinstimmung mit denen von Haardt et al. (1993) und Titarchuk (1994). Das zeigt, daß das gefundene Modell eine gute Beschreibung des Kontinuumsspektrums von Cygnus X-1 ist, obwohl ein feineres Modellgrid gerechnet werden muß, um die Modelparameter besser bestim-

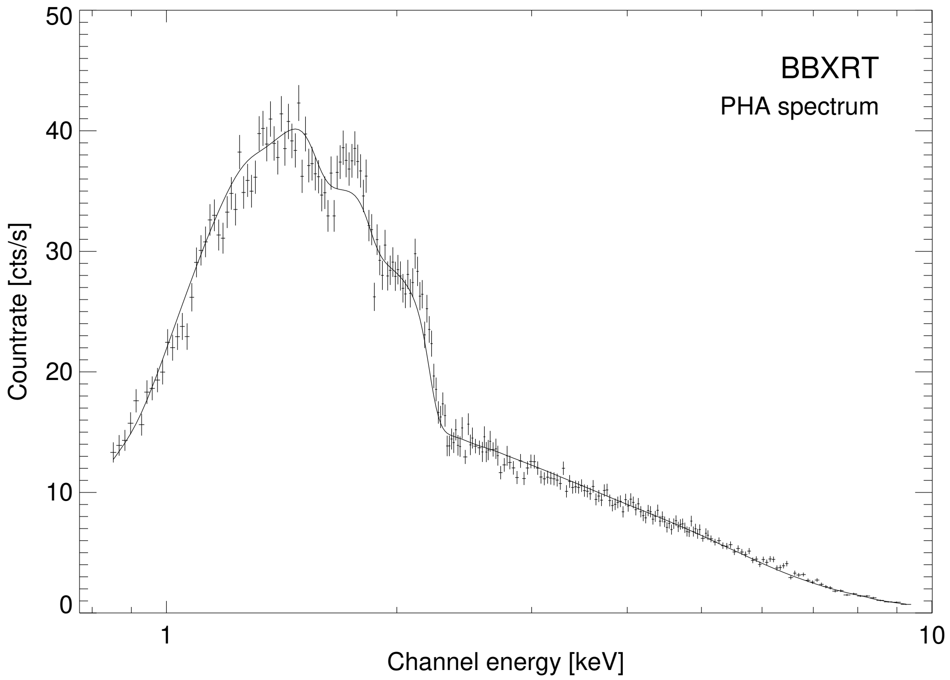

Abbildung 5.12: Das von BBXRT beobachtete Spektrum von Cygnus X-1 im Z"ahlratenraum. Die Linie bezeichnet das durch die Detektorresponsematrix gefaltete Potenzgesetzspektrum.

men zu können. Selbst unter Berücksichtigung der Probleme im niederenergetischen Spektrum kann man daher davon ausgehen, daß das Spektrum von Cygnus X-1 tatsächlich durch thermische Comptonisierung in einem heißen Elektronengas niedriger optischer Tiefe erzeugt wird und daß andere Strahlungsmechanismen wie thermische Bremsstrahlung für dieses Objekt nicht in Frage kommen.

Da die Modelle von Titarchuk (1994) und Haardt et al. (1993) keine Fluoreszenzlinien enthalten, konnten diese Autoren die eine große Abweichung zwischen dem aus dem Modell resultierenden Spektrum und den Beobachtungen nicht bemerken: Wie in Abb. 5.11 gezeigt wird ist die von dem Akkretionsscheiben-Koronamodell vorhergesagte Äquivalentbreite der Fluoreszenzlinien wesentlich größer (um mindestens einen Faktor vier) als die tatsächlich beobachtete. Bevor behauptet werden kann, daß die Comptonisierung in Cyg X-1 tatsächlich in einer Akkretionscheibenkorona stattfindet, muß diese Diskrepanz aufgeklärt werden.

Ein Grund dafür, warum die Linien unterschiedlich stark sind, könnte sein, daß die beobachteten Strukturen gar keine tatsächlichen Linien sind, sondern im Detektor entstanden sind. In Röntgendetektoren können falsche Linienstrukturen das Ergebnis leichter Abweichungen zwischen der bei der Datenanalyse angenommenen Responsematrix und der tatsächlichen Response des Detektors sein. Röntgenastronomische Detektoren werden normalerweise charakterisiert durch die effektive Fläche, die die Empfindlichkeit des Detektors für Photonen beschreibt und daher eine Funktion der Energie ist, und eine Responsematrix, die die Wahrscheinlichkeit beschreibt, daß ein Photon in einem gegebenen (PHA-)Energiekanal detektiert wird. Wegen der niedrigen Energieauflösung der Detektoren ist die Response normalerweise eine sehr glatte Funktion der Photonenenergie. In der Umgebung von Absorptionskanten des Detektormaterials kann sich die Response jedoch sehr stark ändern. Wenn die angenommene Response und die tatsächliche Response bei diesen Energien unterschiedlich sind, dann kann eine scheinbare Aufhäufung von Photonen im analysierten Spektrum die Folge sein. Aus diesem Grund ist Vorsicht geboten, wenn Linien in der Umgebung derartiger Kanten beobachtet werden. In Abbildung 5.12 wird das rohe PHA-Spektrum der Beobachtung von BBXRT dargestellt. Während die Eisenlinie sehr schwach zu sehen ist, da

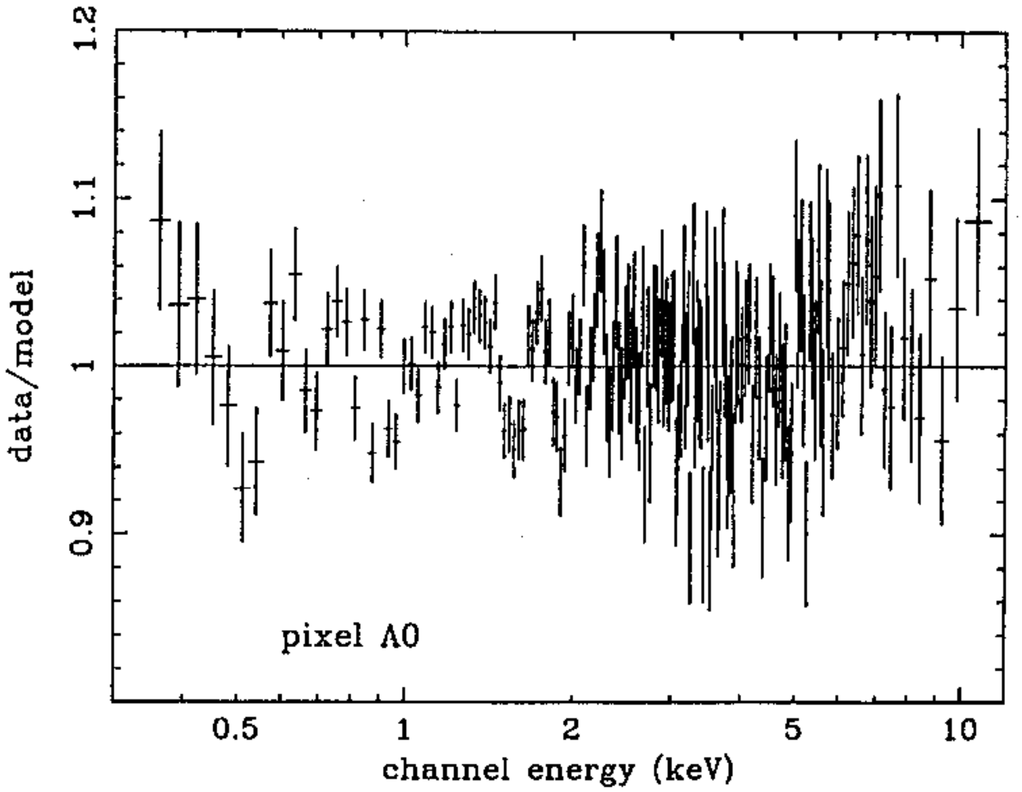

Abbildung 5.13: Das Verh"altnis der Beobachtung des Crab zu einem Modellspektrum illustriert die Ungenauigkeiten in der Kalibration des BBXRT A0-Detektors (Weaver (1993)).

die effektive Fläche des Detektors und der gemessene Fluß bei diesen Energien sehr klein ist, sind die zwei niederenergetischen Linienstrukturen im PHA-Spektrum sehr klar zu sehen. Sie liegen beide nahe von Sprüngen der Responsematrix, die im gefalteten Potenzgesetzspektrum klar zu sehen sind. Diese Änderungen können auf die M-Kante des in den Teleskopspiegeln verwendeten Goldes und auf Kanten des im Detektor verwendeten Siliziums zurückgeführt werden (Weaver 1993). Die hier bei der Auswertung verwendete Responsematrix ist die neueste vom HEASARC zur Verfügung gestellte Matrix (Weaver et al. 1995). Wie es in der Röntgenastronomie üblich ist, wird die genaue Responsematrix erst während oder nach dem Flug eines Instruments durch Kalibration an gut bekannten Objekten wie z.B. dem Krebsnebel erstellt. In Abb. 5.13 wird das Verhältnis zwischen einem spektralen Modell und der BBXRT-Beobachtung des Crab gezeigt um die Unsicherheiten der Responsematrix illustrieren. Weaver et al. (1995) gehen davon aus, daß diese Unsicherheit nicht mehr als 5 bis 10% beträgt, was deutlich weniger als der hier gefundene Exzeß ist und darauf hinweist, daß tatsächlich auf Photonen der Schwefel und Silizium Kα-Linien beobachtet wurden. Selbst wenn die Unsicherheit mehr als 10% betragen sollte, würden die Probleme für die Akkretionsscheibenkoronen noch größer werden, da durch ein Schwächerwerden der Linien die Abweichung zum Modell noch größer wäre. Leider sind unabhängige Beobachtungen dieses Energiebereichs mit ASCA, der eine bessere Energieauflösung hat, von den gleichen Responseproblemen betroffen. Die Quelle ist auch zu hell für diesen Satelliten, so daß das mit ASCA beobachtete Bild gesättigt ist. Dieses Problem wurde von Ebisawa et al. (1996) sehr detailliert studiert, ist aber noch nicht ausreichend gut verstanden als daß eine Untersuchung des niederenergetischen Spektrums auf Linien schon jetzt möglich wäre (Ebisawa, 1996, priv. comm.).

Die zweite Diskrepanz zwischen dem Koronamodell und dem Gesamtspektrum ist darauf zurückzuführen, daß in dem hier verwendeten Gesamtspektrum die in Abschnitt 5.1.3.2 geschilderten Ballon- und COMPTEL-Beobachtungen des Gamma-Spektrums ignoriert wurden. Sollten diese Beobachtungen richtig sein, dann wäre das in dieser Arbeit verwendete einfache Bild eines

Ein- oder Mehr-Temperatur-Comptonisierungsspektrums nicht richtig, da es mit diesen Modellen kaum möglich ist, den beobachteten spektralen Knick zwischen OSSE und COMPTEL und die Strahlung bei MeV-Energien zu erzeugen. Dies ist nur mit einer z.B. durch Fermi-Beschleunigung erzeugten nichtthermischen Elektronenpopulation möglich (siehe Longair 1994), bei der Photonen auch noch effizient zu MeV-Energien gestreut werden können. Das Spektrum unterhalb $1\,\mathrm{MeV}$ ist von einem solchen Prozeß nicht betroffen, so daß die Erklärung diesen Teils des Spektrums durch Comptonisierung immer noch bestand haben würde. Ob der MeV-Schwanz tatsächlich existiert steht jedoch auf einem anderen Blatt, da bis jetzt noch keine unanzweifelbare Evidenz für diesen Hochenergieexzeß existiert.

Das hochenergetische Teil des Spektrums von Cygnus X-1 kann also im Gegensatz zum niederenergetischen Teil gut durch thermische Comptonisierung erklärt werden. Dies ist sicherlich ein Erfolg für die thermischen Comptonisierungsmodelle, zeigt jedoch auch, daß es sehr gefährlich ist, Daten aus nur einem Teil des Röntgenspektrums zur Modellierung der Strahlungsprozesse bei einem Objekt zu verwenden, da die schwachen Linien die hier verwendete Akkretionsscheibenkorona mit großer Sicherheit ausschließen. Es müssen daher Wege gefunden werden, wie ein thermisches Comptonisierungsspektrum mit schwächeren Linien erhalten werden kann:

- Alle hier verwendeten Spektren wurden unter der Voraussetzung berechnet, daß die Elementhäufigkeiten in Cyg X-1 solar sind. Daß dies nicht unbedingt der Fall sein muß, zeigen die beschriebenen Beobachtungen einer starken Eisen-K-Kante während der Dips, die auf eine Eisen*über*häufigkeit hinweisen (Kitamoto et al. 1984). Von der zusätzlich gefundenen schwachen Eisenlinie würde man jedoch eher auf eine Eisen*unter*häufigkeit schließen. Da die akkretierende Materie durch den Sternwind von HDE 226868 zustandekommt, könnte eine Messung der Elementhäufigkeiten in der Photosphäre von HDE 226868 dazu verwendet werden, die dazu identische Elementhäufigkeit im akkretierenden Gas zu erschließen, um die lange umstrittene Frage der Elementhäufigkeiten zu klären. Diese Aufgabe ist jedoch im Fall der O-Stern-Atmosphäre sehr schwierig.
- Das weiche Spektrum könnte auch an einem anderen Ort entstehen als das harte Röntgenspektrum, was man durch die Suche nach Korrelationen zwischen den Linienstärken und dem Hochenergiefluß innerhalb und außerhalb den Dips klären könnte. Die momentan verfügbaren Beobachtungen sind jedoch nicht gut genug für eine derartige Analyse, die Eisenlinie scheint im Gegensatz zur Eisenkante allerdings nicht mit den Dips zu korrelieren (Ebisawa et al. 1996).
- Die Akkretionsscheibe könnte ionisiert sein, wie das im Modell von Done et al. (1992) auch vermutet wird. Diese Modellspektren waren allerdings unter der Annahme berechnet worden, daß sich die Scheibe im lokalen thermodynamischen Gleichgewicht befindet, was in Akkretionsscheiben sicherlich nicht der Fall ist. Zukünftige Modelle für das Niederenergiespektrum sollten eine realistischere Beschreibung des Akkretionsscheibenspektrums beinhalten (siehe z.B. Matt, Fabian & Ross 1993b und die dort zitierte Literatur). Dabei sollte beachtet werden, daß die Eisenlinie nicht nur schwach ist, sondern auch ein sehr schmales Profil hat (siehe oben und Ebisawa et al. 1996).
- Die wahrscheinlichste Ursache für die Probleme im Niederenergiespektrum ist, daß die hier angenommene Koronageometrie falsch ist, da die Linienstärken sehr stark von dem Anteil reprozessierter Strahlung im Spektrum abhängen. Wie im letzten Kapitel angesprochen wurde gibt es Zweifel, ob die hier verwendete einfache Akkretionsscheibengeometrie wirklich stabil ist. Sollten das heiße und das kalte Medium räumlich getrennt sein, dann wäre es möglich, daß ein wesentlich geringerer Anteil der hochenergetischen Strahlung innerhalb der kalten Materie reprozessiert wird. In den letzten Jahren haben verschiedene Autoren darauf hingewiesen, daß eine spezieller Art von Akkretionsscheibe, die advektionsdominierten Scheiben, um galaktische Schwarzlochkandidaten möglich ist (Chakrabarti & Titarchuk 1995; Narayan & Yi 1995). Advektionsdominierte Akkretionsscheiben sind der zweite stabile Akkretionsscheibentyp (eine Einführung in die Theorie dieser Scheiben gibt

Narayan 1996), hier ist die optische Tiefe des akkretierenden Gases nahe am Schwarzen Loch so groß, daß die Zeitskala für Diffusion der Strahlung aus dem Gas heraus wesentlich größer ist als die viskose Zeitskala, die das Gas benötigt, in das Schwarze Loch zu fallen. Daher kann sich das Gas nicht abkühlen und transportiert den größten Teil seiner Energie in das Schwarze Loch (Begelman 1978). Dabei formt sich nahe des Schwarzen Lochs eine große und sehr heiße (10^{10} K) Gaswolke, die weiter außen von einer normalen dünnen α-Scheibe abgelöst wird. In diesem Bild wird die Eisenlinie durch Strahlungsreprozessierung in der α-Scheibe erzeugt, während das harte Röntgenkontinuum nahe des Schwarzen Loches entsteht. Neue Monte Carlo-Simulationen von Skibo & Dermer (1995) zeigen, daß diese Geometrie denen unserer Modelle sehr ähnliche Kontinuumsspektren erzeugen kann, unsere eigenen vorläufigen Berechnungen stimmen damit überein und zeigen zusätzlich, daß die in dieser Geometrie erzeugten Linienstärken tatsächlich wesentlich kleiner sind, als die im Koronamodell erzeugten.

Zusammenfassend gesagt ist es also notwendig, das optische Spektrum von HDE 226868 noch genauer zu studieren, um die Elementhäufigkeit im System besser zu bestimmen. Die hier dargestellten Ergebnisse schließen die Existenz einer einfachen Korona in Cyg X-1 aus, da die selbstkonsistent berechneten Linienenergien um einen Faktor vier zu stark sind, favorisieren aber eindeutig die Interpretation des Röntgenspektrums als ein Comptonisierungsspektrum. Dies könnte durch eine andere Akkretionsgeometrie gelöst werden, bei der eine sehr kleine Scheibe für die im niederenergetischen Spektrum beobachteten Strukturen verantwortlich ist und eine große heiße Wolke das Comptonisierungsspektrum erzeugt.

Kapitel 6

Zusammenfassung und Ausblick

6.1 Zusammenfassung

Die Röntgenspektren der galaktischen Schwarzen Löcher lassen sich durch Comptonisierungsspektren erklären, die in einem Elektronengas relativistischer Temperatur erzeugt werden. Comptonisierungsspektren können mit verschiedenen analytischen Näherungen beschrieben werden, von denen die von Sunyaev & Titarchuk (1980) angegebene die am häufigsten benutzte ist. Es zeigt sich jedoch, daß die aus den Beobachtungen gewonnenen Parameter alle außerhalb des Gültigkeitsbereichs der Sunyaev & Titarchuk (1980)-Theorie liegen und daher mit ihnen keine Aussagen über die Physik der Quelle gemacht werden können. Eine neuere Comptonisierungstheorie kann hier Abhilfe schaffen (Titarchuk 1994). Die unter Verwendung dieser Theorie aus Beobachtungen von galaktischen Schwarzlochkandidaten erhaltenen Werte für die optische Tiefe und die Temperatur des Elektronengases zeigen, daß das comptonisierende Gas eine geringe optische Tiefe ($\tau_{\mathrm{e}} < 0.5$) und relativistische Temperaturen ($kT_{\mathrm{e}} > 100\,\mathrm{keV}$) besitzt. Eine Geometrie, bei der ein derartiges Gas wahrscheinlich ist, sind Akkretionsscheibenkoronen, deren analytische Behandlung bisher allerdings unmöglich ist. Daher wurden der Temperaturverlauf und das Strahlungsfeld der Koronen mit Hilfe eines selbstkonsistenten nichtlinearen Monte Carlo-Codes für einen großen Parameterbereich simuliert. Wichtigstes Ergebnis dieser Simulation ist die Angabe einer Beziehung zwischen optischer Tiefe und Temperatur der Koronen, die im Gegensatz zu vorherigen Arbeiten ohne zusätzliche Annahmen aus dem Modell gewonnen werden konnte (Abb. 4.11, S. 72), und die Angabe der Äquivalentbreiten von Fluoreszenzlinien, die von dem Modell vorhergesagt werden (Abb. 4.12, S. 73). Dabei stellt sich heraus, daß die Eisen Kα-Linie ohne einschneidende Veränderungen in der Geometrie nur Äquivalentbreiten oberhalb von $150\,\mathrm{eV}$ besitzen kann. Um die Koronamodelle auf Beobachtungen anzuwenden wurde ein Breitbandspektrum des galaktischen Schwarzen Loches Cygnus X-1 erstellt (Abb. 5.9, S. 93). Die sich aus der Anpassung der Modellspektren an das Breitbandspektrum ergebenden Parameter stimmen mit denen aus der Anpassung von Comptonisierungsspektren überein. Daher ist zu vermuten, daß das hochenergetische Röntgenspektrum von Cygnus X-1 tatsächlich durch thermische Comptonisierung erzeugt wird. Die vom Modell vorhergesagten Äquivalentbreiten der drei hellsten Fluoreszenzlinien sind allerdings um einen Faktor vier größer als die in den Beobachtungen tatsächlich detektierten. Zwei dieser drei Linien werden in dieser Arbeit zum ersten Mal beschrieben, wobei es sich allerdings auch um Fehler in der Responsematrix des verwendeten Instruments handeln könnte. Daß alle beobachteten Linien zu schwach sind, kann vermutlich darauf zurückgeführt werden, daß die angenommene Geometrie für das System Korona–Scheibe zu einfach ist und durch eine Geometrie, bei der das Elektronengas und das reprozessierende Medium physikalisch getrennt sind, ersetzt werden sollte.

6.2 Ausblick

Viele der galaktischen und extragalaktischen Schwarzlochkandidaten zeigen erratische und quasiperiodische Intensitätsschwankungen auf sehr kurzen Zeitskalen (Sekunden), die eventuell auf Oszillationen des comptonisierenden Mediums zurückgeführt werden könnten (Grebenev et al. 1993; Borkus et al. 1995). Dieses Verhalten der Quellen ist hier bewußt nicht angesprochen worden, um den Rahmen dieser Arbeit nicht zu sprengen. Es gibt Anzeichen in den Beobachtungen, daß es dabei eine Zeitverzögerung zwischen dem harten und dem weichen Spektrum gibt, die durch Comptonisierung erklärt werden könnte: Hochenergetische Photonen müssen häufiger als niederenergetische Photonen gestreut werden, um ihre Energie zu erreichen (Payne 1980; Stollman et al. 1987), obwohl noch nicht geklärt ist, ob Comptonisierungsmodelle die beobachteten Verzögerungen tatsächlich erklären können (Miyamoto & Kitamoto 1989). In Zusammenarbeit mit Mike Nowak vom JILA werden wir für Cygnus X-1 RXTE-Beobachtungen hoher zeitlicher und spektraler Auflösung erhalten, die mit dem Zeitverhalten der in dieser Arbeit gezeigten Modelle verglichen werden sollen. Zur Berechnung des Zeitverhaltens der Modelle und auch sphärischer Quellen wird dabei eine Modifikation des linearen Monte Carlo-Programms verwendet werden. Zur Komplementierung dieser neuen Beobachtungen sollen im Rahmen der Diplomarbeit von Katja Pottschmidt Archivdaten von Cyg X-1 mit Hilfe der von Michael König entwickelten Verfahren auf ihre Variabilität untersucht werden.

Zusätzlich zu den Beobachtungen von Cyg X-1 haben wir in Zusammenarbeit mit Aldo Treves, SISSA, Triest, Beobachtungszeit während des A01-Core-Programms des italienischen Satelliten SAX erhalten, die zur Beobachtung der Röntgenspektren zweier weiterer Schwarzlochkandidaten, LMC X-1 und LMC X-3, genutzt werden wird.

In Zusammenarbeit mit Jim Dove, JILA, wird während eines vom DAAD finanzierten Aufenthaltes in Boulder im Sommer 1996 der nichtlineare Monte Carlo-Code auf die verschiedenen in Kapitel 5 erwähnten Geometrien erweitert werden. Dabei soll insbesondere auf Modelle eingegangen werden, die schwächere Fluoreszenzlinien vorhersagen. Erste Simulationen haben bereits gezeigt, daß Äquivalentbreiten von der Größenordnung der in Cyg X-1 beobachteten mit anderen Geometrien erhalten werden können. Zusätzlich zu diesen neuen Simulationen sollen die bisherigen Modelle wesentlich ausführlicher als dies hier geschehen konnte ausgewertet werden. Diese Analyse wird sich insbesondere auf die Winkelabhängigkeit der Spektren, auf einen genauen Vergleich der Spektren mit Zwei-Temperatur ST80- und Titarchuk (1994)-Modellen, und auf eine weitere Analyse des Verhaltens der Emissionslinien (Dove, Begelman, Wilms, 1996, AAS-HEAD meeting, San Diego) beziehen. Die bis jetzt gerechneten Modelle werden durch weitere verfeinert werden, um statistisch signifikante tatsächliche Fits durchführen zu können. Dieses verfeinerte Modellgrid soll öffentlich als Unterprogramm für XSPEC zur Verfügung gestellt werden, wobei bessere Interpolationsverfahren als die hier benutzten verwendet werden.

Zusätzlich zu diesen astronomischen Tätigkeiten soll versucht werden, die in den Tabellen B.2–B.6 zusammengestellten Kanten- und Linieninformation durch neuere experimentelle Daten zu erweitern und zu verbessern, damit eine ausreichend genaue Zusammenstellung dieser Daten mit den Starts der in Zukunft zu erwartenden Röntgenmissionen mit guter Energieauflösung ABRIXAS, XMM, usw. zur Verfügung steht.

Literaturverzeichnis

Aab, O. É., 1983, Sov. Astron. Lett., 9, 315 (orig.: Pis'ma Astron. Zh., 9, 606, 1983)

Aab, O. É., Bychkova, L. V., Kopylov, I. M., Kumaĭgorodskaya, R. N., 1984, Sov. Astron., 28, 90 (orig.: Astron. Zh., 61, 152, 1984)

Aab, O. É., Bychkova, L. V., Kopylov, I. M., et al., 1981, Sov. Astron. Lett., 7, 230 (orig.: Pis'ma Astron. Zh., 7, 417, 1981)

Abramowitz, M., Stegun, I. A., 1964, Handbook of Mathematical Functions, Washington: U.S. Government Printing Office, (9th reprint, Mineola: Dover, 1972)

Acton, F. S., 1990, Numerical Methods that Work, Washington: Mathematical Association of America, 2nd (updated and revised) edition, (1st edition: New York: Harper & Row, 1970)

Allen, C. W., 1973, Astrophysical Quantities, London: Athlone Press, 3rd edition, (reprinted with corrections 1976)

Anders, E., Ebihara, M., 1982, Geochim. Cosmochim. Acta, 46, 2363

Arnaud, K. A., George, I. M., Tennant, A. F., 1992, Legacy, 65

Baade, W., Zwicky, F., 1934, Phys. Rep., 45, 138

Balbus, S. A., Hawley, J. F., 1991, Astrophys. J., 376, 214

Balog, N. I., Goncharskiĭ, A. V., Cherepashchuk, A. M., 1981, Sov. Astron. Lett., 7, 336 (orig.: Pis'ma Astron. Zh., 7, 605, 1981)

Bałucińska, M., Hasinger, G., 1991, Astron. Astrophys., 241, 439

Bałucińska-Church, M., Belloni, T., Church, M. J., Hasinger, G., 1995, Astron. Astrophys., 302, L5

Bambynek, W., Crasemann, B., Fink, R. W., et al., 1972, Rev. Mod. Phys., 44, 716

Band, I. M., Trzhaskovskaya, M. B., Verner, D. A., Yakovlev, D. G., 1990, Astron. Astrophys., 237, 267

Barr, P., van der Woerd, H., 1990, Astrophys. J., 352, L41

Barr, P., White, N. E., Page, C. G., 1985, Mon. Not. R. Astron. Soc., 216, 65p

Basko, M. M., 1978, Astrophys. J., 223, 268

Basko, M. M., 1980, Astron. Astrophys., 87, 330

Bassani, L., Dean, A. J., Di Cocco, G., et al., 1989, Astrophys. J., 343, 313

Bearden, J. A., 1967, Rev. Mod. Phys., 39, 78

Begelman, M. C., 1978, Mon. Not. R. Astron. Soc., 184, 53

Bergström, I., Nordling, C., 1965, in K. Siegbahn (ed.), Alpha-, Beta-, and Gamma-Ray Spectroscopy, Vol. 2, Amsterdam: North-Holland, 1523

Biémont, E., Baudoux, M., Kurucz, R. L., et al., 1991, Astron. Astrophys., 249, 539

Bisnovatyi-Kogan, G. S., Blinnikov, S. I., 1977, Astron. Astrophys., 59, 111

Bochkarëv, N. G., Karitskaya, E. A., Luskutov, V. M., Sokolov, V. V., 1986, Sov. Astron., 30, 43 (orig.: Astron. Zh., 63, 71, 1986)

Borkus, V. V., Kaniovsky, A. S., Efremov, V. V., et al., 1995, Astron. Lett., 21, 794 (orig.: Pis'ma Astron. Zh., 21, 883, 1995)

Bowyer, S., Byram, E. T., Chubb, T. A., Friedman, H., 1965, Science, 147, 394

Bregman, J., Butler, D., Kemper, E., et al., 1973, Astrophys. J., 185, L117

Brinkman, A. C., Dam, J., Mels, W. A., et al., 1983, in G. C. Perola, M. Salvati (eds.), Non-Thermal and Very High Temperature Phenomena in X-Ray Astronomy, Roma: Istituto Astronomico, Università "La Sapienza", 263

Burm, H., 1986, Astron. Astrophys., 165, 120

Cameron, A. G. W., 1974, Space Sci. Rev., 15, 121, (typo on p. 121 [1970 instead of 1974])

Chakrabarti, S. K., Titarchuk, L. G., 1995, Astrophys. J., 455, 623

Chandrasekhar, S., 1931, Astrophys. J., 74, 81

Collin-Souffrin, S., 1994, in W. J. Duschl et al. (eds.), Theory of Accretion Disks — 2, Dordrecht: Kluwer, 195

Compton, A. H., 1923, Phys. Rev., 207A

Cooper, J. W., 1964, Phys. Rev. Lett., 13, 762

Coppi, P. S., 1992, Mon. Not. R. Astron. Soc., 258, 657

Daltabuit, E., Cox, D. P., 1972, Astrophys. J., 177, 855

de Kool, M., Meurs, E., 1994, Astron. Astrophys., 281, L65

Deák, I., 1990, Random Number Generators and Simulation, Mathematical Methods of Operations Research, 4, Budapest: Akadémiai Kiadó (transl. of Véletlenszám generátorok és alkalmazásuk, Budapest: Akadémiai Kiadó, 1990)

Debye, P., 1923, Phys. Z., 24, 161

Döbereiner, S., Englhauser, J., Pietsch, W., et al., 1995, Astron. Astrophys., 302, 115

Döbereiner, S., Maisack, M., Englhauser, J., et al., 1994, Astron. Astrophys., 287, 105

Dolan, J. F., 1992, Astrophys. J., 384, 249

Dolan, J. F., Crannell, C. J., Dennis, B. R., et al., 1979, Astrophys. J., 230, 551

Done, C., Mulchaey, J. S., Mushotzky, R. F., Arnaud, K. A., 1992, Astrophys. J., 395, 275

Dörrer, T., 1995, Dissertation, Universität Tübingen, Tübingen

Eardley, D. M., Lightman, A. P., Shakura, N. I., et al., 1978, Comments Astrophys., 7, 151

Ebisawa, K., Ueda, Y., Inoue, H., et al., 1996, Astrophys. J., submitted

Eddington, A. S., 1917, Mon. Not. R. Astron. Soc., 77, 314, author signs as A.S.E.

Evans, R. D., 1958, in S. Flügge (ed.), Korpuskeln und Strahlung in Materie, Vol. II, Handbuch der Physik, XXXIV, Berlin, Göttingen: Springer, 218

Fabian, A. C., 1994, Astrophys. J., Suppl. Ser., 92, 555

Fabian, A. C., Rees, M. J., Stella, L., White, N., 1989, Mon. Not. R. Astron. Soc., 238, 729

Falcke, H., Biermann, P. L., 1996, Astron. Astrophys., submitted

Fireman, E. L., 1974, Astrophys. J., 187, 57

Frank, J., King, A., Raine, D., 1992, Accretion Power in Astrophysics, Cambridge: Cambridge Univ. Press, 2nd edition

Friedrich, H., 1991, Theoretical Atomic Physics, Berlin, Heidelberg: Springer

Galeev, A. A., Rosner, R., Vaiana, G. S., 1979, Astrophys. J., 229, 318

George, I. M., Arnaud, K. A., Pence, B., Ruamsuwan, L., 1992, Legacy, 51

George, I. M., Fabian, A. C., 1991, Mon. Not. R. Astron. Soc., 249

George, I. M., Nandra, K., Fabian, A. C., 1990, Mon. Not. R. Astron. Soc., 242

Gies, D. R., Bolton, C. T., 1982, Astrophys. J., 260, 240

Gies, D. R., Bolton, C. T., 1986, Astrophys. J., 304, 304

Górecki, A., Wilczewski, W., 1984, Acta Astron., 34, 141

Gorshkov, V. G., Mikhaĭlov, A. I., Sherman, S. G., 1973, Sov. Phys. – JETP, 37, 572 (orig.: Zh. Ehksp. Teor. Fiz., 64, 1128, 1973)

Grebenev, S., Sunyaev, R., Pavlinsky, M., et al., 1993, Astron. Astrophys. Suppl. Ser., 97, 281

Grevesse, N., Anders, E., 1989, in C. Waddington (ed.), Cosmic abundances of matter, AIP Conf. Proc., 183, New York: American Inst. Physics, 1

Gribbin, J., Rees, M., 1990, The Stuff of the Universe, London: Heinemann, (reprint: London: Penguin, 1995)

Guilbert, P. W., Fabian, A. C., Rees, M. J., 1983, Mon. Not. R. Astron. Soc., 205, 593

Haardt, F., Done, C., Matt, G., Fabian, A. C., 1993, Astrophys. J., 411, L95

Haardt, F., Maraschi, L., 1991, Astrophys. J., 380, L51

Haardt, F., Maraschi, L., 1993, Astrophys. J., 413, 507

Haardt, F., Maraschi, L., Ghisellini, G., 1994, Astrophys. J., 432, L95

Hawking, S. W., Ellis, G. F. R., 1973, The Large Scale Structure of Space-Time, Cambridge: Cambridge Univ. Press

Hawley, J. F., Balbus, S. A., 1991, Astrophys. J., 376, 223

Hawley, J. F., Gammie, C. F., Balbus, S. A., 1994, in G. V. Bicknell, M. A. Dopita, P. J. Quinn (eds.), The First Stromlo Symposium: The Physics of Active Galaxies, ASP Conf. Series, 54, San Francisco: Astron. Soc. of the Pacific, 53

Herrero, A., Kudritzki, R. P., Gabler, R., et al., 1995, Astron. Astrophys., 297, 556

Herrero, A., Kudritzki, R. P., Vilchez, J. M., et al., 1992, Astron. Astrophys., 261, 209

Hertzsprung, E., 1917, Astrophys. J., 45, 285

Hjellming, R. M., 1973, Astrophys. J., 182, L29

Holweger, H., Bard, A., Kock, A., Kock, M., 1991, Astron. Astrophys., 249, 545

House, L. L., 1969, Astrophys. J., Suppl. Ser., 18, 21

Hua, X.-M., Lingenfelter, R. E., 1992, Astrophys. J., 397, 591

Hua, X.-M., Titarchuk, L., 1995, Astrophys. J., 449, 188

Hutchings, J. B., 1978, Astrophys. J., 226, 264

in't Zand, J. J. M., Pan, H. C., Bleeker, J. A. M., et al., 1993, Astron. Astrophys., 266, 283

Ionson, J. A., Kuperus, M., 1984, Astrophys. J., 284, 389

Jacobs, V. L., Rozsnyai, B. F., 1986, Phys. Rev. A, 34, 216

Johnson, W. N., Kinzer, R. L., d. Kurfess, J., et al., 1993, Astrophys. J., Suppl. Ser., 86, 693

Jourdain, E., Roques, J. P., 1995, Astrophys. J., 440, 128

Kaastra, J. S., Mewe, R., 1993, Astron. Astrophys. Suppl. Ser., 97, 443

Karzas, W. J., Latter, R., 1961, Astrophys. J., Suppl. Ser., 6, 167

Kitamoto, S., Miyamoto, S., Tanaka, Y., et al., 1984, Publ. Astron. Soc. Jpn., 36, 731

Kitamoto, S., Takahashi, K., Yamashita, K., et al., 1990, Publ. Astron. Soc. Jpn., 42, 85

Klein, O., Nishina, Y., 1929, Z. Physik, 52, 853

Knuth, D. E., 1969, Seminumerical Algorithms, The Art of Computer Programming, 2, Addison-Wesley

Kramers, H. A., 1923, Phil. Mag., 46, 836

Kurfess, J. D., 1995, Adv. Space Res., 15, 103

Landau, L. D., 1932, Phys. Z. Sovietunion, 1, 285

Landau, L. D., Lifschitz, E. M., 1987, Statistische Physik, Teil 1, Lehrbuch der Theoretischen Physik, 5, Berlin: Akademie, 7. german edition (transl. of Статистическая Физика, часть I, Москва: Наука, 1976)

Laplace, P. S., 1796, Le Système du Monde, Vol. II. Des Mouvements Réels des Corps Célestes, Paris

Laplace, P. S., 1799, in Allgemeine Geographische Ephemeriden, Vol. 4(1), Weimar, (engl. trans. in Hawking & Ellis 1973)

Liang, E. P., Nolan, P. L., 1984, Space Sci. Rev., 38, 353

Liang, E. P., Price, R. H., 1977, Astrophys. J., 218, 247

Lightman, A. P., White, T. R., 1988, Astrophys. J., 335, 57

Ling, J. C., Mahoney, W. A., Wheaton, W. A., Jacobsen, A. S., 1987, Astrophys. J., 321, L117

Ling, J. C., Mahoney, W. A., Wheaton, W. A., et al., 1983, Astrophys. J., 275, 307

Lingenfelter, R. E., Hua, X.-M., 1991, Astrophys. J., 381, 426

Longair, M. S., 1992, High Energy Astrophysics, Vol. 1, Cambridge: Cambridge Univ. Press, 2nd edition

Longair, M. S., 1994, High Energy Astrophysics, Vol. 2, Cambridge: Cambridge Univ. Press, 2nd edition

Lotz, W., 1967, J. Opt. Soc. Am. A, 57, 873

Lotz, W., 1968, J. Opt. Soc. Am. A, 58, 915

Lutz, J. H., Lutz, T. E., 1972, Astron. J., 77, 376

Magdziarz, P., Zdziarski, A. A., 1995, Mon. Not. R. Astron. Soc., 273, 837

Maisack, M., Johnson, W. N., Kinzer, R. L., et al., 1993, Astrophys. J., 407, L61

Maisack, M., Yaqoob, T., 1991, Astron. Astrophys., 249, 25

Marchuk, G. I., Mikhailov, G. A., Nazaraliev, M. A., et al., 1980, The Monte Carlo Methods in Atmospheric Optics, Springer Series in Optical Sciences, 12, Berlin: Springer (transl. of Метод Монте-Карло в Атмосферноы Оптике, Новосибирск: Наука, 1974)

Margon, B., Bowyer, S., Stone, R. P. S., 1973, Astrophys. J., 185, L113

Marshall, F., Mushotzky, R., Petre, R., Serlemitsos, P., 1993, Astrophys. J., 419, 301

Mason, K. O., Hawkins, F. J., Sanford, P. W., et al., 1974, Astrophys. J., 192, L65

Mastichiadis, A., Kirk, J. G., 1995, Astron. Astrophys., 295, 613

Mathis, J. S., Rumpl, W., Nordsieck, K. H., 1977, Astrophys. J., 217, 425

Matsuoka, M., Piro, L., Yamauchi, M., Murakami, T., 1990, Astrophys. J., 361, 440

Matt, G., 1994, Mon. Not. R. Astron. Soc., 267

Matt, G., Fabian, A. C., Ross, R. R., 1993a, Mon. Not. R. Astron. Soc., 262, 179

Matt, G., Fabian, A. C., Ross, R. R., 1993b, Mon. Not. R. Astron. Soc., 264, 839

Matt, G., Perola, G. C., Piro, L., 1991, Astron. Astrophys., 247, 25

Matt, G., Perola, G. C., Piro, L., Stella, L., 1992, Astron. Astrophys., 257, 63 (erratum: Astron. Astrophys., 263, 453, 1992)

Mauder, H., 1973, Astron. Astrophys., 28, 473

McClintock, J., 1996, X-Ray Transients Mass Function, talk given at the Aspen Winter Conference on Transient Black Hole Candidates, Aspen, 21.–27. January

McConnell, M., et al., 1996, A Pulsar in the field of Cygnus X-1, in preparation

McConnell, M., Forrest, D., Ryan, J., et al., 1994, Astrophys. J., 424, 933

McConnell, M. L., Forrest, D. J., Owens, A., et al., 1989, Astrophys. J., 343, 317

McGuire, E. J., 1972, Phys. Rev. A, 5, 1052

Mészáros, P., 1974, Astron. Astrophys., 35, 171

Michell, J., 1784, Philosophical Transactions of the Royal Society of London, 74, 35, (presented 27 November 1783)

Miyamoto, S., Kitamoto, S., 1989, Nature, 342, 773

Moore, C. E., 1971, Atomic Energy Levels, Vol. II (^{24}Cr to ^{41}Nb), Nat. Stand. Ref. Data. Ser., Nat. Bur. Stand., 35/V, Washington, D.C.: Superintendent of Documents, (corrected reprint of NBS Circ. 467, Vol. II)

Morita, S., Fujita, J., 1983, J. Phys. Soc. Jpn., 52, 1957

Morrison, R., McCammon, D., 1983, Astrophys. J., 270, 119

Müller, G., 1916, Astron. Nachr., 202, 383

Mushotzky, R. F., Holt, S. S., Serlemitsos, P. J., 1978, Astrophys. J., 225, L115

Nandra, K., George, I. M., 1994, Mon. Not. R. Astron. Soc., 267, 974

Nandra, K., Pounds, K. A., Steward, G. C., et al., 1989, Mon. Not. R. Astron. Soc., 236, 39

Nandra, K., Pounds, K. A., Steward, G. C., et al., 1991, Mon. Not. R. Astron. Soc., 248, 760

Narayan, R., 1996, in J. Bahcall, J. P. Ostriker (eds.), Some Unsolved Problems in Astrophysics, Princeton: Princeton University Press

Narayan, R., Yi, I., 1995, Astrophys. J., submitted

Ninkov, Z., Walker, G. A. H., Yang, S., 1987a, Astrophys. J., 321, 438

Ninkov, Z., Walker, G. A. H., Yang, S., 1987b, Astrophys. J., 321, 425

Novikov, I. D., 1990, Black Holes and the Universe, Cambridge Univ. Press (transl. of Черные дыры и Вселеннаиа, Москва: Наука, no year)

Novikov, I. D., Stern, B. E., 1986, in G. Giuricin, F. Mardirossian, M. Mezzetti, M. Ramella (eds.), Structure and Evolution of Active Galactic Nuclei, Dordrecht: Reidel, 149

Novikov, I. D., Thorne, K. S., 1973, in C. DeWitt, B. DeWitt (eds.), Black Holes — Les Astres Occlus, New York, London: Gordon and Breach, 345

Nowak, M. A., 1995, Publ. Astron. Soc. Pac., 107, 1207

Oda, M., 1977, Space Sci. Rev., 20, 757

Ostriker, E. C., McKee, C. F., Klein, R. I., 1991, Astrophys. J., 377, 593

Otani, C., Kii, T., Reynolds, C. S., et al., 1996, Publ. Astron. Soc. Jpn., (accepted)

Pathria, R. K., 1972, Statistical Mechanics, Oxford, New York: Pergamon

Payne, D. G., 1980, Astrophys. J., 237, 951

Perotti, F., Bassani, L., Bazzano, A., et al., 1991, Adv. Space Res., 11, 101

Phlips, B. F., Jung, G. V., Leising, M. D., et al., 1996a, Astron. Astrophys. Suppl. Ser., accepted

Phlips, B. F., Jung, G. V., Leising, M. D., et al., 1996b, Astrophys. J., accepted (OSSE preprint No. 70)

Pietrini, P., Krolik, J. H., 1995, Astrophys. J., submitted

Pounds, K. A., Nandra, K., Fink, H. H., Makino, F., 1994, Mon. Not. R. Astron. Soc., 267, 193

Pounds, K. A., Nandra, K., Steward, G. C., Leighly, K., 1989, Mon. Not. R. Astron. Soc., 240, 769

Pozdnyakov, L. A., Sobol, I. M., Sunyaev, R. A., 1983, Astrophys. Space Phys. Rev., 2, 189

Press, W. H., Teukolsky, S. A., Vetterling, W. T., Flannery, B. P., 1989, Numerical Recipes, Cambridge: Cambridge Univ. Press, 2nd edition

Reif, F., 1987, Statistische Physik und Theorie der Wärme, Berlin, New York: de Gruyter

Reilman, R. F., Manson, S. T., 1978, Phys. Rev. A, 18, 2124

Reilman, R. F., Manson, S. T., 1979, Astrophys. J., Suppl. Ser., 40, 815 (erratum: Astrophys. J., Suppl. Ser., 46, 115, 1981)

Rephaeli, Y., 1995, Ann. Rev. Astron. Astrophys., 33, 541

Reppin, C., Pietsch, W., Trümper, J., et al., 1983, in G. Perola, M. Salvati (eds.), Non-Thermal and Very High Temperature Phenomena in X-Ray Astronomy, Roma: Istituto Astronomico, Università "La Sapienza", 279

Reynolds, C. S., Fabian, A. C., Makishima, K., et al., 1994, Mon. Not. R. Astron. Soc., 268, L55

Ride, S. K., Walker, Jr., A. B. C., 1977, Astron. Astrophys., 61, 339

Ross, R., Weaver, R., McCray, R., 1978, Astrophys. J., 219, 292

Rybicki, G. B., Lightman, A. P., 1979, Radiative Processes in Astrophysics, New York: Wiley

Sandström, A. E., 1957, in S. Flügge (ed.), Röntgenstrahlen, Handbuch der Physik, XXX, Berlin, Göttingen: Springer, 78

Schlickeiser, R., Dermer, C. D., 1995, Astron. Astrophys., 300, L29 (erratum: Astron. Astrophys., 306, 675, 1996)

Schönfelder, V., Lichti, G., 1974, Astrophys. J., 192, L1

Schrödinger, E., 1927, Ann. Phys. (Leipzig), 82, 257

Schwarzschild, K., 1916, Sitzber. Dtsch. Akad. Wiss. Berlin, Kl. Math. Phys. Tech., 189

Seaton, M. J., 1958, Rev. Mod. Phys., 30, 979

Seaton, M. J., Zeippen, C. J., Tully, J. A., et al., 1992, Rev. Mexicana Astron. Astrof., 23, 19

Shafer, R. A., Haberl, F., Arnaud, K. A., Tennant, A. F., 1991, XSPEC Users Guide, ESA, Noordwijk

Shakura, N. I., Sunyaev, R., 1973, Astron. Astrophys., 24, 337

Shapiro, S. L., Lightman, A. P., Eardley, D., 1976, Astrophys. J., 204

Shapiro, S. L., Teukolsky, S. A., 1983, Black Holes, White Dwarfs, and Neutron Stars, New York: Wiley

Shore, S. N., 1992, An Introduction to Astrophysical Hydrodynamics, San Diego: Academic Press

Shull, J., 1993, Physica Scripta, T47, 165

Sikora, M., Begelman, M. C., Rees, M. J., 1994, Astrophys. J., 421, 153

Skibo, J. G., Dermer, C. D., 1995, Astrophys. J., 455, L25

Skibo, J. G., Dermer, C. D., Ramaty, R., McKinley, J. M., 1995, Astrophys. J., 446, 86

Sobol, I. M., 1991, Die Monte Carlo Methode, Berlin: Deutscher Verlag der Wissenschaften, 4. edition (german transl. of Метод Монте-Карло — Издание четвертое, дополненное и переботанное, Москва: Наука, 1985), engl. transl.: The Monte Carlo Method, Chicago: Univ. Chicago Press, 1974

Sokolov, V. V., 1987, Sov. Astron., 31, 419 (orig.: Astron. Zh., 64, 64, 1987)

Staubert, R., Maisack, M., 1996, Astron. Astrophys., 305, L41

Steinle, H., 1980, Dissertation, Ludwigs-Maximilians-Universität, München

Steinle, H., Voges, W., Pietsch, W., et al., 1982, Astron. Astrophys., 107, 350

Stern, B. E., 1985, Sov. Astron., 29, 306 (orig.: Astron. Zh., 62, 529, 1985)

Stern, B. E., Begelman, M. C., Sikora, M., Svensson, R., 1995, Mon. Not. R. Astron. Soc., 272, 291

Stern, B. E., Sikora, M., Svensson, R., 1992, in S. S. Holt, S. G. Neff, C. M. Urry (eds.), Testing the AGN Paradigm, New York: American Inst. Physics, 313

Stern, B. E., Svensson, R., Sikora, M., 1990, in H. R. Miller, P. J. Wiita (eds.), Variability of Active Galactic Nuclei, Cambridge: Cambridge Univ. Press, 229

Stollman, G. M., Hasinger, G., Lewin, W. H. G., et al., 1987, Mon. Not. R. Astron. Soc., 227, 7p

Suess, H. E., Urey, H. C., 1956, Rev. Mod. Phys., 28, 53

Sunyaev, R. A., Titarchuk, L. G., 1980, Astron. Astrophys., 86, 121, (ST80)

Sunyaev, R. A., Trümper, J., 1979, Nature, 279, 506

Svensson, R., 1984, Mon. Not. R. Astron. Soc., 209, 175

Svensson, R., Zdziarski, A. A., 1994, Astrophys. J., 436, 599

Sylwester, J., Mewe, R., Schrijver, J., 1980, Astron. Astrophys. Suppl. Ser., 40, 335

Tanaka, Y., Nandra, K., Fabian, A. C., et al., 1995, Nature, 375, 659

Thomson, J. J., 1906, Conduction of electricity through gases, Cambridge: Cambridge Univ. Press, 2nd edition

Thorne, K. S., 1994, Black Holes and Time Warps, New York, London: Norton

Titarchuk, L., 1994, Astrophys. J., 434, 570

Titarchuk, L., Hua, X.-M., 1995, Astrophys. J., 452, 226

Tout, C., Pringle, J., 1992, Mon. Not. R. Astron. Soc., 259, 604

Turner, T. J., Done, C., Mushotzky, R., et al., 1992, Astrophys. J., 391, 102

Turon, C., Crézé, M., Egret, D., et al., 1992, The Hipparcos Input Catalogue, ESA-SP, 1136, Noordwijk: ESA

Ubertini, P., Bazzano, A., Padula, C. L., et al., 1991a, Astrophys. J., 383, 263

Ubertini, P., Bazzano, A., Perotti, F., et al., 1991b, Astrophys. J., 366, 544

van Oss, R. F., van den Oord, G. H. J., Kuperus, M., 1993, Astron. Astrophys., 270, 275

Verner, D. A., Yakovlev, D. G., Band, I. M., Trzhaskovskaya, M. B., 1993, Atomic Data and Nucl. Data Tables, 55, 233

von Neumann, J., 1951, J. Res. NBS Appl. Math. Series, 3, 36

Walborn, N. R., Lennon, D. J., Haser, S. M., et al., 1995, Publ. Astron. Soc. Pac., 107, 104

Wandel, A., Liang, E. P., 1991, Astrophys. J., 380, 84

Weaver, K. A., 1993, Ph.D. thesis, University of Maryland, College Park

Weaver, K. A., 1994, Legacy, 5, 12

Weaver, K. A., Arnaud, K. A., Boldt, E. A., et al., 1995, Astrophys. J., Suppl. Ser., 96, 303

Wentzel, G., 1924, Z. Phys., 43, 524

White, R. S., Dayton, B., Gibbons, R., et al., 1980, Nature, 284, 608

White, T. R., Lightman, A. P., Zdziarski, A. A., 1988, Astron. Astrophys., 331, 939

Wichmann, B. A., Hill, I. D., 1982, App. Statistics, 31, 188

Williams, O. R., Turner, M. J. L., Stewart, G. C., et al., 1992, Astrophys. J., 389, 157

Willis, C., 1989, in W. Jeschke (ed.), Papa Godzilla, München: Heyne, 110, originally: Schwarzschild Radius, in Universe (B. Preiss, ed.)

Wilms, J., Dove, J. B., Maisack, M., Staubert, R., 1996, Astron. Astrophys. Suppl. Ser., accepted

Wu, C.-C., Eaton, J. A., Holm, A. V., et al., 1982, Publ. Astron. Soc. Pac., 94, 149

Xu, Y., Ross, R. R., McCray, R., 1991, Astrophys. J., 371, 280

Zdziarski, A. A., 1985, Astrophys. J., 289, 514

Zdziarski, A. A., Krolik, J. H., 1993, Astrophys. J., 409, L33

Zeldovich, Y. B., Sunyaev, R. A., 1969, Astrophys. Space. Sci., 4, 301

Życki, P. T., Czerny, B., 1994, Mon. Not. R. Astron. Soc., 266, 653

Życki, P. T., Krolik, J., Zdziarski, A. A., Kallman, T. R., 1994, Astrophys. J., 437, 597

Anhang A

Algorithmen für Monte Carlo Programme

In diesem Anhang soll eine kurze allgemeine Einführung in einige der bei der Programmierung von Monte Carlo-Programmen wichtigen Algorithmen gegeben werden. Der erste Teil beschreibt Verfahren zur Erzeugung beliebig verteilter Zufallszahlen aus gleichförmig verteilten Zufallszahlen, während sich der zweite Teil mit der Simulation von Streuprozessen beschäftigt. Dieser Anhang basiert in Teilen auf Deák (1990), Sobol (1991) und Pozdnyakov, Sobol & Sunyaev (1983), auf die auch für die grundlegenden Definitionen verwiesen wird.

A.1 Zufallszahlen

A.1.1 Gleichförmig verteilte Zufallszahlen

In diesem Abschnitt wird beschrieben, wie man gleichförmig auf $]0, 1]$ verteilte Zufallszahlen auf einem Computer erzeugen kann[1]. Die wichtigste Referenz in diesem Feld ist die erste Hälfte des Buchs von Knuth (1969), der nicht nur auf die Erzeugung von Zufallszahlen eingeht, sondern auch auf die statistischen Tests, mit denen entschieden werden kann, ob ein gegebener Algorithmus tatsächlich "zufällig" verteilte Zahlen liefert.

Für den Zweck der Anwendung in einem Monte Carlo Programm sollte ein Zufallszahlengenerator den folgenden Punkten entsprechen:

- Die erzeugten Zufallszahlen sollten tatsächlich zufällig sein, d.h. sie sollten keinem vorhersagbaren Gesetz gehorchen. Dies mag naiv klingen, ist aber keineswegs selbstverständlich, wie Analysen der bei verschiedenen Computersprachen mitgelieferten Generatoren zeigen.
- Die heute erhältlichen Zufallszahlengeneratoren liefern keine unendlich lange Serie von Zufallszahlen sondern wiederholen sich nach einer gewissen Zeit. Um einen Generator tatsächlich verwenden zu können, sollte seine Periode zumindest so lange sein, wie die in den Simulationen maximal benötigte Anzahl der Zufallszahlen. Im Fall der hier besprochenen Strahlungstransportsimulationen muß die Periode länger als einige Millionen sein.
- Da der Generator einige Millionen Mal aufgerufen wird, ist es notwendig, einen sehr schnellen Zufallszahlengenerator zu verwenden. Dadurch scheidet einer der besten Generatoren, die subtraktive Methode von Knuth (1969) aus, da er zu langsam ist.

[1]Wenn im folgenden von "Zufallszahlen" die Rede ist, dann sind dabei implizit immer "Pseudozufallszahlen" gemeint.

- Da beim Schreiben eines Monte Carlo Programmes wie bei jeder Programmieraufgabe Fehler auftreten können, sollte der Zufallszahlengenerator deterministisch sein, d.h. es sollte möglich sein, eine Simulation mit genau denselben Zufallszahlen wiederholen zu können. Daher können Zufallszahlengeneratoren, die als Startwerte die Uhrzeit oder andere vom Maschinenzustand abhängige Werte verwenden, nicht benutzt werden.

Einige der schnellsten Zufallszahlengeneratoren die heute erhältlich sind, verwenden die multiplikative Kongruenzmethode (Sobol 1991), bei der ganzzahlige Zufallszahlen r_n unter Verwendung der Iterationsbeziehung

$$r_{n+1} = a(r_n|b) - c(r_n/b)$$

erzeugt werden. Hier ist $x|y$ der bei der Division x/y verbleibende Rest und a, b und c sind Konstanten, die so gewählt werden müssen, daß die Periode des Generators maximal wird. Die so erhaltenen ganzen Zahlen werden dann auf den Bereich $]0,1]$ normiert. Warum dieser Generator funktioniert wird z.B. bei Sobol (1991, Kap. 10) beschrieben.

Um eine wesentlich längere Gesamtperiode zu erreichen, kann man verschiedene auf der Kongruenzmethode basierende Verfahren kombinieren. Dies ist bei dem in dieser Arbeit verwendeten der Generator `AS183` von Wichmann & Hill (1982) der Fall, bei dem durch Schachtelung dreier Kongruenzmethoden eine Zykluslänge von 2.78×10^{13} erreicht wird. Dieser Generator erfüllt auch alle oben angegebenen Kriterien und ist sehr gut auf alle zur Verfügung stehenden Rechnerplattformen portierbar.

A.1.2 Erzeugung beliebiger Zufallssequenzen

In diesem Abschnitt sollen verschiedene Methoden besprochen werden, wie Zufallssequenzen mit beliebiger Verteilung aus gleichförmig auf $]0,1]$ verteilten Zufallszahlen α erzeugt werden können.

A.1.2.1 Die Umkehrmethode

Die Verteilungsfunktion $F(x)$ einer Zufallsgröße ξ ist definiert durch

$$F(x) = \mathsf{P}\{\xi < x\}$$

wo $\mathsf{P}\{\xi < x\}$ die Wahrscheinlichkeit ist, daß ξ einen Wert kleiner als x annimmt (Sobol 1991). Daher ist ihre Umkehrung durch

$$\mathsf{P}\{F^{-1}(\alpha) \leq x\} = \mathsf{P}\{\alpha \leq F(x)\} = F(x)$$

gegeben. Daraus ergibt sich, daß $F^{-1}(\alpha)$ mit der Verteilungsfunktion $F(x)$ verteilt ist, falls α gleichförmig auf $]0,1]$ verteilt ist.

Die Umkehrmethode kann dazu verwendet werden, Zufallszahlen mit einer exponentiellen Dichtefunktion $f(x) = \exp(-x)$ $(x \in \mathbb{R}^+)$ zu berechnen, wie sie in der Simulation der von einem Photon zurückzulegenden Weglänge in einem Monte Carlo Programm benötigt wird (siehe Abschnitt 3):

Aus der Wahrscheinlichkeitsdichte $f(x) = \exp(-x)$ kann die Verteilungsfunktion berechnet werden zu

$$F(x) = \int_0^x e^{-y} \mathrm{d}y = 1 - e^{-x}$$

Daher ist die Umkehrfunktion von F

$$F^{-1}(y) = -\ln(1-y)$$

so daß $-\ln(1-\alpha)$ eine exponentialverteilte Zufallszahl ist. Da $1-\alpha$ ebenso auf $[0,1[$ gleichverteilt ist wie α, sollte daher $-\ln\alpha$ als exponentialverteilte Zufallszahlen verwendet werden.

Ein weiteres Beispiel für die Verwendung der Umkehrmethode stellt die Erzeugung von Zufallszahlen mit einer Wahrscheinlichkeitsdichte $f(x) \propto x^{-1}$ auf dem Intervall $[x_{\min}, x_{\max}]$ dar. Diese wichtige Dichtefunktion wird in der linearen Monte Carlo-Methode verwendet, um eine gleichförmige Zahl von Photonen auf jeder Energiedekade zu simulieren. Die Verteilungsfunktion ist

$$F(x) = \int_{x_{\min}}^{x} \frac{\mathrm{d}x}{x} = \ln\left(\frac{x}{x_{\min}}\right)$$

bzw. nach Normierung

$$F(x) = \frac{\ln(x/x_{\min})}{\ln(x_{\max}/x_{\min})}$$

daher ergibt Umkehrung

$$F^{-1}(y) = x_{\min}\left(\frac{x_{\max}}{x_{\min}}\right)^{y} = x_{\min}\exp(y\ln(x_{\max}/x_{\min}))$$

Der zweite Ausdruck kann auf einem Computer schneller als der erste berechnet werden, da hier der Logarithmus nur einmal berechnet werden muß.

A.1.2.2 Die Selektionsmethode

Die Selektionsmethode ist eine einfache aber nicht unbedingt effiziente Methode, Zufallszahlen beliebiger (selbst analytisch unbekannter) Verteilung zu erzeugen. Sie war historisch eine der ersten Methoden, die in computergestützten Monte Carlo-Programmen verwendet wurde (von Neumann 1951). Im Gegensatz zur Umkehrmethode muß nur die Wahrscheinlichkeitsdichte bekannt sein. Das Prinzip der Selektionsmethode wird in Abb. A.1 dargestellt: Da f eine normierte Funktion ist, besitzt sie ein Maximum c auf ihrem Definitionsbereich $[a,b]$. Man generiert ein Paar gleichförmig verteilter Zufallszahlen (α_1, α_2) mit $\alpha_1 = a + (b-a)\alpha_i$ und $\alpha_2 = c\alpha_j$ wo $\alpha_{i,j} \in\,]0,1]$, so daß $\alpha_1 \in\,]a,b]$ und $\alpha_2 \in\,]0,c]$. Dies wird so lange wiederholt, bis $\alpha_2 < f(\alpha_1)$. Dann ist α_1 eine mit f als Dichtefunktion verteilte Zufallszahl. α_1 und α_2 sind gleichförmig auf dem Rechteck $]a,b] \times]0,c]$ verteilt. Durch die Wahl von α_1 wird ein "Schnitt" durch dieses Rechteck ausgewählt, der mit einer Wahrscheinlichkeit $f(\alpha_1)$ akzeptiert wird. Daher ist die Verteilung von α_1 verteilt mit der Wahrscheinlichkeitsdichte $f(x)$.

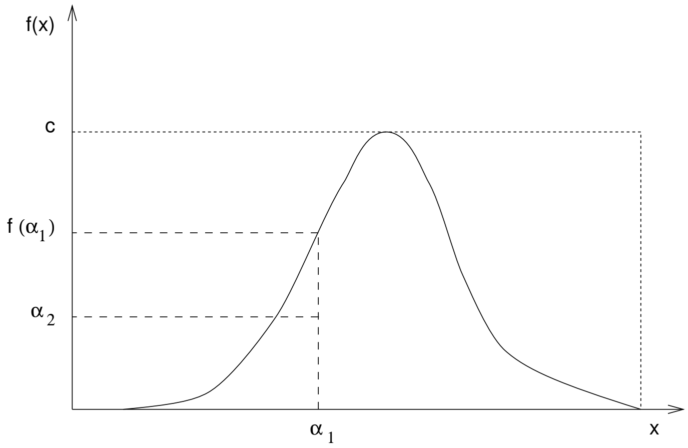

Abbildung A.1: Selektionsmethode

Die Effizienz der Selektionsmethode ist durch die Wahrscheinlichkeit, daß ein Paar (α_1, α_2) akzeptiert wird, definiert (Deák 1990). Dies entspricht dem Verhältnis der Fläche des Rechtecks $]a,b] \times]0,c]$ zur Fläche unterhalb des Graphen von $f(x)$:

$$\text{Effizienz} = \mathsf{P}\{\alpha_2 < f(\alpha_1)\} = \int_a^b \int_0^{f(\alpha_1)} \frac{1}{c(b-a)}\,\mathrm{d}\alpha_2\,\mathrm{d}\alpha_1 = \frac{1}{c(b-a)}$$

Daher sollte c so klein wie möglich gewählt werden, d.h. c sollte gleich dem dem Maximum von $f(x)$ auf $[a,b]$ gesetzt werden. Die Selektionsmethode ist daher nicht für den Fall einer stark gepeakten Dichtefunktion geeignet.

Ein Beispiel für die Selektionsmethode in *zwei Dimensionen* ist die Berechnung von Sinus- und Cosinus-verteilten Zufallszahlen. Das ist für die Simulation des Azimutwinkels φ in achsensymmetrischen Streuproblemen wichtig, weil hier nur $\sin\varphi$ und $\cos\varphi$ benötigt werden, aber nicht φ selbst (siehe S. 116). Die einfachste Methode, $\sin\varphi$ und $\cos\varphi$ zu simulieren, wäre, $\varphi = 2\pi\alpha$ zu setzen und dann den Sinus und den Cosinus auszurechnen. Dies ist nicht sehr effizient, weil die Berechnung dieser trigonometrischen Funktionen bis zu acht Fließkomma-Multiplikationen erfordert. Die im folgenden gegebene Selektionsmethode ist wesentlich schneller:

Algorithmus 3 *Trigonometrische Zufallszahlen*
do
$w_1 = 1 - 2\,\texttt{random()}$
$w_2 = 1 - 2\,\texttt{random()}$
$d^2 = w_1^2 + w_2^2$
while $(d^2 \geq 1)$
$\sin\varphi := w_1/d$
$\cos\varphi := w_2/d$

Hier werden Zufallsvektoren im Rechteck $[-1,+1] \times [-1,+1]$ simuliert und nur dann akzeptiert, wenn sie innerhalb des Einheitskreises liegen. Die akzeptierten Vektoren werden auf den Einheitskreis projiziert und als $\sin$- und $\cos$-verteilte Zufallszahlen zurückgegeben.

Die beiden Multiplikationen mit 2 in Algorithmus 3 sind keine Fließkommamultiplikationen, weil sie im Computer durch die Addition von 1 zum Exponenten der Binärzahl ausgeführt werden und daher keine Rechenzeit benötigen. Daher ist es nicht notwendig, alle Ausdrücke in der Iterationsschleife durch 2 zu dividieren, wie das häufig getan wird.

Die selbe Idee kann auch zur Simulation von gleichverteilten Zufallsvektoren auf einer Kugel verwendet werden:

Algorithmus 4 *Punkt auf Einheitskugel*
do
$w_1 := 1 - 2\,\texttt{random()}$
$w_2 := 1 - 2\,\texttt{random()}$
$w_3 := 1 - 2\,\texttt{random()}$
$d^2 := w_1^2 + w_2^2 + w_3^2$
while $(d^2 \geq 1)$
$a := w_1/d$
$b := w_2/d$
$c := w_3/d$

Die Effizienz dieses Verfahrens ist $(4\pi R^3/3)/(2R)^3 = \pi/6 \approx 50\%$. Das bedeutet, daß im Schnitt 6 Aufrufe von `random`, 10 Additionen und 6 Multiplikationen pro Zufallsvektor verwendet werden. Falls auf einem Computer normalverteilte Zufallszahlen zur Verfügung stehen, kann mit ihrer Hilfe ein besseres Verfahren angegeben werden (siehe dazu Deák 1990).

A.1.2.3 Die Dekompositionsmethode

Die Dekompositionsmethode ist die mächtigste Methode zur Erzeugung beliebig verteilter Zufallszahlen. Hier wird die allgemeinste Version dieser Methode angegeben (Deák 1990), eine etwas speziellere Version ist die Superpositionsmethode, bei der f als eine Summe von Funktionen geschrieben wird (siehe dazu Pozdnyakov, Sobol & Sunyaev (1983)).

Man kann annehmen, daß die Wahrscheinlichkeitsdichte $f(x)$, wo $x \in [a, b]$, als

$$f(x) = \int_c^d g_y(x)\,\mathrm{d}H(y)$$

geschrieben werden kann, daß also $f(x)$ die Summe der Dichtefunktionen $g_y(x)$ ist, die jeweils ein Gewicht $\mathrm{d}H(y)$ haben (d.h. ihre Verteilungsfunktion ist $H(y)$).

Daher können Zufallszahlen mit Dichte $f(x)$ generiert werden, indem zunächst ein y unter Verwendung der Verteilung $H(y)$ erzeugt wird und dann eine zweite Zufallszahl x mit der Dichte $g_y(x)$ simuliert. Dies kann man aus der Berechnung der Verteilungsfunktion von x erkennen:

$$\begin{aligned}
\mathsf{P}\{x < r\} &= \int_c^d \mathsf{P}\{x < r|\eta = y\}\,\mathrm{d}H(y) \\
&= \int_c^d \int_{-\infty}^r g_y(z)\,\mathrm{d}z\,\mathrm{d}H(y) \\
&= \int_{-\infty}^r \int_c^d g_y(z)\,\mathrm{d}H(y)\,\mathrm{d}z \\
&= \int_{-\infty}^r f(z)\,\mathrm{d}z
\end{aligned}$$

wo im letzten Schritt die Definition der Wahrscheinlichkeitsdichte f verwendet wurde. Differentation von $\mathsf{P}\{x < r\}$ nach r ergibt, daß die Wahrscheinlichkeitsdichte tatsächlich $f(x)$ ist.

Für diese Arbeit ist die Dekompositionsmethode deshalb so wichtig, weil sie verwendet werden kann um die Streuwinkel φ und θ für Compton-Streuung zu erzeugen. Diese Winkel sind in Abb. 2.10, S. 29 und Abb. A.2, S. 116 definiert. Häufig wird $\mu = \cos\theta$ anstelle von θ verwendet. Die gemeinsame Wahrscheinlichkeitsdichte von φ und μ ist

$$p(\varphi, \mu) = \frac{1}{\sigma}\frac{\mathrm{d}\sigma}{\mathrm{d}\Omega}(\varphi, \mu)$$

wo $\sigma = \oint_{4\pi} \mathrm{d}\sigma/\mathrm{d}\Omega\,\mathrm{d}\Omega$. Da $\mathrm{d}\sigma/\mathrm{d}\Omega$ unabhängig von φ ist, ist μ unabhängig von φ und $p(\varphi, \mu)$ kann als Produkt der Wahrscheinlichkeitsdichten von μ und φ geschrieben werden. Da φ gleichverteilt ist, ist seine Wahrscheinlichkeitsdichte $1/2\pi$. Wie $\sin\varphi$ und $\cos\varphi$ simuliert werden können, wurde bereits in Algorithmus 3 angegeben.

Für kleine Photonenenergien ist der differentielle Wirkungsquerschnitt durch die Thomson-Formel gegeben (Abb. 2.11, S. 30) und daher ist die Wahrscheinlichkeitsdichte

$$p(\varphi) = \frac{3}{4}(1 + \cos^2\theta) =: \frac{3}{4}(1 + \mu^2) \tag{A.1}$$

wo $\mu := \cos\theta \in [-1, +1]$. Wie im Falle astrophysikalischer Anwendungen zuerst von Pozdnyakov, Sobol & Sunyaev (1983, p. 370) bemerkt wurde, sollte in diesem Fall die Umkehrmethode nicht verwendet werden, da man für jede Simulation von μ die kubische Gleichung $\mu^3 + 3\mu + 4 = 8\alpha$ lösen müßte. Daher ist es sinnvoller, $p(\mu)$ in der Form

$$p(\mu) = \frac{3}{4}\cdot\frac{1}{2} + \frac{1}{4}\cdot\frac{3\mu^2}{2} =: c_1 p_1(\mu) + c_2 p_2(\mu)$$

zu schreiben. In der allgemeinen Notation ist H_y daher eine Schrittfunktion (die hier verwendete Methode ist dann die Dekompositionsmethode). Daher wird μ aus dem ersten ersten Zweig simuliert, wenn $\alpha_1 < c_1$, und ansonsten vom zweiten Zweig. Da die Verteilungen von p_1 und p_2 mit der Umkehrmethode berechnet werden können ist

$$\mu = \begin{cases} (2\alpha_2 - 1)^{1/3} & \text{für } \alpha_1 < 1/4 \\ 2\alpha_2 - 1 & \text{für } \alpha_1 \geq 1/4 \end{cases}$$

wo $\alpha_{1,2}$ zwei unabhängige Zufallszahlen sind. Die obige Gleichung unterscheidet sich leicht von der bei Pozdnyakov, Sobol & Sunyaev angegebenen, da hier mit $1/4$ und nicht mit $3/4$ verglichen wird. Das spart etwas Rechenzeit, da ein Vergleich von $1/4 = 2^{-2}$ mit einer Fließkommazahl schneller ist als der Vergleich der Fließkommazahl mit $3/4$. Hier wurde im Gegensatz zu `FORTRAN` angenommen, daß $(-1)^{1/3} = -1$. Daher muß bei der Programmierung der Zweig für $\alpha_1 \geq 1/4$ noch einmal unterteilt werden.

Im Fall hoher Photonenenergien ist der oben verwendete Thomson-Wirkungsquerschnitt nicht mehr gültig. Bei der Programmierung des Klein-Nishina-Wirkungsquerschnitts muß auf eine Selektionsmethode zurückgegriffen werden, da hier keine exakten und effizienten Verfahren bekannt sind.

A.2 Die Simulation des Streuprozesses

Der in den Monte Carlo-Verfahren wichtige Schritt der tatsächlichen Simulation des Streuprozesses wurde in dieser Arbeit bisher noch nicht behandelt. In diesem Kapitel wird daher zunächst auf die Berechnung des neuen Richtungsvektors in einem kartesischen Koordinatensystem eingegangen. Danach wird die relativistische Maxwell-Verteilung hergeleitet, bevor dann die im allgemeinen Fall notwendigen relativistischen Transformationsformeln angegeben werden.

A.2.1 Streuung in kartesischen Koordinaten

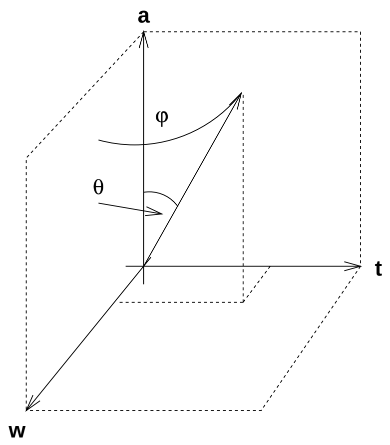

Abbildung A.2: Streuwinkel

In diesem Abschnitt sollen die für die Monte Carlo-Programme sehr wichtigen Formeln für den Streuprozeß in einem kartesischen Koordinatensystem hergeleitet werden. Dabei wird angenommen, daß das Photon vor dem Streuprozeß sich in der Richtung $\mathbf{a} = (a, b, c)$ bewegt, wobei $|\mathbf{a}| = 1$. Das Streuzentrum befindet sich im Ursprung des Koordinatensystems. Der Streuprozeß ist vollständig durch die Angabe des Streuwinkels θ und des Azimutalwinkels φ beschrieben (Abb. A.2). Dabei wird $\mu = \cos\theta$ aus der Physik des Streuprozesses abgeleitet und kann im Falle der Compton-Streuung z.B. mit der auf S. 115 simuliert werden. In allen hier behandelten Streuprozessen ist der Azimutalwinkel φ isotrop, d.h. $\sin\varphi$ und $\cos\varphi$ können mit Algorithmus 3, S. 114 simuliert werden. Daher reduziert sich die eigentliche Behandlung des Streuaktes auf die Berechnung der neuen Richtung $\mathbf{a}' = (a', b', c')$ des Photons. Die Vektoren $\{\mathbf{a}, \mathbf{w}, \mathbf{t}\}$ bilden in dieser Reihenfolge eine rechtshändige Orthonormalbasis. Hierbei ist der Vektor

$$\mathbf{w} = \frac{1}{\sqrt{a^2+b^2}} \begin{pmatrix} b \\ -a \\ 0 \end{pmatrix}$$

orthogonal zu $\mathbf{a}$. Der dritte Basisvektor wird aus

$$\mathbf{t} = \mathbf{a} \times \mathbf{w} = \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} \times \frac{1}{\sqrt{a^2+b^2}} \begin{pmatrix} b \\ -a \\ 0 \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{a^2+b^2}} \begin{pmatrix} ac \\ bc \\ -(a^2+b^2) \end{pmatrix}$$

erhalten. In diesem Koordinatensystem ist die neue Richtung des Photons (siehe Abb. A.2):

$$\mathbf{a}' = \begin{pmatrix} \cos\varphi \sin\theta \\ \sin\varphi \sin\theta \\ \cos\theta \end{pmatrix}$$

Mit $\cos\theta = \mu$, $\sin\theta = \sqrt{1-\mu^2}$ und nach Einsetzen der Definitionen von $\mathbf{a}$, $\mathbf{w}$ und $\mathbf{t}$ ist

$$\mathbf{a}' = \mu \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} + \sqrt{\frac{1-\mu^2}{a^2+b^2}} \left(\cos\varphi \begin{pmatrix} b \\ -a \\ 0 \end{pmatrix} + \sin\varphi \begin{pmatrix} ac \\ bc \\ -(a^2+b^2) \end{pmatrix} \right)$$

was auch als

$$\begin{aligned} a' &= a\mu + (b\cos\varphi + ac\sin\varphi)\sqrt{\frac{1-\mu^2}{a^2+b^2}} \\ b' &= b\mu + (-a\cos\varphi + bc\sin\varphi)\sqrt{\frac{1-\mu^2}{a^2+b^2}} \\ c' &= c\mu - \sqrt{a^2+b^2}\sqrt{1-\mu^2}\sin\varphi \end{aligned}$$

geschrieben werden kann. Prinzipiell könnte wegen $a^2+b^2+c^2 = 1$ bzw. $a^2+b^2 = 1-c^2$ geschrieben werden, was die Zahl der Multiplikationen um eins vermindern würde. Dies ist aber nicht sinnvoll, da die Berechnung von $1-c^2$ für $c \approx 1$ sehr anfällig für Rundungsfehler ist. Daher ist die oben gegebene Form der Gleichungen sinnvoller als die bei Marchuk et al. (1980) gegebene.

A.2.2 Nichtstationäre Streuzentren

Ist das Streuzentrum zum Beispiel ein thermisches Elektron, dann sind die im letzten Abschnitt angegebenen Formeln nur im Ruhesystem des Elektrons gültig. Daher soll hier kurz die relativistische Maxwellverteilung abgeleitet und danach auf die für die Transformation ins Ruhesystem notwendige Lorentz-Transformation eingegangen werden.

A.2.2.1 Die relativistische Maxwell-Verteilung

Für die in dieser Arbeit behandelten Plasmen ist die übliche nichtrelativistische Maxwellverteilung keine gute Beschreibung der Geschwindigkeitsverteilung mehr, da sich relativistische Effekte schon deutlich auswirken. Die hier angegebene relativistisch korrekte Herleitung der Maxwell-Verteilung folgt Landau & Lifschitz (1987, §38, Aufg. 2 [enthält einen Tippfehler]). Im folgenden werden kanonische Einheiten mit $m_\mathrm{e} = c = k = 1$ verwendet.

Die Verteilungsfunktion von Teilchen mit chemischem Potential μ und der Energie $\epsilon(p,q)$ ist durch

$$n(p,q) \propto \exp(-\epsilon(p,q)/T) \qquad n(p) \propto \frac{N}{V}\exp(-\epsilon(p)/T)$$

gegeben, wo die zweite Gleichung für freie Teilchen gilt. Im relativistischen Fall ist $\epsilon^2 = 1+p^2$ und daher

$$n(p)\,\mathrm{d}^3p = 4\pi \cdot \frac{N}{V} \cdot \exp\left(-\beta\sqrt{1+p^2}\right) p^2\,\mathrm{d}p$$

wo $\beta = T^{-1}$. Um die Normierung zu bestimmen, wird über den gesamten Impulsraum integriert:

$$\int_0^\infty \exp\left(-\beta\sqrt{1+p^2}\right) p^2 \mathrm{d}p = \int_0^\infty \exp(-\beta\cosh(t))\sinh^2(t)\cosh(t)\,\mathrm{d}t \qquad \text{(A.2)}$$

Die MacDonald-Funktion ist durch

$$\begin{aligned} \frac{K_1(z)}{z} &= \int_0^\infty \exp(-z\cosh(t))\sinh^2(t)\mathrm{d}t \\ \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}z}\left(\frac{K_1(z)}{z}\right) &= \int_0^\infty \exp(-z\cosh(t))\sinh^2(t)\cosh(t)\,\mathrm{d}t \end{aligned}$$

definiert (vgl. Gl. (A.2)!). Wegen

$$\begin{aligned}\frac{\mathrm{d}K_1(z)}{\mathrm{d}z} &= -\frac{K_1(z)}{z} - K_0(z) \\ \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}z}\left(\frac{K_1(z)}{z}\right) &= -\frac{2K_1(z)}{z^2} - \frac{K_0(z)}{z}\end{aligned}$$

ist die relativistisch korrekte Verteilung des Impulses, also die relativistische Maxwell-Verteilung:

$$n(p) = 4\pi \cdot \frac{N}{V} \cdot \frac{\exp\left(-\frac{1}{T}\sqrt{1+p^2}\right) p^2 \mathrm{d}p}{2T^2 K_1\left(\frac{1}{T}\right) + T K_0\left(\frac{1}{T}\right)}$$

Für große Temperaturen “quetscht” diese Verteilung viele Teilchen nahe an c und hat daher eine völlig andere Form als die nichtrelativistische Maxwell-Verteilung.

A.2.2.2 Lorentztransformation

Ist die Geschwindigkeit des Streuzentrums nicht null, so muß das Photon in das Ruhesystems des Streuzentrums transformiert werden, um seine neue Richtung mit Hilfe des Formalismus aus Abschnitt A.2.1 berechnen zu können. Im folgenden ist $\mathbf{v}$ die Geschwindigkeit des Streuzentrums im Laborsystem und $(E/c, \mathbf{p})$ der Viererimpuls des streuenden Teilchens. Der Impuls $\mathbf{p}$ kann als die Summe einer longitudinalen und einer transversalen Komponente, $\mathbf{p}_{||}$ und $\mathbf{p}_{\perp}$ geschrieben werden, die durch

$$\begin{aligned}\mathbf{p}_{||} &= (\mathbf{p}\cdot\mathbf{v})\frac{\mathbf{v}}{v} \\ \mathbf{p}_{\perp} &= \mathbf{p} - \mathbf{p}_{||}\end{aligned}$$

definiert sind. Nur die longitudinale Komponente $\mathbf{p}_{||}$ und die Energie E müssen transformiert werden. Ihre Komponenten im Ruhesystem sind

$$\begin{aligned}E' &= \gamma(E/c - v/c^2 p_{||}) \\ p' &= \gamma(p_{||} - vE/c^2)\end{aligned}$$

wo $\gamma = (1 + v^2/c^2)^{-1/2}$. Daher ist der transformierte Impuls

$$\mathbf{p}' = p' \cdot \frac{\mathbf{v}}{v} + p_{\perp}$$

Die für die Simulation des Streuvorgangs benötigte Bewegungsrichtung $\mathbf{a}$ wird aus $\mathbf{p}'$ durch Normierung erhalten. Nach dem Streuakt kann der neue Impuls des gestreuten Teilchens im Laborsystem mit den hier gegebenen Formeln erhalten werden, wenn $-\mathbf{v}$ anstelle von $\mathbf{v}$ verwendet wird.

Bei der Programmierung der Formel für γ muß man große Vorsicht walten lassen, damit sie im Falle von $v \approx c$ nicht anfällig für Rundungsfehler wird. Ist ϵ eine kleine Zahl, dann sollte $(1-\epsilon^2)^{1/2}$ als $\left((1-\epsilon)\cdot(1+\epsilon)\right)^{1/2}$ berechnet werden, was eine Operation mehr benötigt, aber nicht für Rundungsfehler anfällig ist (siehe Acton 1990).

Anhang B

Linien- und Kantenenergien

Tabelle B.1: Elementh"aufigkeiten f"ur die ersten 30 Elemente nach Grevesse & Anders (1989, Grevesse89; photosph"arische Werte, mit Ausnahme von F und Cl [siehe Text]), Anders & Ebihara (1982, Anders82 [meteoritische Werte]), Cameron (1974, Cameron74 [meteoritische Werte]), Allen (1973, Allen73 [haupts"achlich meteoritisch]) and Suess & Urey (1956, Suess56 [meteoritische Werte]). Wie es in der Astronomie "ublich ist, wird der Logarithmus der Teilchenh"aufigkeit angegeben, der auf eine H-H"aufigkeit von $10^{12}\,\mathrm{cm}^{-3}$ normiert wird. Im Falle der Werte von Grevesse & Anders sind die von den Autoren angegebenen Unsicherheiten zitiert; die Eisenh"aufigkeit sollte auf 7.54 ± 0.03 korrigiert werden (Biémont et al. 1991; siehe Text).

Element		Grevesse89	Anders82	Cameron74	Allen73	Suess56
1	H	12.00 ± 0.00	12.00	12.00	12.00	12.00
2	He	10.99 ± 0.035	10.90	10.84	10.93	10.89
3	Li	1.16 ± 0.1	3.34	3.19	0.7	3.40
4	Be	1.15 ± 0.10	1.46	1.41	1.1	2.70
5	B	2.6 ± 0.3	2.95	4.04	< 3	2.78
6	C	8.56 ± 0.04	8.65	8.57	8.52	7.94
7	N	8.05 ± 0.04	7.96	8.07	7.96	8.22
8	O	8.93 ± 0.035	8.87	8.83	8.82	8.73
9	F	4.48 ± 0.06	4.49	4.89	4.6	4.60
10	Ne	8.09 ± 0.10	8.14	8.34	7.92	8.33
11	Na	6.33 ± 0.03	6.32	6.28	6.25	6.04
12	Mg	7.58 ± 0.05	7.60	7.52	7.42	7.36
13	Al	6.47 ± 0.07	6.49	6.43	6.39	6.37
14	Si	7.55 ± 0.05	7.57	7.50	7.52	7.40
15	P	5.45 ± 0.04	5.58	5.48	5.52	5.40
16	S	7.21 ± 0.06	7.28	7.20	7.20	6.97
17	Cl	5.27 ± 0.06	5.28	5.25	5.6	5.34
18	Ar	6.56 ± 0.10	6.58	6.57	6.8	6.54
19	K	5.12 ± 0.13	5.17	5.12	4.95	4.90
20	Ca	6.36 ± 0.02	6.35	6.34	6.30	6.09
21	Sc	3.10 ± 0.09	3.09	3.04	3.22	2.85
22	Ti	4.99 ± 0.02	4.95	4.94	5.13	4.75
23	V	4.00 ± 0.02	4.04	3.92	4.40	3.74
24	Cr	5.67 ± 0.03	5.69	5.60	5.85	5.29
25	Mn	5.39 ± 0.03	5.54	5.47	5.40	5.23
26	Fe	7.67 ± 0.03	7.52	7.42	7.60	7.18
27	Co	4.92 ± 0.04	4.92	4.84	5.1	4.65
28	Ni	6.25 ± 0.04	6.26	6.18	6.30	5.84
29	Cu	4.21 ± 0.04	4.28	4.23	4.5	3.72
30	Zn	4.60 ± 0.08	4.67	4.59	4.2	4.08

Tabelle B.2: Lage der K-Kanten f"ur Kanten oberhalb 100 eV f"ur Elemente hoher kosmischer H"aufigkeit (nach Verner et al. 1993).

Ion		E[eV]	Ion		E[eV]	Ion		E[eV]	Ion		E[eV]
C	I	291		XII	2073		VIII	3331		XXIV	7833
	II	307		XIII	2298		IX	3361	Fe	I	7083
	III	328	Si	I	1828		X	3446		II	7093
	IV	352		II	1839		XI	3523		III	7104
	V	386		III	1852		XII	3613		IV	7125
	VI	489		IV	1868		XIII	3702		V	7149
N	I	404		V	1887		XIV	3798		VI	7177
	II	423		VI	1946		XV	3898		VII	7207
	III	447		VII	2001		XVI	3988		VIII	7240
	IV	475		VIII	2058		XVII	4105		IX	7275
	V	504		IX	2125		XVIII	4406		X	7316
	VI	545		X	2194	Ca	I	4015		XI	7359
	VII	666		XI	2268		II	4022		XII	7403
O	I	537		XII	2336		III	4032		XIII	7450
	II	558		XIII	2424		IV	4054		XIV	7499
	III	584		XIV	2665		V	4078		XV	7553
	IV	614	P	I	2130		VI	4105		XVI	7599
	V	649		II	2138		VII	4133		XVII	7651
	VI	683		III	2157		VIII	4163		XVIII	7769
	VII	731		IV	2173		IX	4198		XIX	7918
	VIII	870		V	2192		X	4229		XX	8041
Ne	I	858		VI	2214		XI	4265		XXI	8184
	II	883		VII	2280		XII	4362		XXII	8350
	III	913		VIII	2337		XIII	4453		XXIII	8484
	IV	948		IX	2407		XIV	4555		XXIV	8638
	V	987		X	2477		XV	4659		XXV	8810
	VI	1031		XI	2553		XVI	4767		XXVI	9192
	VII	1078		XII	2633		XVII	4880	Ni	I	8303
	VIII	1125		XIII	2707		XVIII	4982		II	8306
	IX	1186		XIV	2803		XIX	5112		III	8325
	X	1359		XV	3059		XX	5439		IV	8353
Mg	I	1294	S	I	2456	Cr	I	5957		V	8372
	II	1304		II	2469		II	5966		VI	8400
	III	1317		III	2484		III	5988		VII	8432
	IV	1356		IV	2502		IV	6002		VIII	8460
	V	1400		V	2522		V	6029		IX	8503
	VI	1449		VI	2544		VI	6052		X	8542
	VII	1501		VII	2569		VII	6080		XI	8584
	VIII	1558		VIII	2641		VIII	6114		XII	8620
	IX	1618		IX	2705		IX	6152		XIII	8680
	X	1675		X	2782		X	6187		XIV	8720
	XI	1750		XI	2859		XI	6231		XV	8783
	XII	1958		XII	2941		XII	6274		XVI	8838
Al	I	1550		XIII	3029		XIII	6318		XVII	8894
	II	1559		XIV	3107		XIV	6362		XVIII	8950
	III	1572		XV	3209		XV	6409		XIX	9007
	IV	1588		XVI	3481		XVI	6523		XX	9125
	V	1634	Ar	I	3178		XVII	6650		XXI	9300
	VI	1688		II	3195		XVIII	6769		XXII	9423
	VII	1739		III	3211		XIX	6907		XXIII	9609
	VIII	1799		IV	3228		XX	7042		XXIV	9771
	IX	1862		V	3253		XXI	7181		XXV	9937
	X	1929		VI	3277		XXII	7306		XXVI	10080
	XI	1992		VII	3303		XXIII	7463		XXVII	10270

Tabelle B.3: Lage der L-Kanten oberhalb 100 eV f”ur Elemente hoher kosmischer H”aufigkeit (nach Verner et al. 1993).

Ion		E[eV]	Ion		E[eV]	Ion		E[eV]	Ion		E[eV]
Ne	V	120		II	184		XII	660		XII	1039
	VI	152		III	199		XIII	730		XIII	1081
Mg	IV	108		IV	216		XIV	807		XIV	1125
	V	142		V	235		XV	884		XV	1181
	VI	178		VI	255		XVI	961		XVI	1216
	VII	217		VII	278	Cr	I	588		XVII	1263
	VIII	258		VIII	328		II	597		XVIII	1367
Al	III	102		IX	381		III	616		XIX	1461
	IV	117		X	436		IV	634		XX	1571
	V	153		XI	495		V	660		XXI	1678
	VI	191		XII	554		VI	685		XXII	1783
	VII	233	Ar	I	247		VII	715	Ni	I	887
	VIII	276		II	266		VIII	744		II	875
	IX	322		III	280		IX	781		III	908
Si	I	108		IV	298		X	813		IV	935
	II	118		V	320		XI	854		V	957
	III	131		VI	342		XII	893		VI	988
	IV	146		VII	366		XIII	933		VII	1019
	V	164		VIII	392		XIV	973		VIII	1051
	VI	204		IX	420		XV	1016		IX	1092
	VII	247		X	480		XVI	1103		X	1132
	VIII	294		XI	542		XVII	1197		XI	1174
	IX	342		XII	608		XVIII	1289		XII	1207
	X	392		XIII	675		XIX	1384		XIII	1262
P	I	138		XIV	744		XX	1481		XIV	1299
	II	149	Ca	I	356	Fe	I	724		XV	1356
	III	163		II	363		II	734		XVI	1405
	IV	179		III	373		III	745		XVII	1456
	V	197		IV	394		IV	766		XVIII	1506
	VI	218		V	417		V	792		XIX	1558
	VII	263		VI	442		VI	820		XX	1658
	VIII	311		VII	468		VII	851		XXI	1779
	IX	361		VIII	496		VIII	884		XXII	1882
	X	415		IX	527		IX	921		XXIII	1998
	XI	470		X	556		X	959		XXIV	2114
S	I	171		XI	589		XI	998			

Tabelle B.4: $\mathrm{K}\alpha$ Linienenergien nach Kaastra & Mewe (1993, KM93) verglichen mit den genaueren experimentellen und theoretischen Linienenergien von House (1969, [1]), Bearden (1967, [2]), und Morita & Fujita (1983, [3]). Wo Energien f"ur $\mathrm{K}\alpha_1$ und $\mathrm{K}\alpha_2$ angegeben wurden, wird die unter Verwendung der statistischen Gewichte der Linie berechnete Durchschnittsenergie angegeben. Alle Energien sind in eV.

Ion	KM93	Exp.	Ion	KM93	Exp.	Ion	KM93	Exp.	Ion	KM93	Exp.	Ion	KM93	Exp.	Ion	KM93	Exp.
C I	276.8	286.8 [1]	Al II	1499.9	1486.4 [1]	S IX	2406.0	2346.3 [1]	Ca VII	3779.8	3696.6 [1]	Cr XII	5570.1	5422.7 [1]	Fe X	6530.3	6397.0 [1]
II	281.6	291.5 [1]	III	1514.9	1487.1 [1]	X	2396.1	2365.1 [1]	VIII	3793.7	3699.9 [1]	XIII	5583.0	5427.5 [1]	XI	6544.9	6400.3 [1]
III		297.1 [1]	IV	1526.0	1487.9 [1]	XI	2397.2	2385.2 [1]	IX	3806.8	3703.2 [1]	XIV	5595.0	5432.2 [1]	XII	6559.0	6406.9 [1]
IV		304.0 [1]	V	1538.2	1498.5 [1]	XII	2395.5	2406.9 [1]	X	3818.8	3705.4 [1]	XV	5604.9	5434.6 [1]	XIII	6572.1	6410.2 [1]
N I	388.5	399.3 [1]	VI	1547.4	1510.5 [1]	XIII		2426.7 [1]	XI	3827.0	3708.7 [1]	XVI	5614.4	5465.8 [1]	XIV	6586.2	6416.8 [1]
II	396.4	404.1 [1]	VII	1542.8	1524.3 [1]	XIV		2447.8 [1]	XII	3837.1	3731.1 [1]	XVII	5616.9	5494.9 [1]	XV	6598.3	6420.2 [1]
III	400.6	410.6 [1]	VIII	1545.3	1539.2 [1]	Cl I	2622.4	2621.9 [2]	XIII	3842.4	3754.8 [1]	XVIII	5593.7	5529.2 [1]	XVI	6610.5	6426.8 [1]
IV		417.7 [1]	IX	1546.0	1555.7 [1]	II	2637.6	2620.7 [1]	XIV	3826.5	3780.0 [1]	XIX	5588.6	5561.4 [1]	XVII	6622.1	6430.1 [1]
V		426.0 [1]	X		1571.5 [1]	III	2652.4	2621.9 [1]	XV	3824.7	3807.9 [1]	XX	5578.3	5596.6 [1]	XVIII	6631.3	6463.7 [1]
O I	524.3	530.4 [1]	XI		1588.2 [1]	IV	2665.6	2623.0 [1]	XVI	3818.6	3835.0 [1]	XXI		5627.1 [1]	XIX	6631.3	6497.6 [1]
II	529.9	535.4 [1]	Si I	1739.7	1739.8 [2]	V	2678.6	2624.6 [1]	XVII		3861.3 [1]	XXII		5660.5 [1]	XX	6605.4	6531.8 [1]
III	537.2	541.9 [1]	II	1753.8	1739.3 [1]	VI	2692.4	2626.9 [1]	XVIII		3888.0 [1]	Mn I	5895.7	5895.1 [2]	XXI	6596.3	6569.9 [1]
IV	540.6	550.1 [1]	III	1767.8	1740.1 [1]	VII	2706.5	2628.5 [1]	Ti I	4509.2	4508.8 [2]	II	5911.5		XXII	6585.7	6608.5 [1]
V		558.7 [1]	IV	1781.9	1741.0 [1]	VIII	2714.8	2630.2 [1]	II	4523.7	4505.8 [1]	III	5927.0	5892.0 [1]	XXIII		6643.9 [1]
VI		568.3 [1]	V	1792.0	1742.3 [1]	IX	2725.8	2647.6 [1]	III	4540.8	4505.8 [1]	IV	5940.7	5892.0 [1]	XXIV		6679.7 [1]
Ne I	848.5	848.6 [2]	VI	1803.8	1754.3 [1]	X	2733.4	2667.0 [1]	IV	4557.2	4505.8 [1]	V	5954.3	5892.0 [1]	XXV		6696.3 [3]
II	862.0	853.5 [1]	VII	1812.6	1768.4 [1]	XI	2722.7	2687.2 [1]	V	4571.9	4504.1 [1]	VI	5970.8	5892.0 [1]	XXVI		6950.6 [3]
III	873.6	860.3 [1]	VIII	1805.9	1783.6 [1]	XII	2723.3	2709.0 [1]	VI	4587.0	4505.8 [1]	VII	5985.9	5889.2 [1]	Ni I	7472.5	7472.4 [2]
IV	874.0	868.9 [1]	IX	1808.8	1800.5 [1]	XIII	2720.8	2732.3 [1]	VII	4600.8	4509.1 [1]	VIII	5999.7	5889.2 [1]	II	7486.3	7468.9 [1]
V	878.8	878.8 [1]	X	1808.4	1818.7 [1]	XIV		2753.5 [1]	VIII	4614.3	4512.3 [1]	IX	6013.6	5892.0 [1]	III	7500.1	7468.9 [1]
VI	881.0	890.3 [1]	XI		1835.7 [1]	XV		2775.7 [1]	IX	4626.0	4514.0 [1]	X	6027.4	5897.6 [1]	IV	7515.6	7468.9 [1]
VII		901.7 [1]	XII		1853.8 [1]	Ar I	2957.3	2957.0 [2]	X	4640.1	4518.9 [1]	XI	6040.4	5900.4 [1]	V	7529.5	7468.9 [1]
VIII		914.3 [1]	P I	2013.9	2013.4 [2]	II	2973.0	2955.8 [1]	XI	4653.0	4522.2 [1]	XII	6053.9	5906.1 [1]	VI	7543.4	7468.9 [1]
Na I	1041.0	1041.0 [2]	II	2027.8	2012.5 [1]	III	2988.1	2957.3 [1]	XII	4664.8	4525.5 [1]	XIII	6067.9	5908.9 [1]	VII	7557.3	7468.9 [1]
II	1053.6	1040.4 [1]	III	2041.9	2013.1 [1]	IV	3002.4	2958.0 [1]	XIII	4673.4	4528.8 [1]	XIV	6080.5	5914.5 [1]	VIII	7571.2	7468.9 [1]
III	1067.3	1047.3 [1]	IV	2054.6	2014.5 [1]	V	3015.1	2960.1 [1]	XIV	4682.7	4555.5 [1]	XV	6092.1	5920.2 [1]	IX	7587.0	7464.4 [1]
IV	1078.2	1056.0 [1]	V	2068.9	2015.4 [1]	VI	3029.0	2961.5 [1]	XV	4687.1	4582.4 [1]	XVI	6102.9	5923.0 [1]	X	7601.0	7464.4 [1]
V	1076.7	1066.2 [1]	VI	2079.4	2017.1 [1]	VII	3043.0	2964.3 [1]	XVI	4667.7	4611.4 [1]	XVII	6112.2	5954.3 [1]	XI	7615.0	7464.4 [1]
VI	1080.9	1077.8 [1]	VII	2090.7	2031.0 [1]	VIII	3056.3	2965.7 [1]	XVII	4664.4	4642.5 [1]	XVIII	6113.6	5988.8 [1]	XII	7630.7	7468.9 [1]
VII	1082.4	1091.1 [1]	VIII	2098.9	2046.4 [1]	IX	3064.6	2968.6 [1]	XVIII	4655.9	4674.0 [1]	XIX	6088.4	6020.8 [1]	XIII	7644.8	7473.4 [1]
VIII		1103.9 [1]	IX	2090.3	2063.4 [1]	X	3074.7	2987.9 [1]	XIX		4702.4 [1]	XX	6081.3	6056.2 [1]	XIV	7658.9	7482.4 [1]
IX		1117.8 [1]	X	2092.7	2082.2 [1]	XI	3081.8	3008.2 [1]	XX		4731.2 [1]	XXI	6071.6	6094.9 [1]	XV	7671.8	7486.9 [1]
Mg I	1253.9	1253.6 [2]	XI	2091.7	2101.9 [1]	XII	3069.7	3030.3 [1]	Cr I	5412.1	5411.6 [2]	XXII		6125.0 [1]	XVI	7686.0	7491.5 [1]
II	1267.8	1252.9 [1]	XII		2120.3 [1]	XIII	3069.0	3054.2 [1]	II	5428.0	5408.5 [1]	XXIII		6161.6 [1]	XVII	7699.6	7500.5 [1]
III	1279.9	1253.8 [1]	XIII		2140.1 [1]	XIV	3065.5	3078.5 [1]	III	5443.0	5408.5 [1]	Fe I	6400.3	6399.5 [2]	XVIII	7710.8	7505.1 [1]
IV	1292.7	1262.6 [1]	S I	2307.4	2307.4 [2]	XV		3101.6 [1]	IV	5457.2	5406.2 [1]	II	6415.6	6397.0 [1]	XIX	7722.7	7509.6 [1]
V	1302.6	1273.0 [1]	II	2322.4	2306.6 [1]	XVI		3125.1 [1]	V	5473.1	5406.2 [1]	III	6430.3	6397.0 [1]	XX	7732.1	7546.2 [1]
VI	1299.6	1284.8 [1]	III	2336.7	2307.4 [1]	Ca I	3690.9	3690.5 [2]	VI	5488.7	5406.2 [1]	IV	6444.7	6397.0 [1]	XXI	7732.1	7583.2 [1]
VII	1302.9	1298.3 [1]	IV	2349.7	2308.7 [1]	II	3708.0	3688.9 [1]	VII	5502.6	5403.8 [1]	V	6458.0	6397.0 [1]	XXII	7700.2	7620.5 [1]
VIII	1304.1	1313.2 [1]	V	2362.7	2310.0 [1]	III	3722.8	3688.9 [1]	VIII	5516.5	5408.5 [1]	VI	6472.9	6397.0 [1]	XXIII	7691.3	7662.9 [1]
IX		1327.4 [1]	VI	2377.5	2311.7 [1]	IV	3738.8	3691.1 [1]	IX	5530.5	5410.9 [1]	VII	6487.8	6393.7 [1]	XXIV	7677.1	7705.8 [1]
X		1342.8 [1]	VII	2386.7	2313.5 [1]	V	3752.9	3692.2 [1]	X	5544.5	5413.2 [1]	VIII	6502.8	6393.7 [1]	XXV		7744.3 [1]
Al I	1486.9	1486.6 [2]	VIII	2397.7	2329.1 [1]	VI	3765.9	3694.4 [1]	XI	5556.0	5418.0 [1]	IX	6516.8	6393.7 [1]	XXVI		7778.3 [1]

Tabelle B.5: Kβ Linienenergien, Quellen wie in Tab. B.4.

Ion	KM93	Exp.	Ion	KM93	Exp.	Ion	KM93	Exp.	Ion	KM93	Exp.
Ne I		857.9 [2]	Ca II	4037.1		Cr IX	6132.0		Fe IX	7250.5	
Na I		1071.1 [2]	III	4058.8		X	6143.3		X	7272.8	
Mg I		1302.2 [2]	IV	4081.3		XI	6161.7		XI	7294.6	
Al I	1558.1	1557.4 [2]	V	4102.0		XII	6181.6		XII	7304.7	
Si I	1835.7	1835.9 [2]	VI	4116.2		Mn I	6490.3	6490.4 [2]	XIII	7324.9	
II	1855.7		VII	4136.2		II	6514.3		XIV	7345.1	
P I	2137.5	2139.0 [2]	VIII	4155.3		III	6538.3		Ni I	8263.6	8264.7 [2]
II	2158.2		Ti I	4931.7	4931.8 [2]	IV	6561.0		II	8289.6	
III	2177.7		II	4954.5		V	6585.2		III	8313.2	
S I	2465.5	2465.4 [2]	III	4978.5		VI	6611.0		IV	8339.4	
II	2484.8		IV	5002.6		VII	6633.9		V	8363.1	
III	2505.0		V	5024.6		VIII	6656.8		VI	8388.2	
IV	2523.5		VI	5047.8		IX	6678.8		VII	8413.3	
Cl I	2815.8	2815.6 [2]	VII	5068.7		X	6700.4		VIII	8437.9	
II	2837.9		VIII	5080.4		XI	6711.2		IX	8463.2	
III	2856.3		IX	5099.2		XII	6731.3		X	8488.5	
IV	2875.4		X	5118.0		XIII	6749.9		XI	8512.7	
V	2894.7		Cr I	5946.6	5946.7 [2]	Fe I	7057.8	5946.7 [2]	XII	8536.9	
Ar I	3190.6	3190.5 [2]	II	5970.4		II	7082.2		XIII	8558.5	
II	3213.7		III	5993.3		III	7106.7		XIV	8568.4	
III	3235.2		IV	6018.2		IV	7130.7		XV	8588.2	
IV	3251.6		V	6041.8		V	7152.6		XVI	8609.9	
V	3271.1		VI	6065.5		VI	7178.5				
VI	3290.0		VII	6088.4		VII	7203.9				
Ca I	4013.0	4012.7 [2]	VIII	6110.8		VIII	7226.6				

Tabelle B.6: Lα Linienenergien, Quellen wie in Tab. B.4.

Ion	KM93	Exp.	Ion	KM93	Exp.	Ion	KM93	Exp.	Ion	KM93	Exp.
Ca I		341.3 [2]	Cr V	619.7		Fe I	704.0	705.0 [2]	Ni II	876.8	
Ti I	467.0	452.2 [2]	VI	625.5		II	726.4		III	894.7	
II	476.5		Mn I	636.1	637.4 [2]	III	744.4		IV	910.1	
III	483.7		II	657.1		IV	752.1		V	924.5	
IV	507.8		III	669.3		V	764.0		VI	927.9	
Cr I	571.7	572.8 [2]	IV	681.9		VI	772.0		VII	939.1	
II	590.5		V	690.6		VII	777.0		VIII	946.0	
III	603.0		VI	696.9		VIII	781.8		IX	949.9	
IV	612.9		VII	701.8		Ni I	850.0	851.5 [2]	X	953.5	

Danksagung

Zunächst soll jedem gedankt werden, der alle 124 Seiten dieser Arbeit gelesen hat. Ich hoffe, daß es nicht zu langweilig war und daß auch die durch die Übersetzung aus dem Englischen bedingte Holperigkeit der Sprache nicht zu nervig war . . .

Ich möchte meinem Betreuer R. Staubert dafür danken, daß er alle meine Projekte enthusiastisch unterstützt und meiner Tätigkeit viel Vertrauen entgegen gebracht hat, sowohl in Bezug auf Computer als auch auf die Wissenschaft. Er hat am IAAT eine sehr gute Arbeitsatmosphäre geschaffen.

J. Dove vom JILA, University of Colorado, Boulder, ist ein sehr guter Mitarbeiter/Kollege/Freund gewesen und vieles aus Kapitel 4 würde ohne ihn nicht existieren. Ich hoffe, daß wir diese Arbeit noch für einige Jahre fortsetzen können.

M. Maisack hatte die Idee, die `kotelp`-Spektren mit echten Daten zu konfrontieren und mich immer wieder aus einer theoretischen Ecke herauszuholen. Er stellte die meisten Quellen für das Breitbandspektrum zur Verfügung und half sehr, die Ergebnisse zu interpretieren.

M. Begelman, auch von JILA, fragte vor einigen Jahren einen first year graduate student, Monte Carlo Simulationen der Compton Reflektion zu unternehmen. Er brachte vieles in Gang, was in dieser Arbeit enthalten ist, und hat seinen Glauben, daß Jim und ich irgendwann etwas herausbekommen, immer noch nicht aufgegeben, selbst nach Jahren der Fehlersuche. Er zahlte sogar zwei Monate meines Gehalts, als ich im Sommer 1995 in Boulder war, und immer noch keine Ergebnisse da waren.

B. Stern vom Institute for Nuclear Research, Moskau, schrieb die ursprüngliche Version von `kotelp` und half Jim und mir, ein Programm mit 3 (in Worten: drei) Kommentaren in 35000 Zeilen Code zu verstehen.

M. Nowak hat stundenlang mit mir über viele der mit Cygnus X-1 assoziierten theoretische Probleme diskutiert. Ich hoffe, daß die Zusammenarbeit mit Tübingen noch sehr fruchtbar wird.

D. Verner stellte die Fits der Photoionisations-Wirkungsquerschnitte zur Verfügung, die in dieser Arbeit sehr intensiv verwendet wurden.

T. Dörrer, M. König, P. Kretschmar und K. Pottschmidt lasen Teile der englischen und der deutschen Version dieser Arbeit und halfen mir, vieles verständlicher, fehlerfreier, kurz: einfach besser, auszudrücken. Peter war ein sehr guter "Office-Mate", es hat viel Spaß gemacht, mit ihm über TeX und anderes zu diskutieren.

Ohne B. Pflüger und H. Lenhart hätte die Betreuung der Unix-Rechner am IAAT keinen Spaß gemacht und ich wüßte wesentlich weniger, als ich jetzt weiß. Das ist symptomatisch für die gute Arbeitsatmosphäre am Institut und ich möchte mich bei allen Institutsmitgliedern dafür bedanken.

Ich bin meinen Eltern sehr dankbar, daß sie mir einen großen Teil meines Studiums finanziert haben.

Stefanie Kölbl schafft es seit Jahren, mit jemandem zusammenzuwohnen, der hin und wieder für ein Jahr oder einige Monate einfach nicht da ist und auch seine Wochenenden häufig am IAAT verbringt. Großartig.

Während meines Studiums hatte ich das Privileg, sehr viele gute Bücher kaufen zu können weil mich die Studienstiftung des Deutschen Volkes dabei unterstützte. Ich bin der Studienstiftung auch sehr dankbar für die Finanzierung meines Fluges nach Boulder im Sommer 1995.

Abb. 5.1 wurde mit der Schnittstelle zur Digital Sky Survey (DSS) des Canadian Astronomy Data Center beim Herzberg Institute of Astrophysics erstellt. Die DSS wurde vom Space Telescope Science Data Center mit finanzieller Unterstützung durch die NASA erstellt. Die ursprüngliche Sky Survey ist mit finanzieller Unterstützung durch die U. S. Geographical Society produziert worden. Diese Arbeit verwendete Daten, die vom HEASARC Online Service, einem Teil des NASA-GSFC, erhalten wurden und benutzte die SIMBAD-Datenbank beim Centre de Donées Stellaires, Strasbourg, France.