Universität Tübingen

Kolloquium Logik und Sprachtheorie
Dr. Reinhard Kahle

Wilhelm-Schickard-Institut

72076 Tübingen, Sand 13,
Telephon 07071-29 74284

Tübingen, den 4. Februar 2000

Vortragsankündigung

Beweistheoretische Semantik für Erweiterungen von *pure Prolog*

Dr. Birgit Elbl

Universität der Bundeswehr, München

— sowie —

Realizability Interpretation into Explicit Mathematics

Dr. Sergei Tupailo

IAM, Universität Bern

Zeit: Dienstag, den 8. Februar 2000, **17 s.t.**

Ort: Sand 13, Raum 107.

Abstracts siehe nächste Seite.

`http://www-ls.informatik.uni-tuebingen.de/logik/Kolloquium/index.html`

Abstract Elbl:

Für Hornklausellogikprogramme hat man neben operationeller und denotationeller Semantik weitere, äquivalente Beschreibungen: Die Konsequenzbeziehung der klassischen Logik liefert eine modelltheoretische Semantik, und alternativ erhält man eine beweistheoretische Charakterisierung, wenn man stattdessen von einem geeigneten Herleitbarkeitsbegriff ausgeht.

Im Vortrag wird die Frage behandelt, wie eine äquivalente beweistheoretische Semantik aussehen könnte, wenn für die operationelle Semantik eine Auswertung durch ein Tiefensuchverfahren wie in Prolog zugrunde gelegt wird. Bei dem hier vorgestellten Ansatz ist wesentlich, daß man die Korrespondenz von Programmkonstrukten zu logischen Verknüpfungen erhalten will und dafür eine Veränderung der Logik in Kauf nimmt.

Als Kernstück der Semantik wird der Logikprogrammkalkül LPC eingeführt. Seine wesentlichen Merkmale sind Verbot der Strukturregeln wie in der nichtkommutativen linearen Logik, aber zudem Einschränkung der Regeln durch Kontextbedingungen und eine veränderte Quantifikation. Bzgl. LPC läßt sich *pure Prolog* axiomatisieren. Der zugehörige Semantikbegriff liefert eine modelltheoretische Beschreibung.

Zwei Erweiterungen werden betrachtet: Listenkomprehension, die den Zugriff auf Komponenten eines Antwortenstroms im Programm ermöglicht, und *if-then-else*, womit man die Ausdrucksstärke von pure Prolog + cut erhält. Beide verstärken die Kontrollmöglichkeiten und erzeugen, wie zu erwarten, zusätzliche Schwierigkeiten, für die jedoch Lösungen vorgestellt werden.

Abstract Tupailo:

Systems of Explicit Mathematics were introduced by S. Feferman in the 70-es as a logical framework for Bishop-style constructive mathematics (see [Fef75], [Fef79]). In [Fef79] he gave an embedding of the basic theory T_0 into a subsystem $\Delta^1_2 - CA + BI$ of 2-nd order arithmetic and conjectured that the converse also holds. After G. Jaeger [Ja83] carried out a necessary well-ordering proof in T_0, proof-theoretic equivalence of these theories was established. However, up to now, there were no direct embeddings of strong conventional theories, e.g. analysis or set theory of the strength of T_0 and higher, into Explicit Mathematics. This omission became apparent again, when Jaeger and Studer [JStu] introduced a theory T_m, extending T_0 by a Mahlo operation, and built its model in the Set Theory KPM, but the question of lower bound was left open.

We introduce a new interpretation into Explicit Mathematics, namely *realizability interpretation*, which allows to interpret strong intuitionistic theories. For example, we can realize Aczel's Constructive Set Theory $CZFM$ (= $CZF +$ Mahlo schema) into T_m, which, modulo a plausible conjecture $|CZFM| = |KPM|$, settles the question about proof-theoretic strength of T_m.

[Fef75] S. Feferman. A language and axioms for explicit mathematics. LNM 450: 87–139, 1975

[Fef79] S. Feferman. Constructive theories of functions and classes. LC '78, 159–224, 1979

[Ja83] G. Jaeger. A well-ordering proof for Feferman's theory T_0. AML, 23:65–77, 1983

[JStu] G. Jaeger, T. Studer, Extending the system T_0 of explicit mathematics: the limit and Mahlo axioms, submitted