Schlüsselqualifikationskurs 447
"Computergestützte Statistische Analyse II: Wahrscheinlichkeit und Risikomodelle"
im Sommersemester 2008

Übungsblatt 5

Inhalte:	- Diskrete und Stetige Zufallsvariablen, einfache univariate Verteilungen
Vorkenntnisse:	- Erstellung von Histogrammen in Excel
Literatur:	- Fahrmeir; Künstler; Pigeot; Tutz: Statistik - Der Weg zur Datenanalyse; 5. Auflage; Springer Verlag; Berlin 2004 Kap.: 5, insbesondere 5.2
	- Schira, Josef: Statistische Methoden der VWL und BWL; 2. Auflage; Pearson Studium; München 2005 Kap.: 9

Aufg. 5.1)

Sie rechnen für die kommenden drei Monaten mit mehreren möglichen Aktienkursentwicklungen, die mit entsprechenden subjektiven Wahrscheinlichkeiten zu folgenden zustandsabhängigen Renditen führen könnten:

Wahrscheinlichkeit:	0,12	0,4	0,25	0,15	0,08
Rendite:	0,23	0,18	0,15	0,09	0,03

a) Fassen Sie die Dreimonatsrendite als Zufallsvariable auf. Handelt es sich hierbei um eine diskrete oder stetige Zufallsvariable?

b) Stellen Sie die Wahrscheinlichkeitsfunktion und Verteilungsfunktion der ZV grafisch dar und tragen Sie das 25% und 75% Quantil in Ihr Schaubild ein. Ermitteln Sie den Erwartungswert und die Varianz der ZV X.

c) Simulieren Sie 1000 Renditen auf Basis der gegebenen Wahrscheinlichkeitsfunktion. Stellt das arithmetische Mittel der simulierten Realisationen eine gute Approximation des Erwartungswerts der ZV X dar?

Aufg. 5.2) Geometrische Verteilung

In Ihrem Praktikum werden Sie gebeten, eine Einschätzung für folgende Fragestellung abzugeben: Ihre Firma vertreibt Rechnersysteme für Großkunden nebst dazugehörigem Kundensupport. Für einen anstehenden Großauftrag sollen die jeweiligen Wahrscheinlichkeiten dafür ermittelt werden, dass innerhalb der ersten 7, 14 und 21 Tage nach Auslieferung der Kunde einen erstmaligen Support des gelieferten Rechnersystems wünscht. Die Firma schätzt aus Erfahrung die Wahrscheinlichkeit einer derartigen Anfrage für jeden Tag unabhängig auf 0,1.

a) Sie überlegen sich, dass es wesentlich sinnvoller wäre, ihrem Chef eine Wahrscheinlichkeitseinschätzung (für das erstmalige Eingehen einer Supportanfrage) auf Basis einer Grafik für alle 21 Tage zu erstellen, nicht nur für die drei gefragten Zeitpunkte.

b) Sie können sich zudem noch vage daran erinnern, dass Ihr Chef etwas über das 75% Quantil gesagt hat. Was könnte er damit gemeint haben, worauf könnten Sie dieses Konzept anwenden und wie wäre das Ergebnis zu interpretieren?

c) Ihr Kollege ist nicht so zuversichtlich, was die Zuverlässigkeit des Rechnersystems angeht. Wie verändert sich Ihre Einschätzung wenn Sie anstatt 0,1 nun eine Wahrscheinlichkeit von 0,3 für das Eintreffen einer Supportanfrage auf täglicher Basis annehmen?

d) Für welche exakte Wahrscheinlichkeitseinschätzung für das Eintreten des Supportfalls auf Tagesbasis gilt: Mit einer Wahrscheinlichkeit von 0,75 geht innerhalb der ersten 14 Tage nach Auslieferung eine Supportanfrage ein. Ermitteln Sie hierfür die Eintrittswahrscheinlichkeit explizit über die Verteilungsfunktion einer geometrisch verteilten ZV.

HINWEISE: Für eine geometrisch verteilte Zufallsvariable $X \sim G(\pi)$ gilt:

$$P(X = x) = (1 - \pi)^{x-1}\pi$$

und

$$F_X(x) = 1 - (1 - \pi)^x$$

Aufg. 5.3)

Alle Simulationen, die wir bisher durchgeführt haben, beruhten auf der Annahme, dass die Funktion =Zufallszahl() tatsächlich Realisationen einer gleichverteilten ZV im Intervall von 0 bis 1 liefert. Überprüfen Sie diese Annahme:

a) Simulieren Sie dazu zuerst 100 Realisationen dieser ZV mit der Funktion =Zufallszahl(). Erstellen Sie auf Basis der Realisationen ein Histogramm mit fünf Klassen identischer Breite und zeichnen Sie in das gleiche Schaubild die Dichtefunktion einer ZV $X \sim R(0, 1)$ (Sprich: Die Zufallsvariable X ist Rechteck- oder Gleichverteilt im Intervall [0,1]) ein.

b) Plotten Sie nun die empirische Verteilungsfunktion der Realisationen gegen die theoretische Verteilungsfunktion einer ZV $X \sim R(0, 1)$

c) Wiederholen Sie a) und b) nun mit 1000 anstatt 100 Realisationen. Welche Veränderung können Sie feststellen? Bewerten Sie unsere ursprüngliche a-priori Verteilungsannahme bezüglich der Realisationen der Funktion =Zufallszahl().