

Schlüsselqualifikationskurs 447  
“Computergestützte Statistische Analyse II: Wahrscheinlichkeit und  
Risikomodelle”  
im Sommersemester 2008

Übungsblatt 6

- Inhalte: - Stetige Zufallsvariablen; Einfache univariate Verteilungen;  
Approximation empirischer durch theoretische Verteilungen
- Vorkenntnisse: - Erstellung von Histogrammen in Excel  
- RRZN: “EXCEL FORTGESCHRITTENE ANWENDUNGEN”, Kap.: 15, 16
- Literatur: - Fahrmeir; Künstler; Pigeot; Tutz: STATISTIK - DER WEG ZUR DATENANALYSE;  
5. Auflage; Springer Verlag; Berlin 2004 Kap.: 2, insbesondere 2.4

Aufg. 6.1) Normalverteilung

- a) Plotten Sie die Dichtefunktion  $f(x)$  einer standardnormalverteilten Zufallsvariablen  $X$  mit Erwartungswert  $\mu = 0$  und Standardabweichung  $\sigma = 1$  ( $X \sim N(0, 1)$ ) im Intervall  $[-4, 4]$ , wobei die Dichtefunktion einer normalverteilten ZV allgemein gegeben ist mit

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2\right)}$$

- b) Welche Werte berechnet die Funktion =NORMVERT(...) bzw. =NORMINV(...)? Was besagt bei ersterem insbesondere das vierte Argument “WAHR” bzw. “FALSCH”?
- c) Plotten Sie die Verteilungsfunktion der Zufallsvariablen  $X$  aus a) im Intervall  $[-4, 4]$ .

Aufg. 6.2) Anwendungsbeispiel

Die Datei “klausur.txt” enthält die von den Teilnehmern erreichten Punkte in einer Statistikklausur, in der alle Punkte zwischen 0 und 300 erreicht werden konnten. Gerne geht man davon aus, dass die Zufallsvariable “erreichte Klausurpunkte” normalverteilt ist.

- a) Prüfen Sie anhand eines Histogramms mit einer sinnvoll gewählten Klassenanzahl mit Klassen identischer Breite, ob die Normalverteilungsannahme im zugrunde liegenden Fall sinnvoll erscheint. Plotten Sie dazu über das Histogramm der Klausurpunkte den Graphen der Dichtefunktion einer normalverteilten Zufallsvariablen  $X$ . Verwenden Sie als Approximation von  $\mu_x$  das arithmetische Mittel und für  $\sigma_x$  die empirische Standardabweichung der Klausurpunkte.

HINWEIS: Sie können zur Darstellung des Histogramms den Typ “Säulendiagramm” anstelle der deutlich komplizierteren Histogramm-Konstruktion im XY-Diagrammtyp verwenden. Verbreitern Sie die Säulen dann so, dass zwischen den einzelnen Klassen keine Leerräume entstehen. Um diesem Diagrammtyp, der in erster Linie bei ordinalskalierten Merkmalen Anwendung findet, den Graphen einer metrisch skalierten Variable hinzu zu fügen, müssen Sie ein Verbunddiagramm wählen. Siehe dazu RRZN “Fortgeschrittene Anwendungen” Kap. 15.3.

- b) Plotten Sie die empirische Verteilungsfunktion der Klausurpunkte gegen die der Zufallsvariablen  $X$  aus a). Nehmen Sie anhand dieser Grafik Stellung zu folgender Aussage:  
*“Unter der Annahme normalverteilter Klausurpunkte ist deutlich ersichtlich, dass es überdurchschnittlich viele Studenten mit sehr guten Leistungen in der Klausur gab, dafür allerdings ein eher schwach ausgebildetes “Mittelfeld”, d.h. eine geringere Anzahl an Studenten mit mittleren Leistungen als durch die Normalverteilungsannahme zu erwarten gewesen wäre”*
- c) Für die Erstellung des Histogramms in Aufgabe a) haben Sie die Urliste klassiert. Wie viele Beobachtungen hätten Sie in jeder dieser Klassen erwartet, wenn das Merkmal “Klausurpunkte” tatsächlich normalverteilt wäre?