Übungen zur Vorlesung Mathematischen Logik **Blatt 12**

Prof. Dr. P. Schroeder-Heister **WS 2010/11**

Aufgabe 43 (2 Punkte)

Zeigen Sie in $\mathrm{NK}'_{=}$: $\forall z(z = x \to z = y) \vdash x = y$

Aufgabe 44 (2+2 Punkte)

Zeigen Sie in $\mathrm{NK}'_{=}$:

a) $\forall x(x = x), \forall xyz(x = y \land z = y \to x = z) \vdash \forall xy(x = y \to y = x)$

b) $\forall x(x = x), \forall xyz(x = y \land z = y \to x = z) \vdash \forall xyz(x = y \land y = z \to x = z)$

Aufgabe 45 (3+3 Punkte)

Es sei $\{T_i \mid i \in I\}$ eine Familie von Theorien, welche durch Mengeninklusion linear geordnet ist. Weiterhin sei $T = \bigcup\{T_i \mid i \in I\}$ Zeigen Sie:

a) T ist eine Theorie, die jede Theorie T_i erweitert.

b) Wenn jede Theorie T_i konsistent ist, dann ist auch T konsistent.

Aufgabe 46 (3 Punkte + 3 Zusatzpunkte)

Sei $\mathcal{L}$ eine formale Sprache, so dass die beiden Konstanten $\dot{c}$ und $\dot{d}$ die einzigen nichtlogischen Zeichen sind.

a) Geben Sie eine Formel $\phi \in \mathcal{L}$ an, die genau dann in einer $\mathcal{L}$-Struktur $\mathfrak{A} = \langle A, \ldots \rangle$ gültig ist, wenn A 2-elementig ist.

b) Sei dann $\Gamma := \{\phi, \dot{c} \neq \dot{d}\}$ und $T := \mathrm{Ded}(\Gamma)$ die resultierende Theorie. Prüfen Sie, ob T eine Henkintheorie ist.

Abgabe der Aufgaben am Do. 03.02.2011 nach der Vorlesung oder als PDF im Internet.