

Prof. Dr. Peter Schroeder-Heister

Dr. Kai F. Wehmeier

Aufgabe 1

Es seien t und t' linksseitig stetige T-Normen, $f_\wedge = \mathbf{et}_1$, $f_\vee = \mathbf{vel}_1$ und $f_\& = t$. Weiter sei f_\rightarrow der Φ -Operator zu t , f_\supset der Φ -Operator zu t' und f_- die Funktion $\lambda x.f_\rightarrow(x, 0)$. Zeigen Sie für die $[0, 1]$ -wertige Quantorenlogik mit 1 als einzigem ausgezeichneten Wahrheitswert:

$$(a) \models (A \rightarrow B) \supset (A \& C \rightarrow B \& C) \quad (2)$$

$$(b) \models (\forall x A \& \forall x B) \supset \forall x (A \& B) \quad (1)$$

$$(c) \models (A \rightarrow B) \& (B \rightarrow C) \supset (A \rightarrow C) \quad (2)$$

$$(d) \models (A \rightarrow B) \supset (-B \rightarrow -A) \quad (2)$$

$$(e) \models (A_1 \rightarrow B_1) \wedge (A_2 \rightarrow B_2) \supset (A_1 \wedge A_2 \rightarrow B_1 \wedge B_2) \quad (2)$$

$$(f) \models (A_1 \rightarrow B_1) \wedge (A_2 \rightarrow B_2) \supset (A_1 \vee A_2 \rightarrow B_1 \vee B_2) \quad (2)$$

$$(g) \models (A_1 \rightarrow B_1) \& (A_2 \rightarrow B_2) \supset (A_1 \& A_2 \rightarrow B_1 \& B_2) \quad (1)$$

Aufgabe 2

Wieder seien t und t' linksseitig stetige T-Normen. Zeigen Sie für die Logik der unscharfen Mengen:

$$(a) \models A \subseteq_t B \rightarrow_{t'} A \cap_t C \subseteq_t B \cap_t C \quad (1)$$

$$(b) \models A \subseteq_t B \wedge_t B \subseteq_t C \rightarrow_{t'} A \subseteq_t C \quad (1)$$

$$(c) \models A \subseteq_t B \rightarrow_{t'} \mathbf{C}_t B \subseteq_t \mathbf{C}_t A \quad (1)$$

$$(d) \models A \subseteq_t B \rightarrow_{t'} A \cup C \subseteq_t B \cup C \quad (1)$$

$$(e) \models A \equiv_t B \wedge_t B \equiv_t C \rightarrow_{t'} A \equiv_t C \quad (1)$$

$$(f) \models A \equiv_t B \rightarrow_{t'} A \cap_t C \equiv_t B \cap_t C \quad (1)$$

$$(g) \models A \equiv_t B \rightarrow_{t'} \mathbf{C}_t A \equiv_t \mathbf{C}_t B \quad (1)$$

$$(h) \models A \equiv_t B \rightarrow_{t'} A \cup C \equiv_t B \cup C \quad (1)$$