

Die Grundsymbole einer quantorenlogischen Sprache seien:

$$\mathcal{P} = \{P, Q, R\}$$

$$\mathcal{K} = \{a, b, c, d, e\}$$

Zur Interpretation diene die Struktur $\mathfrak{S} = \langle \mathcal{U}, \text{istehemannvon}, \text{istvatervon}, \text{istmuttervon} \rangle$, mit dem Universum $\mathcal{U} = \{\text{anne}, \text{babette}, \text{claudius}, \text{daniel}, \text{ella}, \text{ferdinand}, \text{grete}\}$ und den Attributen

$$\text{istehemannvon} = \{\langle \text{claudius}, \text{ella} \rangle, \langle \text{daniel}, \text{babette} \rangle\}$$

$$\text{istvatervon} = \{\langle \text{daniel}, \text{ella} \rangle, \langle \text{daniel}, \text{ferdinand} \rangle, \langle \text{claudius}, \text{grete} \rangle\}$$

$$\text{istmuttervon} = \{\langle \text{babette}, \text{ella} \rangle, \langle \text{anne}, \text{ferdinand} \rangle, \langle \text{ella}, \text{grete} \rangle\}$$

Die Interpretation \mathfrak{I} ist gegeben durch folgende Zuordnungen:

$$\mathfrak{I}(P) = \text{istehemannvon}$$

$$\mathfrak{I}(a) = \text{anne}$$

$$\mathfrak{I}(Q) = \text{istvatervon}$$

$$\mathfrak{I}(b) = \text{babette}$$

$$\mathfrak{I}(R) = \text{istmuttervon}$$

$$\mathfrak{I}(c) = \text{claudius}$$

$$\mathfrak{I}(d) = \text{daniel}$$

$$\mathfrak{I}(e) = \text{ella}$$

Aufgabe 1

Formalisieren Sie in der oben genannten Sprache folgende Aussagen:

- a) *Daniel ist der Ehemann von Babette.*
- b) *Daniel ist der Vater von Ella und von Anne.*
- c) *Weder ist Claudius der Vater von Daniela noch ist er der Ehemann von Ella.*
- d) *Babette ist nicht die Mutter von Ella.*
- e) *Claudius ist verheiratet.*
- f) *Babette ist unverheiratet.*
- g) *Ella ist die Mutter von Babette, oder sie ist es nicht.*
- h) *Anne ist nicht ihre (eigene) Mutter.*
- i) *Anne ist jemandes Mutter.*
- j) *Jeder hat einen Vater und eine Mutter.*
- k) *Der Vater von jemandem ist immer der Ehemann von dessen Mutter.*

HINWEIS: Nicht alle natürlichsprachlichen Prädikate haben eine direkte Entsprechung in der Struktur bzw. in der formalen Sprache, so z.B. das Prädikat „ist verheiratet“. Finden Sie ggf. eine Formalisierung, welche auf die verfügbaren Attribute verweist.

Aufgabe 2

Welche der Aussagen aus Aufgabe 1 sind wahr in \mathfrak{S} unter \mathcal{I} ?

Aufgabe 3

Erweitern Sie ggf. die Konstanten der Sprache auf geeignete Weise um Individuenkonstanten, damit Sie folgende Aussagen formalisieren können:

- a) *Ferdinand hat keine Kinder.*
- b) *Anne ist Großmutter.*
- c) *Wenn jemand Großeltern hat, dann hat er keine Kinder.*
- d) *Grete ist Babettes Enkelin.*

HINWEIS: Nicht alle natürlichsprachlichen Prädikate haben eine direkte Entsprechung in der Struktur bzw. in der formalen Sprache, so z.B. das Prädikat „ist Großmutter von“. Finden Sie ggf. eine Formalisierung, welche auf die verfügbaren Attribute verweist.

Aufgabe 4

Welche der Aussagen aus Aufgabe 3 treffen auf die Struktur \mathfrak{S} zu, d.h. drücken Zusammenhänge in dieser Struktur aus?

Aufgabe 5

Bestimmen Sie in den folgenden Formeln für alle Variablenvorkommen, ob sie frei oder gebunden sind:

- a) $\forall x Pxy \vee Qax$
- b) $\forall x Pxy \rightarrow \forall x Qax$
- c) $\exists x (Qax \rightarrow \forall y Pxy) \vee \forall x \neg (Qax \wedge Pxy)$

Benennen Sie anschließend in allen Formeln alle gebundenen Variablen so um, daß jeder Quantor eine eigene Variable besitzt und keine gebundene Variable auch frei vorkommt.