

Aufgabe 1 (4 Punkte)

Zeigen Sie, dass für jedes Modell \mathfrak{M} und jede Welt $u \in |\mathfrak{M}|$ gilt:

$$\mathfrak{M}, u \models \Diamond \neg A \iff \mathfrak{M}, u \models \neg \Box A$$

Zeigen Sie zugleich auch $\mathfrak{M}, u \models \Box \neg A \iff \mathfrak{M}, u \models \neg \Diamond A$.

Aufgabe 2 (4 Punkte)

Für welchen der beiden logischen Folgerungsbegriffe (\models^l und \models^s) gilt, dass $\Box \Box p \rightarrow p$ aus $\Box p \rightarrow p$ logisch folgt? Für welchen nicht? Zeigen Sie dies.

Aufgabe 3 (6 Punkte)

Zeigen Sie:

(a) Wenn R seriell ist, dann $\langle W, R \rangle \models \Box A \rightarrow \Diamond A$. (2 Punkte)

(b) Wenn $\langle W, R \rangle \models A \rightarrow \Box \Diamond A$, dann ist R symmetrisch. (4 Punkte)

Aufgabe 4 (6 Punkte)

Die *strikte Implikation* \rightarrow ist wie folgt definiert: $A \rightarrow B := \Box(A \rightarrow B)$.

Zeigen Sie, dass die folgenden Formeln in keiner der behandelten Standardmodallogiken gelten.

(a) $A \rightarrow (B \rightarrow A)$ (2 Punkte)

(b) $\neg A \rightarrow (A \rightarrow B)$ (2 Punkte)

(c) $(A \rightarrow B) \vee (B \rightarrow A)$ (2 Punkte)