

Aufgabe 1 (2 + 4 + 2 Punkte)

Seien ϕ, ψ \mathcal{L} -Formeln, sei \mathfrak{A} eine \mathcal{L} -Struktur.

- Zeigen Sie: Wenn $\mathfrak{A} \models \phi$ oder $\mathfrak{A} \models \psi$, dann $\mathfrak{A} \models \phi \vee \psi$.
- Zeigen Sie, daß die Umkehrung von a) nicht allgemein gilt (Gegenbeispiel und Nachweis, daß es ein Gegenbeispiel ist).
- Zeigen Sie, daß die Umkehrung von a) gilt, sofern ϕ und ψ geschlossene Formeln sind (d.h. sofern $FV(\phi) = FV(\psi) = \emptyset$).

Aufgabe 2 (6 Punkte)

Zeigen Sie, daß für eine beliebige Formel ϕ die Formel $\exists x(\phi \rightarrow \forall x\phi)$ allgemeingültig ist.