

Aufgabe 1

Es sei $\{T_i : i \in I\}$ eine nicht-leere Familie von \mathcal{L} -Theorien, welche durch Mengeninklusion linear geordnet ist, d.h. für jedes $i \in I$ ist $T_i \subset T_{i+1}$. Weiterhin sei $T =_{\text{def}} \bigcup_{i \in I} T_i$. Zeigen Sie:

- T ist eine Theorie, die jede Theorie T_i erweitert.
- Wenn jede Theorie T_i konsistent ist, dann ist auch T konsistent.

Aufgabe 2

Es seien T_1 und T_2 Theorien. Zeigen Sie:

- $T_1 \cap T_2$ ist ebenfalls eine Theorie.
- $T_1 \cup T_2$ ist im allgemeinen Fall keine Theorie. (Hier reicht die Angabe eines Gegenbeispiels.)

Aufgabe 3

Sei \mathcal{L} eine formale Sprache, in der die Konstanten \dot{c} und \dot{d} die einzigen nichtlogischen Zeichen sind.

- Geben Sie eine Formel $\phi \in \mathcal{L}$ an, die genau dann in einer \mathcal{L} -Struktur $\mathfrak{A} = \langle A, \dots \rangle$ gültig ist, wenn A genau zwei Elemente enthält. Begründen Sie Ihre Antwort.
- Sei dann $\Gamma =_{\text{def}} \{\phi, \neg(\dot{c} \doteq \dot{d})\}$ und $T =_{\text{def}} \text{Ded}(\Gamma)$ die resultierende Theorie. Prüfen Sie, ob T eine Henkintheorie ist.

HINWEIS: Diese Aufgaben werden nicht bewertet sondern lediglich im kommenden Tutorium besprochen.