

**Aufgabe 1** (3 Punkte)

Zeigen Sie, daß die Komposition von Substitutionen nicht kommutativ ist.

**Aufgabe 2** (5 Punkte)

Betrachte die Formel

$$\exists x \neg (\exists y A \vee \forall y B) \vee \exists u \forall v C$$

wobei  $A, B, C$  drei verschiedene quantorenfreie Formeln sind, so daß  $FV(A) = FV(B) = \{x, y\}$  und  $FV(C) = \{u, v\}$ .

- (a) Wieviele Möglichkeiten Quantoren nach außen zu ziehen gibt es für diese Formel, um syntaktisch verschiedene pränex Normalformen zu bilden? (4 Punkte)
- (b) Welche dieser Möglichkeiten wäre für eine anschließende Skolemisierung zu bevorzugen? (1 Punkte)

**Aufgabe 3** (12 Punkte)

Geben Sie für folgende Formeln jeweils eine Klauselmenge an. (Formen Sie dazu erst schrittweise in eine pränex Normalform und dann schrittweise in eine konjunktive Skolem-Normalform um.)

- (a)  $P(x) \wedge (\forall x \forall y (R(y) \rightarrow S(x)) \rightarrow T(x))$  (3 Punkte)
- (b)  $P(x) \rightarrow (P(y) \rightarrow (P(z) \rightarrow \forall x \neg \forall y \forall z Q(x, y, z)))$  (3 Punkte)
- (c)  $((\forall x \forall y \forall z Q(x, y, z) \rightarrow P(x)) \rightarrow P(y)) \rightarrow P(z)$  (3 Punkte)
- (d)  $\exists z (\forall x (P(f(a, z)) \rightarrow \exists y (Q(y, b, x) \rightarrow P(f(y))))))$  (3 Punkte)